SAGGIO DELLA FILOSOFIA DEL SIGNOR CAV. ISACCO NEWTON DATO IN LUCE DAL SIGNOR...

Henry Pemberton, Aloysius Salenti, Josè Maria Fonseca de Evora

SAGGIO
DELLA
FILOSOFIA
DEL SIGNOR CAV.
ISACCO NEWTON
ESPOSTO CON CHIAREZZA
DAL SIGNOR
ENRICO PEMBERTON
Con una Dissertazione dello stesso su la misura della Forza de' Corpi in moto cavata dagli Atti Filosofici d' Inghilterra.

OPERA TRADOTTA DALL' INGLESE.

Aggiuntovi l'Estratto di altra dissertazione contraria su lo stesso Argomento.

IN VENEZIA, MDCCXXXIII.

PRESSO FRANCESCO STORTI IN MERCERIA.

CON LICENZA DE' SUPERIORI, E PRIVILEGIO.

PREFAZIONE
AL SAGGIO
SOPRA LA FILOSOFIA
DEL SIGNOR
CAV. IS. NEWTON;
TRADOTTO DALL' INGLESE
DEL SIGNOR
ENR. PEMBERTON.

Anni sono io scrissi li seguenti fogli a istanza di alcuni amici, li quali dopo la cura, che io presi dell' ultima edizione dei Principj del Sig. Cav. Is. Nevvton, mi persuasero a pubblicarli. Io colsi l' opportunità di rivedere quel, che innanzi aveva scritto, avendo da fresco pensato a questo soggetto. Ed ora lo mando fuori, non senza qualche speranza di corrispondere a questi due fini. E' stata la mia prima intenzione di dare a coloro, che non sono avezzati a' ragionamenti matematici, qualche idea della Filosofia di una persona, che si ha acquistata una riputazione universale, e ha resa famosa la nostra nazione per queste specolazioni nel Mondo erudito. A questo fine ho sfuggito, quanto era possibile, l' uso dei termini d' arte, ed ho presa la cura definir quelli, di cui era obbligato a servirmi, sebbene questa cautela era men necessaria a' dì nostri; poichè alcune di queste tali parole sono divenute famigliari nella nostra lingua, per il gran numero di libri scritti in essa sopra materie Filosofiche, e per la pratica degli sperimenti, che ci sono stati comunicati in questi ultimi anni da più ingegnosi soggetti. L' altro fine, che io ebbi, fu d' incoraggire que'

giovani gentiluomini, che hanno fatta una scorsa delle Scienze Mattematiche, a proseguir questi Studj con maggior diligenza, per intender nello stesso nostro Autore le dimostrazioni delle cose, che io quì espongo. E per facilitare il loro progresso in quest'opera, ho intenzione di avanzar sempre più nella spiegazione della Filosofia del Sig. Cav. If. Nevvton. Imperciocchè come io ho ricevuto un'estremo piacere dal leggere li suoi scritti, io mi lusingo, che ella non sia una illodevole ambizione, proccurar di renderli più facilmente intelligibili, acciò un maggior numero di persone possa goder della medesima soddisfazione.

Si aspetterà forse da me, che io dica qualche cosa particolare d'una Persona, a cui debbo per sempre riconoscermi, e dichiararmi cotanto obbligato. Ciò, che ho a dire su quest' articolo, sarà breve; imperciocchè solo in quest' ultimi anni della vita del Sig. Cav. If. Nevvton, io ho avuto l'onore della sua conoscenza. Questa mi fu aperta dalla seguente occasione. Il Sig. Poleni, Professore nell'Vniversità di Padova, per un nuovo suo sperimento pensò, che la comun'opinione circa la forza dei corpi in moto fosse rovesciata, e la verità del sentimento del Sig. Leibnitz in questa materia pienamente stabilita. Il contrario di quel, che il Sig. Poleni asseriva, io presi a dimostrare in un scritto, cui il Dr. Mead, che non trascura alcuna opportunità di obbligar li suoi amici, si compiacque di far vedere al Sig. Cav. If. Nevvton. Questo fu così approvato da esso, che mi fece l'onore di accoppiar al mio un suo scritto, aggiungendo a quello io aveva esposto una sua propria dimostrazione, cavata da un' altra considerazione. Quando io diedi alla luce il mio discorso nelle Transazioni Filosofiche, io posi quello, che il Sig. Cav. If. scrisse, in un scolio da sè stesso, perchè sembrar non potesse, che io usurpassi quello, che a me non apparteneva. Ma io occultai il suo nome, non avendo allora alcuna conoscenza con lui, per conoscere, s' ei non era alieno dal permettermi, che io potessi farne uso. Di là a poco tempo egli m' impegnò a prender cura della nuova edizione, che aveva per fare de' suoi Principj. Questo mi obbligò a trovarmi seco frequentemente, e come egli viveva in qualche distanza da me, un buon numero di lettere passarono fra di noi su questo proposito. Quando aveva l'onor della sua conversazione, io proccurai di apprendere il suo sentimento sopra soggetti Mattematici, e alcuni storici, concernenti le sue invenzioni, di cui non ne aveva per l'innanzi avuta informazione. Io trovai, ch' egli aveva letti più pochi Mattematici moderni, di quello si avrebbe pensato; ma la sua prodigiosa invenzione facilmente suppliva in esso quanto poteva essere un'occasione di proseguir qualunque soggetto avesse intrapreso. Io l'ho sovente udito a condannare que' che maneggiano soggetti geometrici con li calcoli algebraici, e chiamò egli il suo libro d' Algebra col nome di Aritmetica Vniversale, per opposizione al titolo poco giudizioso di Geometria, che Des Cartes diede al trattato, in cui mostra, come il Geometra può

ajutar

ajutar la sua invenzione con una tal sorte di calcolo: Egli lodava frequentemente Slusio, Barrovv, e Huygens, come coloro, che non erano predominati dal falso gusto, che allora cominciava a regnare. Era solito commendare il lodevole sforzo di Ugone de Omerique di rinovar l' antica analisi, e stimava infinitamente il libro di Appollonio de sectione rationis, *come quello, che ci dà la più chiara nozione di quest' Analisi. Il Dottor Barrovv può essere stimato per uno, che ha mostrata una forza d' invenzione eguale, se non superiore a qualsisia de' moderni, eccettuato solamente il nostro Autore; ma il Signor Caval. Isacco Nevvton mi ha varie volte particolarmente raccomandato lo stile, e la maniera di Huygens. Egli lo giudica il più elegante di tutti gli Scrittori mattematici de' tempi moderni, e il più giusto imitator degli antichi. Del loro gusto, e delle lor forme di dimostrazione il Sig. Cav. Isacco si professò sempre un grande ammiratore; io l' ho udito ancora a condannar sè stesso, per non seguirli ben più rigorosamente di quel, che faceva; e parlar con rincrescimento del suo inganno al principio de' suoi studj mattematici, nell' applicarsi alle opere di Des Cartes, ed altri Scrittori Algebraici, prima di aver considerati gli elementi di Euclide con quell' attenzione, che merita un così eccellente scrittore. Quanto alla storia delle sue invenzioni, quel che riguarda le sue discoperte dei metodi delle serie, e flussioni, e della sua teorìa della luce, e dei colori, il Mondo n' è stato di già sufficientemente informato. Li primi pensieri, che diedero origine ai suoi* Principj, *gli ebbe, quando si ritirò da Cambridge nel 1666. per cagion della peste. Come egli si trovava solo in un giardino, gli cadde in mente una specolazione sopra la Potenza della Gravità; che come questa potenza non si trova sensibilmente diminuire a distanze rimotissime dal centro della terra, sin dove potiamo innalzarsi, nè su li tetti de' più alti Palagj, nè su le cime delle più elevate Montagne; pareva ad esso ragionevole l' inferire, che questa potenza si estendesse molto al di là, di quello che ordinariamente si pensa; e perchè no sì lungi, che la Luna, diceva egli a sè stesso? e se così è, dovrà quella influire su 'l di lei moto; e con ciò verrà forse questa trattenuta nella sua orbita. Comunque però, sebbene la potenza della gravità non è sensibilmente diminuita nella piccola mutazion di distanza, alla quale noi potiamo scostarci dal centro della terra; ciò non ostante può ben farsi, che all' altezza della Luna, questa potenza sia molto differente nella sua forza da quello, ch' ella si è qui. Per estimare qual può esser il grado di questa diminuzione, egli considerò in sè stesso, che se la Luna sia ritenuta nella sua orbita dalla forza della gravità, senza dubbio li Pianeti Primarj sono portati intorno al Sole da una simile forza. E comparando li periodi di diversi Pianeti con le distanze loro dal Sole, trovò, che se qualche potenza come la gravità, li trattiene nei loro corsi, la sua forza dee diminuire in proporzion duplicata all' aumentarsi della distanza. Ciò egli conchiudeva supponendo,*

che

che si muovano in circoli perfetti, concentrici al Sole, da' quali non sono molto differenti le Orbite della più gran parte di loro. Supponendo dunque, che la potenza della gravità, quando si stenda sin' alla Luna, diminuisca nella medesima maniera, ei calcolò, se quest'a forza era sufficiente a conservar nella sua Orbita la Luna. In questo computo, essendo lontano da' libri, egli si appigliò al comun calcolo, ch' era in uso tra li Geografi, e li nostri uomini di marina, innanzi che Norvvood misurasse la terra; cioè che 60. miglia Inglesi si contengano in un grado di latitudine nella superfizie della terra. Ma come questa si è una supposizione molto fallace, contenendo ciascun grado incirca 69. ½ miglia delle nostre, il suo computo non corrispose all' espettazione: onde conchiuse, che qualche altra causa doveva per lo meno congiungersi coll' azione della potenza di gravità sopra la Luna. Su questa considerazione egli pose da parte per allora ogni ulteriore ricerca sopra questa materia. Ma dopo alcuni anni, una lettera, ch' egli ricevette dal Dottor Hook, lo portò a ricercare qual fosse la real figura, in cui scende un corpo lasciato cadere da qualche luogo in alto, prendendo in considerazione il moto della terra intorno al suo asse. Avendo un tal corpo lo stesso moto, che il luogo, onde scende, per la rivoluzion della terra, si dee considerarlo come un corpo lanciato innanzi, e che nello stesso tempo discende verso il centro della terra. Questa fu l' occasione di fargli riassumere li suoi primi pensieri, concernenti la Luna; e avendo il Picart in Francia ultimamente misurata la terra, usando le sue misure, parea, che la Luna fosse ritenuta nella sua Orbita puramente dalla potenza di gravità, e che in conseguenza cotesta potenza diminuisca secondo l' allontanamento dal centro della terra, nella maniera, che il nostro Autore aveva primieramente conghietturato. Su questo principio trovò, che la linea descritta da un corpo cadente sia un' ellipsi, che ha per foco il centro della terra. E movendosi in tali orbite li Pianeti Primarj attorno al Sole, egli ebbe la soddisfazion di vedere, che questa ricerca, la quale egli aveva intrapresa unicamente per curiosità, fosse applicata a' più importanti disegni. In appresso egli compose presso a una dozzina di proposizioni, relative al moto de' Pianeti Primarj intorno al Sole. Parecchj anni dopo di tutto questo, certi discorsi, ch'egli ebbe col Dottor Halley, che a Cambridge gli fece una visita, impegnarono il Sig. Cav. If. Nevvton a ripigliar di nuovo la considerazione di questo soggetto; e ciò diede occasione a comporre il Trattato, ch' ei pubblicò sotto il titolo di Principj Mattematici di Filosofia Naturale. Questo Trattato, pieno di una si gran varietà di profonde invenzioni, fu da lui composto appena con alcuni altri materiali, che le poche proposizioni qui sopra mentouate, nello spazio di un' anno, e mezzo.

Sebbene la sua memoria era molto decaduta, io trovai, ch' egli intendeva perfettamente li suoi scritti, contro ciò, che aveva udito sovente nel discorso da più persone. Cotesta lor' opinione potrebbe esser nata per avventura dal non esser' egli stato sempre pronto a parlar di questi soggetti, anche quando si

do si poteva aspettar, che lo dovesse fare. Ma quanto a ciò, si può rimarcare, che li genj grandi sono frequentemente soggetti ad esser disapplicati, non solo per rapporto alla vita comune, ma riguardo ancora a qualche parte della scienza, di cui sono ottimamente informati. Gl' Inventori sembrano tesoreggiare nel loro spirito, quello, che hanno essi ritrovato, diversamente da quel che fanno gli altri, che non hanno cotesta facoltà inventiva. Li primi, quando hanno occasione di produrre li loro pensieri, sono a qualche misura obbligati immediatamente a rintracciar parte di quello, che loro manca. Perciò essi non sono egualmente disposti in ogni tempo; cosicchè è sovente avvenuto, che que' tali, che ritengono le cose principalmente per uno sforzo di memoria, sono sembrati di gran lunga più abili, che li medesimi discopritori.

Quanto ai morali ornamenti del suo spirito, essi erano tanto ammirabili, quanto li suoi altri talenti. Ma questa è una messe copiosa, che io lascio da coglier' agli altri. Io tocco sol quello, che ho sperimentato io medesimo nel corso dei pochi anni, che ho goduto della sua amicizia. Io discoprj questo immediatamente in lui, che tutto ad un tempo mi sorprendeva, e mi allettava; nè la sua estrema avanzata età, nè la sua universal riputazione l'hanno reso giammai o nella sua opinione ostinato, o elato in alcun grado. Io ho avuta occasione di averne cotidiane sperienze. Le rimarche, che io continuamente gli spediva per lettere, sopra li suoi Principj, erano ricevute con l' ultima bontà. Questo fu sempre così lontano dal dispiacergli in parte alcuna, che per lo contrario gli dava occasione di parlar quantità di cose di me a' miei amici, e di onorarmi con una pubblica testimonianza della sua buona opinione. Egli pure approvò del seguente trattato una gran parte di quello, che noi leggemmo insieme. Siccome molte alterazioni si fecero nella nuova edizione de' suoi Principj, così se ne avrebbero fatte ancora più, se vi fosse stato un tempo sufficiente. Ma qualunque cosa di questo genere possa giudicarsi mancante, procurerò di supplirla nel mio comentario sopra questo libro. Io aveva motivo da pensare, ch' egli aspettasse una tal cosa da me, e intesi di averlo pubblicato durante sua vita, dopo che fec' imprimere il seguente discorso, ed un trattato mattematico, che il Sig. Cav. Is. Nevvton scrisse già da molto tempo, concernente li primi principj delle flussioni, che io ottenni da lui per pubblicarlo. Io ho esaminati tutti li calcoli, e preparata una parte delle figure; ma come l' ultima parte del trattato non è mai stata finita, era per lasciarmi alcune carte in ordine a supplir quello, che vi mancava. Ma la sua morte impedì questo dissegno. Quanto al mio comento sopra li Principj, io intendo di dimostrarvi qualunque cosa il Sig. Cav. Is. Nevvton ha posta senza un' espressa prova, e di spiegar quelle espressioni nel suo libro, che io giudicherò necessario. Questo comento sarà messo ben tosto sotto al torchio, unito a una traduzione Inglese de' suoi Principj. Un ragguaglio più particolare del mio intero dissegno è stato di già pubblicato nelle nuove memorie di Letteratura per il mese di Marzo 1727.

AVVERTIMENTO.

NOn si suppone in quest'Opera il moto della Terra, che come un Principio di più facile spiegazione dei Fenomeni Naturali, e di maggior coerenza con le parti di essa Opera, di quello sia il Principio, o la Ippotesi contraria. Onde li Lettori discreti potranno giudicare solo relativamente, e non assolutamente di quello troveranno quì concernente una tal quistione.

INTRODUZIONE.

1. LA maniera, nella quale ha pubblicate le sue discoperte Filosofiche il Sig. Kav. Is. Nevvton, le fa esser'occulte, e sconosciute a coloro, che non hanno fatto delle mattematiche il loro Studio particolare. Aveva egl'invero intenzione una volta di esporre in un modo più famigliare quella parte de'suoi ritrovamenti, che concerne il sistema del Mondo; ma dopo una ulterior riflessione si mutò di parere. Imperciocchè come la natura di queste discoperte le rende incapaci ad essere provate con altri Principj, che con li geometrici; così egli apprendeva, che quelli, che non avessero pienamente intesa la forza de' suoi argomenti, a gran pena vi si sarebbero arresi per cangiar li primi sentimenti con nuove opinioni, così differenti da quanto erasi già comunemente ricevuto. (a) Per tanto egli amò piuttosto di spiegarsi a' soli Lettori mattematici: ed abbandonò l' attentato d' istruire de' suoi Principj que'tali, che per non comprendere il suo Metodo di ragionare, alla prima vista delle sue discoperte, non sarebbero restati persuasi della loro verità. Ma dipresente, poichè le dottrine del Sig. Kav. Is. Nevvton sono intieramente confermate dalla unanime approvazione di tutti quelli, che sono qualificati di cognizione per intenderle, egli è fuori di dubbio esser' affatto desiderabile, che l' intero dei suoi miglioramenti in Filosofia universalmente possa conoscersi. A questo fine per tanto ho ordinato il seguente scritto, per dar' una nozion Generale delle invenzioni del nostro grande Filosofo a que'tali, che non sono preparati a legger la sua opera stessa, e nondimeno desidererebbero d' esser' informati del progresso, ch' egli ha fatto nella cognizion naturale; non dubbitando, che oltre quelli, il cui genio gli ha posti nella carriera degli Studj mattematici, molti non ve ne siano, che prenderebbero un gran piacere in gustar di questa deliziosa sorgente di cognizione.

a *Phil. Natur. Princ. Math. Lib. III. Introduc.*

2. Ella è una giusta rimarca, fatta su lo spirito umano, che non gli è cosa più convenevole della contemplazione del vero; e che tutti gli uomini sono portati da un forte desiderio di sapere; stimando onorevole il riuscirvi; e per lo contrario tenendo per cosa misera, e turpe lo sbagliare, creder' il falso, e l'esser' in qualunque modo ingannato. E questo sentimento da nissuna cosa vien più confermato, che dalla inclinazione degli uomini

 mini

mini ad informarsi delle operazioni della natura: la qual dispoſi zione a ricercar le cagioni delle coſe è così generale, che tutti gli uomini di lettere, credo io, ne ſon dominati. Nè di ciò è difficile l'aſſegnar la ragione, ſe conſideriamo ſolamente, che il noſtro deſiderio di ſapere è un'effetto di quel guſto per il ſublime, ed il bello nelle coſe, che principalmente fa la differenza tra la vita umana, e quella de' bruti. Queſti animali inferiori partecipano con noi de' piaceri, che immediatamente ſono da'ſenſi, e dagli appetiti corporei originati; ma il noſtro ſpirito è fornito di un ſenſo ſuperiore, per cui è capace di ricevere varj gradi di diletto, ove le creature, che ſono al di ſotto di noi, non concepiſcono alcuna differenza. Quindi viene quel ſeguito di grazie, e di eleganze, che ſi raviſa ne' noſtri penſieri, ed azioni, e in tutte le coſe, che ci appartengono, e che fanno l'impiego principale dello ſpirito attivo dell'uomo. Li penſieri della mente umana hanno troppo d'eſtenſione per eſſer confinati ſolamente al provvedimento, ed al godimento di ciò, ch'è neceſſario per il ſoſtegno della noſtra vita. Queſto guſto è quello, che ha fatto naſcer la Poetica, l'Oratoria, e tutte le ſpezie di letteratura, e di cognizione. Quindi noi proviamo un gran piacere nel concepire con forza, e nell'apprender chiaramente, anche dove le paſſioni non c'intereſſano. Li raziocinj chiari non ſolo appariſcono belli; ma quando ſono poſti nella ſua forza, e dignità, partecipano del ſublime, e non ſolo piacciono, ma toccano, e muovono. Queſta è la ſorgente del forte deſiderio, che abbiamo della cognizione; e lo ſteſſo guſto per il ſublime, e per il bello ci porta particolarmente a ſceglier le produzioni della natura per ſuggetto della noſtra contemplazione; avendo il noſtro Creatore talmente adattati li noſtri ſpiriti alla condizione, in cui ci ha poſti, che tutte le ſue Opre viſibili, prima, che ne ricercaſſimo la natura, imprimeſſero in noi le più vive idee di bellezza, e di magnificenza.

3. Ma ſe vi è una sì forte paſſione negli ſpiriti contemplativi per la natural Filoſofia; certamente debbono queſti tali ricevere un particolar piacere nell' eſſer' informati delle diſcoperte del Sig. Kav. Is. Nevvton, che ſolo è ſtato abile a fare ogni gran progreſſo nel vero cammino, che conduce alla Cognizion naturale; laddove queſto importante ſuggetto era ſtato trattato per lo addietro con tal negligenza, che non vi ſi potrebbe riflettere ſenza eſſer ſorpreſo. D'alcuni pochi infuori, che ſeguendo un metodo più ragionevole, acquiſtarono qualche poco di vera cognizione in alcune parti della natura; gli Scrittori di queſta Scienza ne

ne avevano generalmente trattato in un tal modo, come se stimassero, che nissun grado di certezza vi si potesse sperare giammai. Il costume era di far delle conghietture ; e se dopo averle comparate con le cose, vi compariva qualche sorte di convenienza, sebbene imperfetta, ciò si teneva per sufficiente. E nello stesso tempo nulla men si curava, che un'intero sistema, e che penetrasse tutto d'un colpo le grandi profondità della natura; come se le occulte cagioni degli effetti naturali, ordinate, e prodotte da una infinita Sapienza fossero da esaminarsi con una sprezzante intrapresa de' nostri deboli intendimenti. Laddove il solo metodo, che possa darci qualche speranza di successo in questa difficile impresa, è di fare le nostre ricerche con l'ultime precauzioni, ed a lenti passi. E dopo tutte le nostre più diligenti fatiche, una massima parte della natura, non v'ha dubbio, resterà sempre fuori della nostra portata.

4. Questa negligenza de'mezzi proprj per dilatar la nostra cognizione, unita alla presunzione dell'attentato di sapere quello, ch'è totalmente sopra le nostre limitate facoltà, il Sig. Bacon giudiziosamente osserva essere stato un grande impedimento al possesso della scienza. (*a*) Per verità quell'eccellente Personaggio è stato il primo, ch' espressamente scrivesse contro questa maniera di filosofare ; e ne ha scoperta estesamente l' assurdità nel suo ammirabil Trattato, intitolato: *Novum Organum Scientiarum*; e vi ha ancora descritto il vero metodo, che si dovrebbe seguire.

a *Nov. Org. Scient. Lib.* 1. *Aphoris.* 9.

5. Non vi sono, dic'egli, che due metodi, che possano tenersi nel cammino alla natural cognizione. Vno è di fare un celere passaggio dalle nostre prime, e superfiziali osservazioni su le cose agli Assiomi generali, ed indi procedere sopra questi assiomi, come sopra Principj certi, ed incontrastabili, senza ulteriori disamine. L'altro metodo, (cui egli osserva esser' il solo vero, ma che non erasi tentato a'suoi tempi) è di procedere cautamente, di avanzar passo a passo, riservando li Principj più generali all'ultimo risultato delle nostre ricerche. (*b*) In ordine al primo di questi metodi, dove le obbiezioni, che hanno apparenza di esser contrarie a qualcuno di quegli assiomi troppo presto stabiliti, si sfuggiscono con certe frivole distinzioni, quando l'assioma stesso dovrebbe esser piuttosto corretto ; (*c*) egli afferma, che gli sforzi congiunti di tutte l'età non possono dargli alcun successo; a causa, che quell' errore originario nella prima digestion dello spirito, com'egli si esprime, non può esser più in tutto il seguito rimediato : (*d*] con che ha egli voluto darci

b *Nov. Org. L.* 1 *aphoris.* 19.

c *Ibid. aph.* 25.

d *aphoris* 30.

ad intendere, che se noi siamo una volta nel cammin falso, niuna diligenza, o Arte, che usar potiamo, finchè noi seguitiamo il nostro corso erroneo, ci porterà giammai al termine divisato. E senza dubbio non può accader' altrimenti; impercciocchè in que'vasti campi della natura, se una volta noi sbagliamo nel porre il passo, noi dovremmo smarrirci incontinenti, e andar'errando per sempre nella incertezza.

Errores radicales, & in prima digestione mentis ab excellentia functionum, & remediorum sequentium non curantur.

6. La impossibilità di successo in un così fallace metodo di filosofare proccura Sua Signoria di confermarla per la quantità delle false nozioni, de' pregiudizj, a cui è esposto lo spirito dell'uomo (*a*) E poichè questo giudizioso Scrittore apprende, che gli uomini sono cotanto soggetti a cadere in queste false maniere di pensare, che corrono un gran pericolo d'esserne sviati, anche quando entrano nel vero cammino della natura; (*b*) io spero, che sarò scusato, se insistendo un poco particolarmente sopra quest'argomento, proccurerò di rimovere qualunque pregiudizio di questa sorte, che potesse imbarazzare lo spirito di alcuno de' miei Lettori.

a *Aph.* 38.
b *Ibid.*

7. Sua Signoria ha ridotti questi pregiudizj, e questi falsi modi di concepire sotto quattro Capi distinti. (*c*)

c *Aph.* 39.

8. Il Primo Capo abbraccia quelli, a cui siamo soggetti per la condizione stessa della umanità, per la debolezza de' nostri sensi, e delle facoltà dello spirito; (*d*) poichè la sottigliezza della natura, come quest' Autore rimarca, di gran lunga eccede la maggior sottigliezza de' nostri sensi, o li più acuti ragionamenti. (*e*) Uno de'falsi modi di concepire, di cui fa egli menzione sotto a questo Capo, è il formare a noi stessi una fantastica semplicità, e regolarità nelle cose naturali. Ciò egli dichiara con gli esempi seguenti: concepire, che li Pianeti muovano in circoli perfetti; aggiunger' una sfera del fuoco agli altri tre elementi, e suppor, che ciascuno di essi superi l'altro in rarità, in una certa proporzion decupla. (*f*] E della stessa natura si è l'asserzion di *Descartes*, senz' alcuna prova, che tutte le cose son fatte solamente di tre sorte di materia; (*g*) come ancora l'opinione di un' altro Filosofo, che la luce passando per differenti mezzi si rifranga in maniera, che avanzi per quella via, per cui abbia a muovere più speditamente, che per qualunque altra. (*h*) La seconda erronea disposizione di spirito, che considera Sua Signoria sotto a questo Capo, si è, che tutti gli uomini, hanno qualche grado di passione, o d' affetto per alcune nozioni, di cui si sono una volta imbevuti; ond' è, che bene spesso stravolgono le cose per accordarle con quelle nozioni, e trascurano la consi-

d *Aph.* 41.
e *Aph.* 10. 24.
f *Aph.* 45.
g *Princ. Phil. par.* 3. §. 52.
h *Fermat. in op. pag.* 156. *&c.*

confiderazione di qualunque cosa, che non li porti ad accordarle con esse; come fanno coloro, che sono attaccati all'astrologia giudiziaria, all'osservazioni dei sogni, ed altre simili superstizioni; li quali conservano fedelmente la memoria d' ogni accidente, che serve a confermar li loro pregiudizj, e si lasciano scappar dalla mente tutti gli esempj, che lor fanno contro. (*a*) Vi è pure un' altro impedimento alla vera cognizione, menzionato sotto al medemo Capo da questo nobile Autore, ed è, che laddove per la debolezza, ed imperfezione de' nostri sensi ci sono nascoste più cose, che hanno una grandissima parte nel produr le apparenze naturali, li nostri spiriti sono ordinariamente più toccati da quello, che fa la più forte impressione su li nostri organi de' sensi; con che noi siamo portati a giudicare dell' importanza reale delle cose in natura con una falsa misura. (*b*) Così, perchè la figura, ed il moto de' corpi feriscono li nostri sensi più immediatamente, che la maggior parte delle altre lor proprietà, *Des Cartes*, e li suoi seguaci non vogliono riconoscere altra spiegazione delle apparenze naturali, che dalla figura, e dal moto dalle parti della materia. Dal qual' esempio vediamo, quanto giustamente Sua Signoria osserva, che questa sorgente di errore è la più grande di tutte, (*c*) poichè ha data l'origine ad un principio fondamentale di un sistema di Filosofia, che non ha gran tempo, era in possesso di una riputazion' universale.

a *Nov. Org. Aph.* 46.

b *Aph.* 50.

c *Ibid.*

9. Questi sono li principali di quegli ostacoli alla Cognizione, che questo Autore ha ridotti sotto il suo primo Capo di falsi concetti. Il secondo contiene gli errori, a cui le persone particolari sono in ispezialità più soggette. (*d*) Uno di questi è la conseguenza di una precedente osservazione; che come noi siamo esposti ad essere schiavi di qualche opinione, che una volta preso abbia possesso del nostro spirito; così in particolare la Cognizion naturale è stata fortemente corrotta da un grande attacco degli uomini a qualche parte di questa Scienza, di cui si riputavano gl' inventori, o intorno a cui avevano speso il più del suo tempo: e quindi si sono persuasi, ch' ella fosse di un più grande uso nello studio della Filosofia naturale, di quello, che infatti ella fosse; come Aristotele, che riduceva la sua Fisica a dispute di Logica; e li Chimici, che pensano, potersi la natura disserrar solamente dalla forza de' loro fuochi. (*e*) Alcuni ancora sono tutti portati da una eccessiva venerazione per l' antichità; altri da una troppo grande passione per li moderni: pochi avendo li loro spiriti, così ben bilanciati, che nè abbassino il merito degli antichi, nè disprezzino li reali miglioramenti degli ultimi tem-

d *Aph.* 53.

e *Aph.* 54.

pi.

a Aph. 56. pi- (a) A questo si aggiunge da S. Signoria una differenza nel genio degli uomini, che alcuni sono più abili ad osservar la somiglianza, ch'è nelle cose, mentre altri sono più qualificati a discerner le particolarità, in cui non convengono; le quali due disposizioni di spirito son'elleno utili invero; ma in pregiudizio della Filosofia gli uomini son troppo atti a dar nell' eccesso in ciascuna; mentre li genj d'una sorte si fermano troppo su'l grosso, ed alla somma delle cose, e gli altri sopra minuzie di niun momento, e sopra ombratili distinzioni. (b)

b Aph. 55.

10. Sotto al terzo Capo de' pregiudizj, e delle false nozioni considera questo Scrittore quelle, che nascono dall' uso incerto, e indefinito de' termini nel discorso ordinario, che cagiona grande ambiguità, e incertezza nelle discussioni Filosofiche (come un'altro eminente Filosofo ha già dimostrato più estesamente (c) di modo che questo nostro Autore pensa, che appena sia egli un' infallibile rimedio contro questo inconveniente, il definirsi rigorosamente li termini. (d) E per avventura non ha poca ragione in questa parte; imperciocchè il comun senso disaccurato delle parole, non ostante la limitazione loro apportata dal definirle, si presenta così costantemente allo spirito, che si ricerca una gran cautela, e circospezione, per non restarne ingannato. Noi abbiamo di ciò un'esempio eminente nelle gran dispute, che si sono eccitate su l'uso della parola Attrazione in Filosofia; di cui faremo dipoi obbligati a fare una particolar menzione: (e) Le parole, contro di cui dobbiamo così porc' in guardia, son di due sorte. Alcune sono nomi di cose solamente immaginarie; (f) tali parole debbonsi rigettare affatto. Ma ve ne sono delle altre, che alludono a qualche cosa di reale. Sebbene il loro significato è confuso; (g) e queste ultime si dee continuar necessariamente ad usarle; ma il lor senso si ha da far chiaro, e liberarlo, quanto è possibile, dall'oscurità.

c Lo Ke Dell'Intendim. Umano, Lib. III.

d Nov. Org. Aphor. 59.

e Nella Conclus.

f Nov. Org. Aph. 59. Lib. I.

g Ibid. Aph. 60.

11. L'ultimo Capo generale di questi errori comprende que', che nascono dalle varie sette di false filosofie; che quest' autore divide in tre spezie, Sofistica, Empirica, e Superstiziosa. (h) Per la prima di queste egl'intende una Filosofia fabbricata sopra speculazioni solamente, senza sperimenti; (i) per la seconda, dove gli sperimenti si trovano alla cieca accozzati, senza ragionarvi sopra: (K) e per la terza false opinioni della natura, radicate nelle menti umane, o per false religioni, o per ispiegazioni non intese della vera. (l)

h Ibid. Aph. 62.

i Aph. 63.

k Aph. 64.

l Aph. 65.

12. Questi sono li quattro canali principali, d'onde pensa il giudizioso Scrittore, che siansi diramati fra gli uomini gli erro-

ri Filosofici. E rettamente osserva, che il falso metodo di proceder in Filosofia, contro di cui egli scrive, (*a*) è così lontano dall'assisterci nel superar questi pregiudizj, che apprende piuttosto contribuisca a confermarli maggiormente nello spirito. (*b*) Quanto ha perciò di ragion S. Signoria a chiamar questo metodo di filosofare il padre dell' errore, ed il veleno della cognizione? (*c*) E che altro invero, che inganni, può partorire una così ardita, e presuntuosa maniera di trattare con la natura? Abbiamo noi la sapienza necessaria a produrre un mondo, che troviam così facile, ed un'opra così superfiziale il penetrar nelle più secrete sorgenti della natura, e discoprire le cause originali delle cose? quali chimere, quai mostri non ha dati alla luce un metodo così stravolto? Quai pensamenti, e quali Ippotesi de' più sottili ingegni non ha una più esatta ricerca della natura, non solo abbattute, ma palesate ancora per ridicole, ed impertinenti? Ogni nuovo miglioramento, che si fa in questa scienza, ci porta a veder di vantaggio la debolezza delle nostre conghietture. Il Dottor Harvey con la sola discoperta della circolazione del sangue ha dissipate tutte le specolazioni, e sovertiti li ragionamenti di più etadi, intorno all'Economia Animale. L'Asellio, allo scoprimento delle vene lattee, dimostrò, quanto poco fondamento avevano tutti li Fisici, e li Filosofi in conghietturare, che la parte nutritiva dell' alimento fosse assorbita dalle bocche di quelle vene, che sono sparse su le budella; ed il Pecquet ritrovando il canale Toracico, evidentemente provò la vanità dell' opinione, che si aveva tenuta dopo conosciuti li Vasi Lattei, che il sugo dell' alimento fosse inviato al fegato immediatamente, e vi si convertisse in sangue.

a *Ved. di sop. §. 4. 5.*
b *Nov. Org. L. I. Aph. 69*
c *Ibid.*

13. Come queste cose mostrano la grande assurdità, del proceder in Filosofia sopra conghietture, con l' informarci di quanto le operazioni della Natura sono al di sopra de' nostri bassi concepimenti; così dall' altra parte tali esempj di successo, con la scorta di un metodo più giudizioso, dimostrano, che il nostro benefico Creatore non ci ha lasciati intieramente sprovvisti di tutti li mezzi per gustar' il piacere della contemplazione della sua infinita Sapienza. Che ricercando la natura per il buon cammino, non si manchi di arrivar' a discoperte, che sembrano le più rimote dai nostri pensieri, lo stesso Lord Bacone lo argomenta dalla sperienza degli uomini. Se, dic'egli, la forza di una palla di Cannone si descrivesse ad un' ignorante, solo da' suoi effetti, egli potrebbe ben ragionevolmente supporre, che questi stromenti di distruzione fossero una composizion più artifiziale, di quante avesse vedute, di

ruote,

ruote, ed altre macchine di mecanica; ma non entrerebbe giammai nel suo pensiero, che la lor forza immensa fosse dovuta ad una sostanza particolare, la qual si accendesse a far' un' esplosione così violenta, che sperimentasi nella polvere da Cannone: poichè egli non avrebbe ove veder' il minor' esempio di tal'operazione, se non forse ne' tremuoti e ne' tuoni, ch' egli riguarderebbe senza dubbio, come sublimi Potenze della Natura, che di gran lunga sorpassano tutta l' arte degli uomini per imitarle. Nella stessa maniera, se ad uno straniero, che ignorasse l' origine della seta, si facesse veder' un' abito fatto di quella, egli sarebbe ben lontano dall' immaginarsi, che una sostanza così forte, fosse un filo prolungato delle budella di un picciol verme; ma ei la riputerebbe od una sostanza vegetabile, come lino, o bombagia; o la coperta natural di qualche animale, come la lana di una pecora. Oppure, se prima della invenzione dell' Ago magnetico fra noi altri, ci fosse stato detto, che un' altro popolo era in possesso di un certo stromento, per cui mezzo poteva scoprire la positura del Cielo, molto più facilmente di quel, che noi sapremmo fare; chi non sarebbesi immaginato, che quel Popolo fosse dunque provveduto di stromenti astronomici, migliori dei nostri per quest' effetto? Che una pietra avesse una proprietà così stupenda, che noi ritroviam' ora nella calamita, sarebbe stata la cosa più lontana dai nostri pensieri. (*a*)

a *ib. Aph.* 109.

14. Ma quali prodigiosi avanzamenti nella cognizione della natura possano farsi, seguendo il vero cammino nelle ricerche Filosofiche, quando queste ricerche siano condotte da un genio eguale alle Divine sue Opre, si comprenderà bene dal considerar le scoperte fatte dal Sig. Kav. If. Nevvton. Perchè il mio Lettore possa formarne un' idea così giusta, che se gli può comunicare, con un breve ragguaglio, che io intendo di metter quì sotto a' suoi occhj; io fo' apparte questa Introduzione per ispiegare nella maniera più piena, che io posso, li Principj, su cui procede il Sig. Kav. If. Nevvton. Imperciocchè senza averne un chiaro concetto, è impossibile formar alcuna vera idea della singolar eccellenza delle invenzioni di questo grande Filosofo.

15. Li Principj dunque di questa Filosofia sono, che per nissuna considerazione si dee mai condiscender' a conghietture fatte su le Potenze, e le Leggi della Natura, ma si dee metter tutta la nostra attenzione, tutta la diligenza in ricercar le leggi vere, e reali, secondo le quali si regola la costituzion delle cose. La prima cura di un Filosofo ha da essere di distinguer ciò, ch' ei vede esser dentro, da quello, che è fuori della sua portata; non attri-

attribuirsi un maggior grado di cognizione di quello, che trova di possedere; ma avanzare a passi lenti, e riguardati; indagar per gradi le Cagioni Naturali, assicurarsi della cognizione delle cause più immediate d'ogni apparenza, prima di estender le sue viste alle più rimote. Questo è il metodo, con cui si dee coltivar la Filosofia; che non pretende a cose così grandi, come sono le più spiritose specolazioni; ma che ne manderà ben più ad effetto: Sembreremo forse con ciò più inabili a saper tanto; ma la nostra cognizion reale sarà maggiore. E certamente non si può far valere contro il nostro metodo ciò, che alcuni promettono, e che si avvicina di più all'estensione delle nostre brame; poichè questo se non c'insegna tutto quello, che noi vorremmo sapere, ci apre però qualche vera veduta in natura; il che non fa l'altro metodo. Nè ha il Filosofo alcuna ragion da pensare la sua fatica perduta, quando si trova arrestato alla prima causa da lui discoperta, o a qualche altra causa più rimota, ma che non sia l'originaria; imperciocchè s' egli non ha provata a sufficienza alcuna causa, egli avrà però tanto penetrato nella costituzion reale delle cose, che avrà dati agli altri dei fondamenti sicuri per fabbricarvi poi sopra, e facilitare le loro intraprese nelle ricerche delle cagioni più lontane; e frattanto potrà egli stesso applicar la cognizione di queste cause intermedie, o subordinate a una quantità di utili dissegni. E in verità l'esser' abile a far delle pratiche diduzioni dalle Cause Naturali, forma una gran distinzione tra la vera, e la falsa Filosofia. Cagioni assunte per una conghiettura, saranno così slegate, ed indefinite, che niuna cosa particolare se ne potrà mai didurre. Ma quelle cause, che sono tirate alla luce da un rigoroso esame delle cose, sono ben qualche cosa di più distinto. Quindi apparisce, non essere stata inutile discoperta quella, che l' ascender dell' acqua nelle trombe deesi alla pressione dell'aria per il suo peso, o per lo suo sforzo di dilatarsi; sebbene le cause, che fanno l'aria esser grave, od elastica, non siano note; imperciocchè sebbene ignoriamo la cagion' originale, da cui queste potenze dell' aria dipendono, potiamo ricever ciò non ostante molti vantaggi dalla nuda conoscenza di tali Potenze. Se noi siam certi del grado di forza, con cui esse agiscono, conosceremo l'estensione di ciò, che si dee da loro aspettare; conosceremo la maggior altezza, a cui è possibile far salir l'acqua per le trombe; e con ciò risparmieremo agli uomini alcuni inutili sforzi, di perfezionare questi stromenti, oltre li limiti prescritti loro dalla natura; laddove senza una tal cognizione noi potremmo probabilmente gettar molto di tempo, e di fati-

ca in attentati di questa sorte. Quanto lungamente si sono affaccendati li Filosofi senza successo a proccurar di perfezionare li Telescopj, col lavorar li vetri con qualche nuova figura; finchè il Sig. Kav. Is. Nevvton dimostrò, che gli effetti de' Telescopj erano limitati da una causa differente da quella, che supponevasi; a cui niuna alterazione nella figura dei vetri avrebbe rimediato? Qual metodo abbia ritrovato lo stesso Sig. Kav. Is. Nevvton per il miglioramento de' Telescopj, sarà spiegato a suo luogo. [a] Ma io passerò di presente ad illustrare con qualche altro esempio questo carattere distintivo della vera Filosofia, che ora stiamo considerando. Non è stata una discoperta di poco momento, che la contrazione de' muscoli negli animali ponga le lor membra in moto, sebbene la causa originaria di questa contrazione rimanga un secreto, e per avventura sia sempre per rimanerlo; imperciocchè la cognizione di questo tanto solamente ha fatte nascer quantità di specolazioni su la forza, e l'artifiziosa disposizione de' muscoli, ed ha aperta una vista considerabile nella fabbrica dell' Animale. Ritrovare, che li nervi sono grandi agenti in questa funzione; ci porta ancora più d'appresso alla cagione originale, e ci somministra una veduta più estesa del Soggetto. E ciascuno di questi passi ci assiste per ristorar questo moto animale, quando accade, che venga meno in noi stessi, rimarcando la sede dei mali, a cui egli è sottoposto. Il trascurar tutto questo, perchè sin'ora non si è avanzato di più, è chiaramente ridicolo; se da tutti si confessa, che Galilleo perfezionò altamente la Filosofia, col dimostrare, come poscia lo rapporteremo, che la potenza nei corpi, che chiamasi gravità, li fa muover abbasso dall' alto con una velocità equabilmente accelerata; (b) e che quando si getta un corpo innanzi, la stessa potenza gli fa descrivere col suo moto quella linea, che da' Geometri è detta Parabola; (c) e pure noi siamo all'oscuro di quelle Cause, che fanno gravitar li corpi. Ma sebbene non conosciamo la sorgente, onde deriva questa potenza in natura, nondimeno potiamo calcolarne gli effetti. Quando un corpo cade perpendicolarmente, si sa quanto tempo impiega a discender da qualsivoglia altezza; e s' è gettato innanzi si conosce il sentiero reale, ch' esso descrive; si può determinar con qual direzione, e con qual grado di velocità si dee gettare, per fargli ferir lo scopo desiderato; e si può ancora accertar la forza, con cui ha a ferirlo. Il Sig. Kav. Is. Nevvton ci ha insegnato dippiù, che questa potenza di gravitazione si estende sopra la Luna, e fa gravitar questo Pianeta verso la Terra, quanto sarebbe ogni corpo di quelli, che ci son quì famigliari, se fos-

a *Lib.* 3. *cap.* 4.

b *lib.* 1. *cap.* 2. §. 14.

c. *Ibid.* §. 85. &c.

se posto alla stessa distanza (*a*) egli ha provato similmente che tutti li Pianeti gravitano verso il Sole, ed uno verso l' altro; e che li loro moti rispettivi seguitano da questa gravitazione. Tutto ciò ha egli dimostrato sopra Principj Geometrici incontrastabili, nè può esser tenuto per una cognizion precaria, per non sapersi che cosa sia, che fà gravitar così scambievolmente li corpi: nè si può dubbitare meno della propensione di tutti li corpi, che ci sono intorno, a discender verso la Terra, che metters' in disputa le proposizioni sopraccennate del Gallileo, che son fondate sopra lo stesso Principio. E come il Gallileo ha dimostrato più pienamente di quel, che innanzi si sapesse, quali effetti abbia a produrre nel moto de' corpi la loro gravitazion verso la Terra; così il Sig. Kav. Is. Nevvton, con questa sua invenzione, ha promossa cotanto la nostra cognizione ne' moti celesti. Col discoprir, che la Luna gravita verso il Sole così bene, che verso la Terra, ha sciolti quegl'imbarazzi nel moto della Luna, che nissun Astronomo con le sole osservazioni avrebbe sviluppati giammai: (*b*) ed una sorte di corpi celesti, che son le Comete, ha di presente il suo moto certificato, di cui non si aveva per l'addietro alcuna vera conoscenza (*c*).

a *ved. lib. 2. cap. 3. §. 3. 4. di questo trattato.*

b *Ibid.*

c *Ibid. cap. 4.*

16. Si dovea, non v' ha dubbio, aspettare, che un tal sorprendente successo avesse a impor silenzio una volta ad ogni cavillazione; ma si è veduto l'opposto. Imperciocchè professando questa Filosofia modestamente di trattenersi dentro l' estensione delle nostre facoltà, e confessando le sue imperfezioni più tosto, che fare alcun' inutile sforzo per occultarle, col cercar di coprire li difetti nella nostra cognizione con una vana ostentazione di ardite, e ruinose congthietture; si ha presa quindi un' occasione d'insinuare, che noi ricorriamo a cagioni miracolose, ed all' occulte qualità delle Scuole.

17. Ma la prima di queste accuse è bizzarra. Se col chiamar queste cause miracolose, non s' intende altro, se non che sovente appariscono a noi mirabili, e sorprendenti, non è facile veder, qual difficoltà si pretende quindi dedurre; imperciocchè le Opere della natura discoprono ad ogni passo tali prove di una potenza illimitata, e di una consumata Sapienza del loro Autore, che più se n' intende, più ecciteranno esse la nostra ammirazione: ed è troppo manifesto, per avervi quì da insistere, che la parola miracoloso non può quì aver luogo, quando importi ciò, ch'è al di sopra del corso ordinario delle cose. L' altra imputazione, che queste sono cagioni occulte, perchè non si comprende ciò, che le produce, contiene in sè un grand' e-

quivoco. Che siavi qualche cosa di simile a quelle nascosto in questa Filosofia, li suoi seguaci sono pronti a confessarlo, e vorrebbero certamente, che questo si rimarcasse esattamente, per determinare l'oggetto proprio delle ricerche avvenire. Ma questo proceder è ben differente da quello degli Scolastici nelle cause da lor dette occulte. Imperciocchè come s'intendeva, che le loro qualità occulte oprassero in una maniera occulta, e non intesa da noi; così s'erano quelle intruse per tali originarie, ed essenziali qualità ne' corpi, che facevano vana ogni ricerca di cause ulteriori; e si attribuiva loro una maggior potenza di quello, che fosse autorizzata dalle apparenze naturali. Per esempio, l'ascender dell'acqua nelle trombe attribuivasi ad un certo abborrimento del vacuo, ch'essi pensavano di dover dare alla natura. E in tanto quest'era una vera osservazione, in quanto l'acqua muove in una maniera contraria al suo corso ordinario, nello spazio, che sia vuoto d'ogni sensibil materia; e il proccurare un tal vacuo, era l'apparente cagione dell'ascendervi dell'acqua. Ma non restando noi punto informati, come questa potenza, chiamata un'abborrimento del vacuo, produca de' visibili effetti; invece di far' alcun' avanzamento nella conoscenza della natura, noi diamo solamente un nome artifiziale ad una delle sue operazioni: e quando la specolazione si fosse portata così avanti, oltre quello, che ogni apparenza ricercava, che si avesse conchiuso, questo abborrimento del vacuo esser'una potenza inerente in tutta la materia, e così illimitata, che ne rendesse assolutamente impossibile l'esistenza; ne nasceva poi una maggiore assurdità nel farla il fondamento della più ridicola maniera di ragionare, come infine apparve evidentemente quando si venne a scuoprire, che quest'alzarsi dell'acqua seguiva solamente dalla pressione dell'aria, e non si estendeva più, che la potenza di questa causa. Lo stile scolastico in discorrer delle qualità occulte, come se fossero differenze essenziali nelle sostanze, di cui son composti li corpi, era certamente assurdo, imperciocchè tendeva a disincoraggire d'ogni ulteriore ricerca. Ma niuna tal conseguenza si può temere dal considerar qualche causa naturale, che non si è scoperta sino alla sua prima sorgente. Come arriveremo noi alla cognizione di varie cause originali delle cose, altrimenti che col munirsi di varie cause intermedie, che potiamo scoprire? Son'elleno così triviali tutte le proprietà originarie, ed essenziali della materia, che niuna d'esse possa sfuggire alla prima vista? Ciò non è probabile. E'molto più verisimile, che se qualche proprietà essenziale si presenta alle nostre

pri-

prime osservazioni, un'esame più rigoroso ci porterebbe ad una maggior discoperta.

18. Ma per isviluppar questo punto concernente le proprietà essenziali della materia, consideriamo con maggior distinzione il soggetto. Abbiamo a concepire, che la materia, di cui l'universo è formato, è dotata di certe qualità, e potenze, che la fanno atta a corrisponder'ai fini, per cui è creata. Ma ogni proprietà, che qualche particola di questa materia possede, e che non è puramente la conseguenza dell'unione, che questa particola ha con le altre porzioni di materia, noi potiamo chiamarla una proprietà essenziale: laddove tutte le altre proprietà, o gli altri attributi spettanti ai corpi, che dipendono dalla lor forma, e composizione particolare, non sono essenziali alla materia di cui que' corpi son fatti; imperciocchè la materia di que' corpi sarà spogliata di queste qualità, solamente per la dissoluzione del corpo, senza oprare alcun cangiamento nella original costituzione di ciascuna particola di questa massa di materia. L'estensione noi apprendiamo esser' una di queste proprietà essenziali, e la impenetrabilità un'altra. Queste due appartengono universalmente a tutta la materia, e sono gl' ingredienti principali dell'idea, che questa parola materia risveglia ordinariamente nello spirito. Pure come l'idea rimarcata con questo nome non è una mera produzione del nostro intendimento, ma si prende per la rappresentazione di una certa sostanza, ch'è fuori di noi così se noi troveremo, che ogni parte di quella sostanza, in cui discuopriamo queste due proprietà, abbia similmente qualche altra proprietà essenziale universalmente, ella dovrà esser' unita con le altre, dal tempo, ch'è arrivata alla nostra notizia, sotto la nostra idea generale di materia. Noi non sappiamo il numero di tutte quelle proprietà di questa natura, che sono attualmente in tutta la materia: quelle, di cui siamo al presente informati, si sono discoperte solamente dalle nostre osservazioni su le cose; quante di più ne potrebbe scoprire una più profonda ricerca, persona non ce'l può dire: nè siamo certi d' esser provvisti di un metodo sufficiente per arrivar a discernerle tutte. Dunque poichè non abbiamo altra via di far discoperte in natura, che per ricerche successive, e fatte per gradi nelle proprietà dei corpi, il nostro primo passo sarà di ammetter senza distinzione tutte le proprietà, che andremo osservando; e poi travagliare, quanto è in noi, a distinguere tra le qualità stesse, di cui son rivestite le sostanze, e quelle apparenze, che risultano solamente dalla struttura de' corpi composti: Alcune delle proprie.

prietà, che osserviamo nelle cose, sono attributi solamente di corpi particolari; altri universalmente appartengono a tutti quelli, che cadono sotto alla nostra notizia. Se alcune delle qualità, e potenze dei corpi particolari, derivino da differente sorte di materia, ch' entri nella loro composizione, non si può assolutamente decidere, nello stato presente della nostra imperfetta cognizione; sebbene non abbiamo ancora alcuna ragion di conchiudere, che tutti li corpi, in mezzo a cui ci troviamo, non siano formati d'una sorte stessa di materia, e le loro qualità distinte non siano cagionate solamente dalla loro differente struttura; per la cui varietà le potenze generali della materia sono determinate a produrre differenti effetti. Dall'altra parte non dobbiamo conchiuder frettolosamente, che qualunque cosa si trova spettar a tutta la materia, che cade sotto al nostro esame, debba per questa sola ragione esserne una proprietà essenziale, e non derivar da qualche sconosciuta disposizione nelle forme naturali. Il Sig. Kav. Is. Nevvton ha pensato di conchiuder ragionevolmente, che la gravità è una proprietà universale spettante a tutti li corpi concepibili nell'Universo, e a ciascuna parte di materia, di cui quelli sono composti. Ma ancora ei non afferma in alcun luogo, che questa proprietà sia essenziale alla materia. Ed è stato sì lungi dall'aver alcun dissegno di stabilirla per tale, che all'incontro egli ha dati dei sentori degni di lui d'una causa di essa (*a*) ed espressamente ha detto, che ha proposti questi saggi per provare, che non aveva alcuna tal'intenzione. (*b*)

a *Al fine della sua Opt. Quest.* 21.
b *vedi lo stesso tratt. nell' avvert.* 2.

19. Quindi apparisce, che non e' facile determinare, quali proprietà dei corpi sono essenzialmente inerenti alla materia, di cui son' essi composti, e quali dipendono dalla loro forma, e disposizione. Ma certamente qualunque proprietà si trovi appartenere o ad alcun particolare sistema della materia, od universalmente a tutta quanta, deve esser considerata in Filosofia; perchè la Filosofia sarebbe altrimenti imperfetta. Se queste proprietà possano esser dedotte da alcune altre spettanti alla materia, o che di già sono note, o tali, che possano esser da noi discoperte, sarebbe invero da ricercare, per una maggior perfezione delle nostre conoscenze: Ma questa ricerca non può aver luogo propriamente, ove si delibera d' ammettere una proprietà della materia, o dei corpi in Filosofia; per questo proposito è sol da considerare, se l' esistenza d'una tal proprietà sia giustamente provata, o no. Dunque a decider quali cagioni delle cose siano rettamente ricevute nella Filosofia naturale, si ricerca solamente un concetto chiaro, e distinto di qual sorte debba esser'un razio-

cinio,

cinio, perchè si riconosca per convincente, quando si argomenta su le Opere della natura.

20. Le prove in Filosofia naturale non possono esser così assolutamente concludenti, come nelle Mattematiche. Imperciocchè li Soggetti di questa Scienza sono puramente Idee del nostro spirito. Possono esser bensì rappresentati ai nostri sensi da oggetti materiali, ma essi sono sempre arbitrarie produzioni de'nostri pensieri; cosicchè fin dove lo spirito può aver'una piena, e adeguata cognizione delle sue proprie idee, il ragionar'in Geometria può esser perfetto. Ma nella cognizion naturale il soggetto delle nostre considerazioni è fuori di noi, e non si conosce tanto perfettamente; dunque il nostro metodo d'argomentare dee mancar' un poco da quella rigorosa, e assoluta perfezione. Quì si ricerca solamente di tenere un cammino di mezzo tra la maniera di proceder conghietturalmente, contro di cui abbiamo parlato, e di esigger prove così rigorose, da ridur tutta la Filosofia ad un puro scepticismo, ed escluder' ogni prospetto di far qualche avanzamento nella cognizione della natura.

21. Le dimande da concedersi, che debbono esser da tutti ammesse in questa Scienza, sono state comprese in pochi semplici precetti dal Sig. Kav. Is. Nevvton.

22. Il primo è, che non si devono ricever più cause in Filosofia di quelle, che bastano per ispiegar le apparenze della natura. Che questa regola sia approvata unanimemente, si fa palese da quell'espressioni, che s'incontrano così sovente appresso tutti li Filosofi, che la natura non fa niente indarno; e che una varietà di mezzi, dove ne bastan più pochi, è superflua. E certamente vi è la più alta ragione di condiscender' a questa regola. Imperciocchè se noi condiscendiamo alla libertà di moltiplicar, senza necessità, le cagioni delle cose, si ridurrebbe tutta la Filosofia ad una mera incertezza; poichè la sola prova, che potiamo avere dell'esistenza di una Causa, è la necessità di essa per produrre un'effetto, che si conosce. Quando dunque basta una Causa, se realmente ve ne fossero due in natura, ch'è nell'ultimo grado improbabile, noi non auremmo mezzo possibile, per conoscerla; e in conseguenza non dobbiamo prender la libertà d'immaginarci, che ve ne sia più di una.

23. Il Secondo precetto è una diretta conseguenza del primo, ch' effetti simili debbonsi ascrivere alle stesse cagioni. Per esempio, che la respirazione negli uomini, e ne'bruti si eseguisce incirca ad un modo; che li corpi discendono in terra quì in Europa, ed in America per un medesimo Principio; che la luce del Fuo-

co

co di cuccina, o del Sole operano della stessa maniera; che la riflessione della luce si fa in Terra, e ne' Pianeti per la stessa potenza, che la riflette, e simili.

24. Il terzo di questi precetti ha una ragione della stessa evidenza. Egli è, che solamente quelle qualità, che in un corpo stesso non possono esser diminuite, o aumentate, e che appartengono a tutti li corpi, di cui è in nostro potere far qualche prova, si debbono annoverar tra le proprietà universali di tutti li corpi.

25. In questo precetto è fondato il metodo di argomentar per induzione, senza di cui non si saprebbe fare alcun progresso in Filosofia naturale. Imperciocchè come le qualità de'corpi si manifestano solamente per la sperienza, non abbiamo altra via da rinvenire le qualità dei corpi, che sono fuori della portata de' nostri sperimenti, che di cavar conseguenze da quelli, che sono al nostro esame soggetti. La sola cautela, che quì si ricerca, è che le osservazioni, e le sperienze, su cui argomentiamo, siano quanto basta, numerose, e che si abbia il dovuto riguardo a tutte le obbiezioni, che occorrono, come Lord Bacon giudiziosamente ha precettato. (*a*) E questa massima è abbastanza osservata, quando in virtù della presente regola noi ascriviamo la impenetrabilità, e la estensione a tutti li corpi, sebbene non abbiamo sperimenti sensibili, che ci somministrino delle prove dirette, che alcuno de'corpi celesti sia impenetrabile, nè che le Stelle fisse siano estese altrettanto. Imperciocchè più son perfetti li nostri stromenti, con cui tentiamo di ritrovare la loro visibile grandezza, minori a noi appariscono; talchè ogni grandezza sensibile, che noi osserviamo in esse, sembra esser solo un' inganno Optico per lo dispergimento della luce. Comunque siasi, io non suppongo, che s'immaginerà alcuno, esser queste senza alcuna grandezza. Sebbene la immensa distanza non ci lascia discernerla. Della stessa maniera, s'egli si può provare, che tutti li corpi gravitano qui verso la terra, e in proporzione alla quantità della materia solida, ch'è in ciascuno; e che la Luna gravita similmente verso la Terra, in propozion della quantità della sua materia; e che il Mare gravita verso la Luna, e tutti li Pianeti un verso l' altro; che le Comete hanno la stessa facoltà di gravitare; noi avremo un'egual ragione per conchiudere, che tutti li corpi gravitano un verso l'altro. Imperciocchè invero la regola presente terrà più forte in questo caso, che in quello della impenetrabilità de'corpi; mentre si avranno quì più esempj del gravitar de'corpi, che dell'esser loro impenetrabili.

a Nov. Org. lib. 1. Ax. 105.

26. Que-

26. Questo si è il metodo d'Induzione, su cui tutta la Filosofia è fondata; che il Nostro Autore dippiù avvalora con quest'altro precetto, cioè che qualunque cosa si ricavi da questa induzione, dev'essere ricevuta, malgrado ogni ipotesi conghietturale in contrario, finchè quella sia contraddetta, o limitata da ulteriori osservazioni su la natura.

AVVERTIMENTO.

NOn ſi ſuppone in queſt'Opera il moto della Terra, che come un Principio di più facile ſpiegazione dei Fenomeni Naturali, e di maggior coerenza con le parti di eſſa Opera, di quello ſia il Principio, o la Ippoteſi contraria. Onde li Lettori diſcreti potranno giudicare ſolo relativamente, e non aſſolutamente di quello troveranno quì concernente una tal quiſtione.

LIBRO

SAGGIO DELLA FILOSOFIA *DEL* CAV. NEVVTON

LIBRO PRIMO.

Concernente il moto dei Corpi in Generale.

CAPITOLO I.

Delle Leggi del Moto.

AVendo in questa maniera spiegato il metodo di ragionar'in Filosofia, seguito dal Sig. Kav. Is. Nevvton, passerò ora a dar'il mio proposto ragguaglio delle sue discoperte. Sono queste comprese in due trattati: In uno de'quali, che ha per titolo: Principj Mattematici di Filosofia naturale, il suo Principal dissegno si è, dimostrare con quali leggi sono regolati li moti celesti; nell'altro, ch' è la sua Optica, egli ragiona della luce, e dei colori, e dell'azione tra la luce, e li corpi. Questo secondo Trattato è intieramente limitato al soggetto della Luce: eccettuate alcune conghietture, proposte al fine, e concernenti altre parti della natura, che sono state fin'ora occulte. Nel primo Trattato il nostro Autore era obbligato di far la strada alla sua Principal'intenzione, con lo spiegare alcune cose d'una natura più Generale: imperciocchè fino alcune delle più semplici proprietà della ma-

teria eranſi appena ſtabilite bene a quel tempo. Noi potiamo dunque ridurre a tre Capi generali la Dottrina del Sig. Kav. Is. Nevvton; e conforme a ciò, dividerò la mia eſpoſizione in tre libri. Nel primo parlerò di quello, ch'egli ha pubblicato, concernente il moto de'corpi, ſenza riguardo ad alcun genere, o ſiſtema particolar di materia; nel ſecondo tratterò de' moti Celeſti; ed il terzo ſarà impiegato ſu la luce.

2. Per quello riſguarda la prima parte del mio diſſegno, dobbiamo cominciar da una eſpoſizione delle leggi generali del moto.

3. Queſte leggi ſono certe affezioni, e proprietà univerſali della materia, cavate dalla ſperienza, che ſervono come di aſſiomi, e di Principj evidenti per argomentare in materia del moto de' corpi. Imperciocchè come è coſtume de' Geometri aſſumer nelle loro dimoſtrazioni certe propoſizioni, ſenza darne la prova; così in Filoſofia tutto il noſtro ragionare dev' eſſere fondato ſopra certe proprietà della materia, che dal bel principio ſi riconoſcano per Principj del noſtro argomentare. In Geometria queſti aſſiomi ſi aſſumono, per eſſer così evidenti, che rendono inutile ogni prova formale; ma in Filoſofia, niuna proprietà della materia può eſſer ricevuta in queſta maniera come evidente per sè ſteſſa; poichè ſi è oſſervato di ſopra, che in propoſito della materia non potiamo coſa alcuna conchiudere, per alcun raziocinio ſopra la ſua natura, ed eſſenza, ma che ne dobbiamo tutta la noſtra cognizione alla ſperienza. Ciò non oſtante, quando le noſtre oſſervazioni ſu la materia, ci hanno informati di qualcheduna delle ſue proprietà, potiamo ſicuramente ragionar ſopra di eſſe nelle noſtre ulteriori ricerche, che riſguardano la ſua natura. E queſte leggi del moto, di cui ho a parlare, ſi trova, che appartengono così generalmente ai corpi, che non conoſciam moto, che non ſia da queſte regolato. Son'elleno ridotte a tre dal Sig. Kav. Is. Nevvton. (*a*)

a Princ. phil. pag. 13. 14.

4. La prima legge ſi è, che tutti li corpi hanno una tale indifferenza al ripoſo, o al moto, che ſe una volta ſi trovano in ripoſo, vi rimangono fin'a tanto, che da qualche Potenza, che operi ſopra di loro, vengano diſturbati; ma ſe una volta ſon poſti in moto, vi perſiſtono, continuando a muoverſi drittamente, e innanzi, per ſempre, dopo che la Potenza, che ha loro dato il moto, è rimoſſa, ed ancora conſervando lo ſteſſo grado di velocità, che loro era ſtato comunicato, nè arreſtando, nè rallentando il lor corſo, finchè non venga interrotto, o in qualche modo fraſtornato da una nuova forza impreſſa.

5. La seconda legge del moto si è, che l'alterazione dello stato di un corpo, sia che dal riposo passi al moto, o dal moto al riposo, o da un grado di moto ad un'altro, è sempre proporzionale alla forza impressa. Vn corpo in riposo, quando opera una qualche Potenza sopra di lui, cede a questa Potenza, muovendosi nella linea stessa, in cui la Potenza è applicata, o diretta; e muove con minore, o maggior grado di velocità, secondo il grado della Potenza; cosicchè doppia Potenza comunicherà doppia velocità, e triplice Potenza rinterzerà la velocità. Se il corpo è in moto, e la potenza impressa agisca su 'l corpo nella direzion del suo moto, il corpo riceverà un'aggiunta al suo moto, sì grande, ch'è il moto, in cui la potenza lo avrebbe posto nel farlo passare dallo stato di quiete al moto; ma se la potenza impressa su'l corpo mosso, agisce con una direzione opposta al primiero suo moto, la potenza toglierà allora dal moto del corpo quanto nell' altro caso gli avrebbe aggiunto. Infine, se la potenza sia impressa obbliquamente, ne risulterà un moto obbliquo differente più, o meno dalla prima direzione, secondo che la nuova impressione sarà maggior' o minore. Per esempio, se il corpo A nella Fig. I. muove nella direzione A B, e quando è al punto A, una potenza venga impressa sopra di lui, nella direzione A C, il corpo non muoverà quindi nè con la primiera direzione A B, nè con la direzione della sopravvegnente forza, ma prenderà un corso fra le due, come A D; e se la potenza ultimamente impressa è eguale a quella, che prima diede al corpo il suo moto, la linea A D passerà nel mezzo tra A B, ed A C, dividendo l'angolo B A C in due parti eguali; ma se la potenza ultimamente impressa è maggior, che la prima, la linea A D inclinerà più ad A C; dove se l'ultima impressione è minor della prima, la linea A D sarà più inclinata ad A B. Per esser più particolare, la situazione della linea A D si determinerà sempre in questa maniera; A E sia lo spazio, per cui un corpo ha da muovere nella linea A B, durante una certa porzion di tempo, purchè questo corpo, quando è in A, non riceva alcun'altro impulso: e supposto ancora, che A F sia una parte della linea A C, per cui il corpo abbia a muovere durante un'egual porzione di tempo, s'era in riposo al punto A, quando riceveva l' impulso nella direzione A C; all'ora se da E si meni una parallela, o sia una linea equidistante in riguardo ad A C, da F un' altra linea parallela riguardo ad A B, queste due linee s'incontreranno nella linea A D.

6. La terza, ed ultima di queste leggi del moto è questa, che quan.

quando un corpo agisce sopra dell'altro, l'azione di questo corpo sopra l'altro vien' eguagliata da una riazione contraria di quell' altro corpo sopra del primo.

7. Sono queste leggi abbondantemente confermate da questo, che tutte li diduzioni, che se ne fanno per rapporto al moto de' corpi, quantunque sian'elleno inviluppate, si trovano convenire perfettamente con le osservazioni. Si dimostrerà questo ampiamente nel susseguente Capo. Ma prima di passar' a riprove così diffuse, ho scelto quì ad indicare quelle apparenze de' corpi, da cui le leggi del moto ci sono state primieramente suggerite.

8. Le cotidiane osservazioni ci fanno apparire, che ogni corpo, che noi vediamo una volta in riposo, non si pone giammai da sè in un nuovo moto: ma continua sempre nel luogo stesso a dimorare, finchè ne venga rimosso da qualche potenza ad esso applicata.

9. Dippiù, qualunque corpo è una volta in moto, continua in questo moto per qualche tempo, dopo che la Potenza movente lo ha lasciato a sè stesso. Ora se il corpo continua a muovere un sol momento, dopo che la Potenza movente lo ha lasciato, non si può assegnar la cagione, per cui abbia giammai ad arrestarsi, senza alcuna forza esterna. Imperciocchè egli è chiaro, che questa continuazione di moto è cagionata solamente, perchè il corpo ha di già ricevuto moto, mentre la sola operazion della Potenza su'l corpo è di porlo in moto; dunque questo moto continuato sarà egualmente la cagione dell' ulteriore suo moto, e così senza fine. Il solo dubbio, che può rimanere, si è, se questo moto comunicato continua intiero, dopo che la Potenza, da cui fu cagionato, cessa d'agire, o s'ei non viene per gradi ad illanguidirsi, e diminuire. Questo sospetto non può togliersi da una passaggiera, e superfizial' osservazione de' corpi, ma sarà pienamente purgato mercè di più esatte riprove di queste leggi del moto, che nel Capo avvenire saranno considerate.

10. Infine, li corpi in moto pajono affettar' un corso retto, senza diviamento alcuno, quando almeno non siano disturbati da qualche Potenza avventizia, che agisca sopra di loro. A lanciar' un corpo perpendicolarmente insù, o all'ingiù, apparisce, che egli continua la stessa linea retta, durante tutto il tempo del suo moto. Lanciandolo in un' altra direzione, trovasi, dichinar dalla linea, in cui cominciò a muoversi, sempre più verso la Terra, a cui dal suo peso è diretto; ma poichè quando il

il peso di un corpo non altera la direzion del suo moto, egli muove costante in una stessa linea retta; senza dubbio nell'altro caso il dichinar, che fa il corpo, dal primiero suo corso, non è più di quello, ch' è cagionato dal solo suo peso. Come questo apparisce a prima vista esser fuori di quistione, così ne daremo una prova particolare nel Capo avvenire, ove sarà particolarmente il moto obbliquo dei corpi considerato.

11. Così noi vediamo, come la prima delle leggi del moto si accorda con quello, che ne' corpi in moto apparisce. Ma ci si presenta quì un' altra considerazione, che il moto reale ed assoluto de' corpi non ci è visibile; imperciocchè noi stessi siamo in un moto costante in compagnia della Terra, che abitiamo: talchè noi ci accorgiamo che li corpi si muovono, quanto che il loro moto è differente dal nostro proprio. Se un corpo ne sembra in quiete, in realtà non fa, che continuare il moto, che ha ricevuto, senza manifestar' alcun potere a cangiar questo moto. Se noi lanciamo un corpo nella direzione, in cui moviamo noi stessi, tanto di moto ci sembra di avergli dato, quanto ne gli abbiamo aggiunto infatti a quello, che aveva nel mentre appariva a noi in riposo. Ma se noi lanciamo un corpo verso la parte opposta, sebbene il corpo ci sembra aver ricevuto da un tale impulso tanto di moto, quanto lanciandolo verso dell' altra parte; nondimeno in questo caso noi abbiamo tolto dal corpo tanto di moto reale, quanto a noi sembra di avergli dato. Così il moto, che noi vediamo ne' corpi, non è il loro moto reale, ma solo relativo, o rispetto a noi; e le mentovate osservazioni provano solamente, che questa prima Legge del moto ha luogo in questo moto apparente, o relativo. Comunque sia, sebbene non potiamo fare alcuna osservazione immediata su'l moto assoluto de' corpi, nondimeno ragionando sopra ciò, che osserviamo nel moto visibile, potiamo discoprire le proprietà, e gli effetti del moto reale.

12. Per riguardo a questa prima Legge di moto, che ora consideriamo, si può con tutta verità raccoglier dalle precedenti osservazioni, che li corpi sono disposti a continuare nel moto assoluto, che hanno ricevuto una volta senza aumentare, o diminuire la sua velocità. Quando un corpo ci apparisce in riposo, egli conserva realmente senza mutazione il moto, ch' egli ha comune con noi; e quando gl' imprimiamo un moto visibile, e vediamo, che continua in questo moto, ciò prova, che il corpo ritiene quel grado del suo moto assoluto, in cui la nostra azione lo ha posto; se questa gli dà un tal moto apparente, che

aggiun-

aggiungasi al suo moto reale, egli conserva quest' aggiunta; se quella toglie del suo moto reale, egli continua a muovere con un moto reale, che non è punto maggiore di quello gli abbiamo lasciato.

13. Dippiù, non osserviamo, che vi sia ne'corpi alcuna disposizione, o potenza a cangiare la direzion del lor moto; e se avessero una tal potenza, sarebbe facile a discoprirla. Imperciocchè supposto, che un corpo per la struttura, o disposizion delle sue parti, o per qualche altra circostanza della sua composizione, sia dotato d' una potenza di muover sè stesso; questo Principio se-movente, che sarà inerente per sè stesso nel corpo, e non dipenderà d'alcuna cosa esterna, dovrebbe cangiare la direzione in cui agisse, ogni qual volta la positura del corpo fosse cangiata: cosicchè per esempio, se un corpo mi giacesse innanzi in una tal positura, che la direzione, in cui questo Principio a muoversi lo portasse, fosse d'andarsene direttamente in la; se allora grado a grado io andassi raggirando questo corpo, la direzione del suo Principio se-movente, non sarebbe più la primiera di allontanarsi per linea dritta da me, ma ella sarebbe un giro intorno intorno, e in compagnia del corpo. Ora se qualche corpo, che a noi pare in riposo, fosse dotato di un tale Principio se-movente; dall' apparire il corpo senz'alcun moto, noi dovremmo conchiudere, che questo principio è diretto appunto verso dove il corpo è portato dalla Terra; ed un tal corpo potrebbe immediatamente esser posto in un moto visibile, solamente dal farlo girar', intorno a qualunque grado, a cui questo Principio di moto ricevesse una differente direzione.

14. Da queste considerazioni segue chiaramente, che se un corpo fosse una volta assolutamente in riposo, non essendo dotato d'alcun Principio, onde potesse porre in moto sè stesso, dovrebbe per sempre continuar nello stesso luogo, finchè agisse qualche Principio esterno sopra di lui; e che quando un corpo è posto in moto, non ha alcun potere in sè stesso di apportar cangiamento alcuno alla direzione di questo moto; e che in conseguenza ogni corpo dee avanzar sempre in linea retta, senza che mai dichini a qualsisia parte. Ma egli è stato dimostrato innanzi, che non apparisce aver li corpi in sè stessi alcun potere per cangiar la velocità del lor moto; dunque questa prima legge del moto è stata finora illustrata, e confermata, quanto con osservazioni fatte di passaggio si potea quì ricercare, e nel prossimo Capo tutto ciò sarà ulteriormente stabilito con osservazioni più corrette.

15. Ma

15. Ma ora passerò alla seconda legge del moto, in cui, quando si asserisce, che la velocità, con la qual muove un corpo per l' azione, che una potenza fa sopra di lui, è proporzionale a questa Potenza; si suppone, che il grado della Potenza sia misurato dalla grandezza del corpo, cui può quella muovere con una assegnata velocità. Cosicchè il senso di questa legge si è, che se un corpo fosse posto in moto con un grado di velocità da fare in un' ora lo spazio di mille verghe, la Potenza che dovesse dare il medesimo grado di velocità ad un corpo due volte così grande, che il primo, darebbe al minore due volte la velocità di prima, facendogli descriver nello stesso tempo di un' ora due mille verghe. Ma per un corpo due volte così grande, che un' altro, io non intendo quì semplicemente il doppio della mole, o del volume, ma un corpo bensì, che contenga una doppia quantità di materia solida.

16 E' poi evidente, perchè la Potenza, che può muovere un corpo due volte così grande, che un' altro, con lo stesso grado di velocità, debba chiamarsi due volte così grande, che la Potenza, la qual puo muover' il corpo più piccolo con la stessa velocità. Imperciocchè se noi supporremo, che il più grande sia diviso in due parti eguali, ciascuna eguale al più piccolo, allora cadauna metà ricercherà per farla muover con la velocità del più piccolo, lo stesso grado di Potenza, che dal più piccolo si ricerca; e perciò la somma delle due metà, o tutto il corpo più grande ricercherà una Potenza movente raddoppiata.

17. Che la Potenza movente essendo in questo senso raddoppiata debba raddoppiar similmente la velocità dello stesso corpo, sembra tanto evidente (se consideriamo la cosa,) quanto che l' effetto d' una Potenza applicata dee necessariamente esser lo stesso, o sia la Potenza applicata al corpo tutta in una volta, o per parti. Supposto dunque, che la Potenza doppia non venga applicata al corpo in una volta, ma una metà prima, e l' altra poi; non è concepibile, per qual ragione la metà ultimamente applicata dovesse fare un' effetto differente su 'l corpo da quel, che fa la prima applicata; come ella farebbe, se la velocità del corpo non venisse raddoppiata dalla applicazion della stessa. Non vediamo nulla in favor di questa supposizione, per quanto con la sperienza si può determinare. Non potremmo invero (supposto il moto costante della terra) far' alcuna prova sopra d' un corpo perfettamente in riposo, onde vedere, se una Potenza applicata in questo caso farebbe un' effetto differente da quel, ch' ella fa, quando il corpo è già in moto: ma non troviamo alcun'

alterazione nell' effetto della ſteſſa Potenza, per la ragion di qualche differenza, che vi può eſſer nel moto di un corpo, quando la Potenza gli è applicata. La terra non traſporta ſempre li corpi con lo ſteſſo grado di velocità; nondimeno troviamo, che l' effetto viſibile di una Potenza applicata allo ſteſſo corpo è in ogni tempo lo ſteſſo; ed una balla di Mercanzia, o altro corpo movibile, giacendoſi in un Vaſcello, è così facilmente portato di luogo in luogo, nel mentre il Vaſcello fa vela, e va d'un paſſo coſtante, che mentre è trattenuto dall' Ancora.

18. Ora queſta ſola ſperienza è ſufficiente a dimoſtrarci l' intero di queſta legge del moto.

19. Poichè ritroviamo, che la ſteſſa Potenza produrrà ſempre lo ſteſſo cangiamento nel moto di un corpo, ſia che il corpo moveſſe innanzi con un moto più veloce, o più lento; il cangiamento oprato nel moto di un corpo dipende ſolo dalla Potenza ad eſſo applicata, ſenza riguardo alcuno al primo moto del corpo: e perciò il grado di moto, che già il corpo poſſede, non avendo influſſo ſu la Potenza applicata a diſturbar la ſua operazione, l' effetto della ſteſſa Potenza, non ſolo ſarà lo ſteſſo in tutti li gradi di moto in un corpo; ma non abbiamo nemmeno ragione di dubbitare, che un corpo perfettamente in ripoſo non abbia a ricever tanto di moto da una qualche Potenza, quanto equivale all' effetto della ſteſſa Potenza applicata a queſto corpo già in moto.

20. Dippiù, ſuppoſto un corpo in ripoſo, ſia adeſſo ſucceſſivamente applicato un certo numero di Potenze eguali; ſpingendolo innanzi di volta in volta nello ſteſſo corſo, o direzione. Dopo l' applicazione della prima Potenza il corpo comincerà a muoverſi; quando la ſeconda Potenza ſe gli è applicata, da quel, che ſi è detto, appariſce, che il moto di queſto corpo diventerà doppio; la terza Potenza rinterzerà il moto del corpo; e così delle altre, finchè dopo la operazione dell' ultima il moto del corpo ſarà divenuto tante volte quello, che la prima Potenza gl' impreſſe, quante ſono ſtate in numero le Potenze. E l' effetto di queſto numero di Potenze ſarà ſempre il medeſimo, ſenza riguardo alcuno allo ſpazio del tempo impiegato ad applicarle; coſicchè maggiore, o minore intervallo tra l'applicazione di ciaſcuna di queſte Potenze non produrrà alcuna differenza ne' loro effetti. Poichè dunque la diſtanza del tempo tra l' azione di ciaſcuna Potenza non è di conſeguenza; certamente l' effetto ſarà lo ſteſſo, ſebben le Potenze foſſero applicate tutte allo ſteſſo iſtante; o ſebben' una ſola Potenza foſſe applicata ſepara-

para-

paratamente, ma eguale in forza a quella di tutte le Potenze insieme. Quindi segue chiaramente, che il grado di moto, a cui sarà fatto passar'un corpo dal suo stato di quiete, per mezzo di qualche Potenza, sarà proporzionale a questa. Una doppia Potenza darà doppia velocità, e triplice velocità sarà prodotta da triplice Potenza, e così seguitando. Il precedente raziocinio avrà luogo egualmente, sebbene non si supponessero li corpi in riposo, quando si cominciarono ad applicar loro le Potenze; purchè la direzione, in cui sono queste applicate, o cospiri con l' azione del corpo, o direttamente le sia contraria. Dunque se una Potenza venga applicata ad un corpo in moto, ed agisca sopra del corpo o nella direzione, con cui esso muove, onde debba esserne accelerato, o in una direzione contraria alla sua, e ne venga perciò ritardato; in tutti e due questi casi il cangiamento del moto sarà proporzionale alla potenza applicata; e l' aumento del moto in un caso, e la sua diminuzione nell' altro sarà eguale a quel grado di moto, in cui la Potenza stessa avrebbe posto il corpo, se questo fosse stato in riposo, quando gli venne applicata.

21. Ma si può ancora una Potenza applicare talmente ad un corpo, che è in moto, che agisca obbliquamente al moto di questo corpo. E l'effetto di un tal moto obbliquo si può didurre da questa osservazione; che come tutti li corpi muovono continuamente in uno con la terra, noi vediamo, che gli effetti visibili d' una stessa Potenza sono sempre gli stessi, in qualunque direzione operi la Potenza; e perciò gli effetti visibili d'ogni Potenza sopra un corpo, che sembra solamente in riposo, sono sempre all' apparenza gli stessi, che sarebbero gli effetti reali sopra un corpo veramente in riposo. Ora supposto, che un corpo muova lungo la linea A B nella fig. 2. e l'occhio l' accompagni con un moto eguale nella linea C D equidistante d' A B, cosicchè quando il corpo è in A, l' occhio sia in C, e quando il corpo è avanzato in E su la linea A B, l'occhio sia avanzato in F su la linea C D, le distanze A E, C F essendo eguali; egli è evidente, che il corpo apparirà quì all' occhio esser' in riposo, e la linea F E G menata dall' occhio per il corpo parrà all'occhio esser' immobile; sebbene come il corpo, e l' occhio avanzano insieme, la linea ancora muoverà realmente; cosicchè quando il corpo sarà avanzato in H, e l'occhio in K, la linea F E G si sarà trasferita nella situazione K H L, questa linea essendo equidistante da F E G. Ora se il corpo, quando è in E, ricevesse un' impulso nella direzione della linea F E G, mentre l'occhio muove da F in I, ed è

portato insieme con la linea FEG, il corpo sembrerà all'occhio muover lungo questa linea FEG; imperciocchè questo è ciò, che ora appunto è stato detto; che mentre li corpi muovono in uno con la terra, e l'occhio dello spettatore partecipa dello stesso moto, l'effetto di una Potenza sopra un corpo apparirà quello, che realmente sarebbe stato, se il corpo si fosse trovato veramente in riposo, quando la Potenza gli fu applicata. Quindi egli segue, che quando l'occhio è avvanzato in K, il corpo apparirà in qualche luogo della linea KHL; supposto, che apparisca in M, è manifesto da quello è stato premesso nel principio di questo Paragrafo, che la distanza HM è eguale a quel che il corpo avrebbe fatto su la linea EG nel tempo che l'occhio sta a passare da F in K, purchè il corpo sia stato in riposo, quando in E veniva mosso. Se dimandasi ancora, in che modo il corpo si sia mosso da E ad M? io rispondo per una linea retta; imperciocchè si è dimostrato innanzi, spiegandosi la prima legge del moto, che un corpo mosso dal tempo, ch'è abbandonato a sè stesso, avanzecà sopra una linea retta continuata.

22. Prendendo EN eguale ad HM, e menando NM; poichè HM è equidistante da EN, NM sarà equidistante da EH. Dunque l'effetto di una Potenza sopra un corpo in moto, quando la Potenza agisce obbliquamente al moto del corpo, è da determinarsi in questa maniera. Supposto, che il corpo muova lungo la linea retta AEB, se quando è arrivato in E, una Potenza gli dia un'impulso nella direzione della linea EG, si dee trovare il corso, che prenderà dipoi questo corpo; nel che si procederà così. Prendere in EB qualche lunghezza EH, ed in EG similmente una lunghezza EN; talchè se il corpo fosse stato in riposo in E, la Potenza applicata ad esso lo avesse fatto muovere sopra EN nello stesso spazio di tempo, che egli avrebbe impiegato in passando sopra EH, se la Potenza non avesse nulla oprato sopra di lui. Menate HL equidistante da EG, ed NM equidistante da EB. Dopo di che, se menisi una linea da E ad M, ove quelle due s'incontrano, la linea EM sarà il corso, che farà il corpo per l'azione della Potenza sopra di esso in E.

23. Un Lettor mattematico aspetterebbe quì in qualche particolare dimostrazioni più regolari; ma come io non iscrivo presentemente per tali, così spero, che quanto ora ho scritto, renderà il mio pensiero evidente a quelli, che non sono informati di quell'altra sorte di ragionamento.

24. Ora, come si è dimostrato, che qualche forza attuale è necessa-

cessa-

cessaria, o per far passare li corpi dallo stato di quiete al moto, o per cangiar'il moto, che hanno una volta ricevuto; è proprio quì da osservare, che questa qualità ne' corpi, per cui conservano il loro stato presente, per riguardo al moto, o alla quiete, finchè qualche forza attiva gli disturbi, è chiamata *Vis Inertiæ* della materia: e mercè di questa proprietà, la materia per sè stessa intormentita, e innativa, ritiene tutta la Potenza impressa sopra di se, e non si può farla cessar dall'azione, che per la opposizione di una sì gran forza, che quella, da cui primieramente fu posta in moto. Dal grado di questa *Vis Inertiæ*, o Potenza d'innatività, come da quì innanzi la chiameremo, noi giudichiamo principalmente della quantità della materia solida, ch'è in ciascun corpo; imperciocchè come questa qualità è inerente in tutti li corpi, su cui potiamo far qualche sperienza, conchiudiamo, ch' ella è una proprietà essenziale a tutta la materia; e come ancora non conosciamo ragion da supporre, che li corpi siano composti di differente sorte di materia, presumiamo dunque, che la materia di tutti li corpi sia la stessa; e che il grado di questa Potenza d' innatività sia in ogni corpo proporzionale alla quantità della materia solida in essolui. Ma sebbene non abbiamo una prova assoluta, che tutta la materia dell'Universo sia uniforme, e possenda questa Potenza d' innatività nello stesso grado; pure noi potiam con certezza comparar' insieme differenti gradi di questa Potenza in diversi corpi. Particolarmente ella è proporzionale questa Potenza al peso de' corpi, come il Sig. Cav. If. Nevvton ha dimostrato. (*a*) Comunque siasi, non ostante, che questa Potenza d'innatività in ciascun corpo si possa conoscer più certamente, che la quantità della materia solida in essolui; pure non vi essendo ragion da sospettare, che una non sia proporzionale all'altra, noi parleremo da quì innanzi senza esitanza della quantità di materia ne' corpi, come d'una misura del grado della lor Potenza d'innatività.

a Princ. Phil. L. II. prop. 24. coroll. 7. Ved. ancora L. 1. C. 5. §. 3. di questo Trattato.

25. Ciò stabilito, potiam'ora comparare gli effetti d'una stessa Potenza sopra differenti corpi, come sin' ora dimostrammo gli effetti di diverse Potenze sopra d'un corpo stesso. E quì, se limitiamo la parola moto al senso particolare, che le si dà in Filosofia, potremo ridur tutto ciò, che si è detto in questo Capo, sotto un breve precetto; che la medesima Potenza, a qualunque corpo sia applicata, produrrà sempre lo stesso grado di moto. Ma quì moto non significa il grado di celerità, o di velocità, con cui muove un corpo; nel qual solo senso abbiamo usato sin' ora questo termine; ma egli usasi in Filosofia particolarmente per signi-

ficar

ficar la forza, con cui muove un corpo; come se due corpi A, e B essendo in moto, si ricercasse per muover A due volte la forza, che a muover B, il moto di A si stimerebbe doppio del moto di B. Ne' corpi in moto hanno da esser distinte esattamente queste due cose; la loro velocità, ch'è misurata dallo spazio, che percorrono durante un certo tempo determinato; e la quantità del lor moto, o la forza, con la qual' essi andranno incontro a qualche resistenza. La qual forza, quando differenti corpi muovono con una stessa velocità, è proporzionale alla quantità della materia solida, ch'è ne' corpi; ma se li corpi sono eguali, questa forza è proporzionale alle loro velocità respettive, e negli altri casi è proporzionale ad amendue, alla quantità della materia solida ne' corpi, e alla sua velocità. Per esempio in due corpi A e B; se A è due volte così grande, che B, ed abbiano ambedue la stessa velocità, il moto di A sarà doppio del moto di B; e se li corpi sono eguali, e la velocità d' A due volte così grande, che quella in B, il moto di A sarà ancora doppio del moto di B; che se A sia due volte così grande, che B, e muova due volte così presto, che B, il moto di A sarà quattro volte così grande, che quello di B; e in fine se A sia due volte così grande, che B, e muova la metà così presto, che B, il grado del loro moto sarà lo stesso.

26. Questo si è il senso particolare, che dassi alla parola moto da' Filosofi; e in questo senso la medesima potenza produce sempre la stessa quantità, o lo stesso grado di moto. Se una stessa Potenza agisca sopra due corpi A, e B, la velocità, ch' ella darà a cadauno, sarà addattata al rispettivo corpo, di modo che lo stesso grado di moto sarà prodotto in cadauno. Se A sia due volte così grande, che B, la sua velocità sarà la metà di quella in B; se A contien tre volte tanto di materia solida, che ne contien B, la velocità di A sarà un terzo di quella di B; e generalmente la velocità data ad A avrà la stessa proporzione con la velocità comunicata a B, che la quantità della materia solida compresa dal corpo B si trova avere con la quantità di quella contenuta in A.

27. La ragion di questo è evidente, per quel', che si è detto innanzi. Se una Potenza fosse applicata a B, che avesse quella proporzione con la Potenza applicata ad A, che si trova avere il corpo B, al corpo A; li corpi B, ed A tutti e due riceverebbero la stessa velocità; e la velocità, che B riceverebbe da questa Potenza avrebbe la stessa proporzione con la velocità, ch' egli riceverebbe dalla Potenza applicata ad A, che la prima di queste Poten-

tenze avesse all'ultima: val'a dire, la velocità, che A riceve dalla Potenza applicata ad esso, sarà alla velocità, che B dalla stessa riceverebbe nella proporzion, che ha il corpo B con A.

28. Quindi noi passerem'ora alla terza legge del moto, dove questa distinzione tra la velocità di un corpo, e l'intero suo moto, devesi necessariamente considerare, come sarà ben tosto evidente, dopo aver' illustrato il senso di questa legge con un'esempio famigliare. Se una pietra, od altro peso sia strascinato da un Cavallo, la pietra riagisce su'l Cavallo, quanto il Cavallo agisce su la pietra; imperciocchè l' arnese, che tra la pietra, e il Cavallo distendesi, preme contro tutti e due egualmente, ed il moto progressivo del Cavallo vien tanto impedito dalla pietra, quanto il moto della pietra vien promosso dallo sforzo del Cavallo; val'a dire, se il Cavallo impiegasse la medesima forza, quando è sciolto dalla pietra, egli muoverebbe con una maggior velocità in proporzion della differenza tra il peso del suo proprio corpo, ed il peso di lui stesso, e della pietra insieme.

29. Questo esempio ci darà una nozion Generale del senso di questa legge. Ma per procedere ad una spiegazione più Filosofica; se un corpo in moto ne urterà un'altro in riposo, sia quello piccolo quanto si voglia, pure comunicherà qualche grado di moto a quello, in cui urta, sebben meno di quel, che sia questo in comparazione di quello, che vi urta, e minore è la velocità, con cui quello muove, minore sarà il moto comunicato. Ma qualunque grado di moto egli dia al corpo in riposo, dovrà perderlo egli stesso. Questa è una conseguenza necessaria della mentovata potenza d'innatività in materia. Imperciocchè supposti due corpi eguali, egli è evidente, dacchè s'incontrano, muoversi tutti e due apparte col moto del primo; dunque il corpo in moto per mezzo questa Potenza d' innattività ritenendo il moto da principio ricevuto, urta l'altro con la medesima forza, da cui era spinto egli stesso; ora avendo due corpi ad esser mossi da questa forza, che prima ne movea un solo, la velocità, che ne segue, sarà la stessa, che se la Potenza, ch'era applicata ad un de' corpi, e lo poneva in moto, fosse stata applicata ad ambedue; quindi apparisce, ch'eglino andranno innanzi con la metà della velocità, che dapprincipio aveva il corpo in moto; ch'è quanto dire, che il corpo mosso dapprincipio avrà perduta la metà del suo moto, e l'altro ne avrà guadagnato esattamente altrettanto. Questa regola è giusta, purchè li corpi restino contigui, dopo l'incontro, come lo sarebbero sempre, se non accadesse altrimenti per una certa cagione, che sovente interviene, e la qual'ora

dev'

dev'essere spiegata. Li corpi urtando un contro l'altro, soffrono un'alterazione nella lor Figura; le loro parti restando premute indentro per l'urto, che per la maggior parte di nuovo poi si rimettono al loro sito, sforzandosi li corpi di ricuperar la loro prima Figura. Questa Potenza, per cui li corpi sono abilitati a riguadagnar la primiera lor forma, si chiama comunemente la loro elasticità, e quando ella opera, risospinge li corpi un dall'altro, e li fa separare. Ora l'effetto di questa elasticità nel caso presente è tale, che se li corpi sono perfettamente elastici, cosicchè si rimettano con sì gran forza, ch'era quella, con cui erano stati compressi, e ricuperino la lor Figura nello stesso spazio di tempo, che si era messo nell'alterazione fattavi dalla scambievol lor compressione; questa Potenza separerà li corpi così velocemente, che già si accostavano innanzi, ed oprando su d'amendue egualmente, su'l corpo, ch'era prima in moto, con una direzione contraria a quella, in cui muove, ed altrettanto su l'altro nella direzion del suo moto; ella sottrarrà al primo, ed aggiugnerà all'altro un'egual grado di velocità; cosicchè questa Potenza essendo bastante a separarli così velocemente, ch'essi prima si accostavano; il primo sarà intieramente arrestato, e quello, ch'era in riposo, riceverà tutto il moto dell'altro. Se li corpi sono elastici in un minor grado, il primo non perderà tutto il suo moto, nè l'altro acquisterà tutto il moto del primo, ma gliene mancherà tanto, quanto ne resta all'altro. Imperciocchè questa regola giammai non falla, che sebbene il grado dell'elasticità determina, quanto di più, che la metà della sua velocità, dee perder'il corpo, ch'era primieramente in moto; nondimeno in tutti li casi la perdita del moto di questo corpo sarà trasferità all'altro, che riceverà dall'urto mai sempre tanto di moto, quanto al primo ne vien sottratto.

30. Questo è il caso di un corpo, chè urta direttamente contro un'altro corpo eguale in riposo, e il raziocinio quì usato è pienamente confermato dalla sperienza. Vi sono più altri casi di corpi, che si urtano un l'altro; ma la menzione di questi è riservata al prossimo Capo, ove noi intendiamo di esser più particolari, e diffusi, di quello che quì siamo stati, nelle prove di queste leggi del moto.

CA-

CAPITOLO II.

Ulteriori Riprove delle Leggi del moto.

1. AVendo nel Capitolo precedente didotte le tre leggi del moto, esposte dal nostro Gran Filosofo, dalle più comuni osservazioni, da cui ci vengono suggerite; intendo ora di passare a darne più particolari riprove, col ragguaglio, che farò di alcune discoperte, fatte nella Filosofia, innanzi del Sig. Cav. Is. Nevvton. Imperciocchè come queste si raccolgono tutte da' raziocinj fondati su le medesime leggi; così la conformità di esse discoperte con la Sperienza le fa considerare come altrettante Prove della verità dei Principj, da'quali si sono raccolte.

2. Cominciamo dal Soggetto, con cui terminammo il precedente Capo. Quantunque il corpo in moto non sia eguale a quello in quiete, in cui si abbatte; pure il moto dopo il rincontro, si dee stimare nella maniera che innanzi. Sia A (in Fig. 3.) un corpo, in moto, verso un'altro B, che sta fermo. Quando A è arrivato a B, non può avanzare ulteriormente che non metta B in moto; e quel moto, che dà a B, verrà a perder' egli stesso; e l'intero grado del moto di A, e B insieme, se niuno de'corpi sia elastico, sarà eguale, dopo l' accozzamento de' corpi, al moto di A separato, innanzi del loro incontro. Dunque è manifesto per le cose già dette, che sì tosto li due corpi s' incontreranno, si muoveranno insieme con una velocità, che avrà la medesima proporzione alla velocità originale di A, che avrà desso alla somma di tutti, e due li corpi.

3. Se li corpi sono elastici, tosto che dopo l'Vrto si separeranno, A dovrà perdere una maggior parte del suo moto, e il moto susseguente in B resterà accresciuto da questa Elasticità, quanto ne viene diminuito quello di A. L'elasticità coll'agire egualmente tra li due corpi, comunicherà a ciascuno lo stesso grado di moto; vale a dire, ella separerà li corpi, col levare al corpo A, ed aggiugnere a B differenti gradi di velocità, così proporzionati alle loro rispettive Quantità di materia, che il grado di moto, con cui A si separa da B, sarà eguale a quello, con cui B resta da A separato. Ne segue dunque, che la velocità tolta ad A dalla Elasticità, abbia a quella, che dalla stessa aggiungesi a B, la medesima proporzione, che B ad A; e in conseguenza quella parte di velocità, che dalla Elasticità vien tolta ad A, abbia all' intero della velocità, con cui la stessa cagiona la scambievole sepa-

razione de' corpi, la stessa proporzione, che ha il corpo B alla somma di A, e B; e che la velocità che dalla Elasticità viene aggiunta a B, abbia la medema proporzione alla velocità, con cui si separano un dall'altro li corpi, che il corpo A alla somma di tutti, e due A, e B. Così trovasi, quanto la Elasticità leva di velocità ad A, e quanto ne dà a B; purchè si conosca il grado della Elasticità, per cui li corpi si separano fra di loro, dopo il rincontro. (*a*)

a Come si ritrovi questo grado di Elasticità con la sperienza, si dimostrerà nel §. 74.

4. Secondo questo metodo si determina in tutti li casi il risultato dell'Urto, che fa un corpo in moto in un'altro, che si trova in quiete. Con lo stesso Principio si determinerà pure l'effetto del rincontrarsi di due corpi, quando ambedue sono in moto.

5. Si movano due corpi eguali, un contro l'altro, con eguale velocità. La forza, con cui ciascun di loro è sospinto innanzi, essendo eguale anche al punto dell' abbattersi insieme; poichè ciascuno va con la medesima energia; nella sua direzione niun d'essi supererà l'altro, ma tutti, e due si arresteranno, se non sono Elastici; perocchè se lo sono, riceveranno quindi un nuovo moto, e si separeranno così velocemente, come incontrati si erano, se sono Elastici in grado perfetto; se no, meno velocemente si separeranno. Nella stessa maniera, se due corpi in egual grossezza vengano a incontrarsi insieme, e le loro velocità siano talmente distribuite, che la velocità del minor corpo ecceda la velocità del maggiore nella medesima proporzione, che questo supera quello (per esempio, se uno contenga due volte tanto di materia solida, che l'altro, e si muova per la metà così presto) due tali corpi si soppprimeranno intieramente il moto un dell'altro, e resteranno immobili dal punto del loro concorso, se, come innanzi, non siano Elastici; ma se lo sono nel più alto grado, di, nuovo si separeranno, e ciò con la medesima velocità, con cui s' incontravano. Imperciocchè questo Poter' Elastico, come nel caso avanti, rinnoverà il loro moto; e oprando egualmente su tutti, e due, darà il medesimo moto a tutti, e due; vale a dire, sarà la velocità, che riceverà il corpo minore, a quella, che riceverà il maggiore, nella stessa proporzione, che il maggior corpo al minore: sicchè le velocità avranno una all' altra la medesima proporzione dopo l'urto de' corpi, che avevano prima. Dunque se li corpi, che sono perfettamente Elastici, hanno la somma delle loro velocità dopo l'urto, eguale alla somma d'innanzi, ciascun corpo de' suddetti, ricupererà dopo l'urto la sua primiera velocità E la medesima proporzione, si conserverà tra le velocità, con cui si dipartono, sebbene siano Elastici in un minor grado;

sol

ſol che allora la velocità di ciaſcuno ſarà minore, à miſura del difetto nella Elaſticità.

6. Se le velocità, con cui s'incontrano li corpi, non ſono nella proporzione quì ſuppoſta; ma ſe un de' corpi, come A, abbia una maggior velocità, in comparazione della velocità dell' altro; allora l'effetto di queſto eceſſo di velocità, ch' è nel corpo A, dovrà congiungerſi a quello, che teſtè dicemmo, nella maniera dell' eſempio ſeguente. Sia A due volte così grande, che B; e ſi muova con la medeſima velocità, che B. Quì A muove con un grado di velocità, ch'è doppio di quello, che corriſponderebbe alla proporzione quì innanzi mentovata. Imperciocchè eſſendo A doppio di B, ſe non muoveſſe che con la metà di quella velocità, con cui ſi avvanza B, ſi è di già dimoſtrato, che venendo li due corpi ad incontrarſi, e non eſſendo Elaſtici, dovrebbero arreſtarſi; ed eſſendo Elaſtici, tornerebbero indietro tutti e due, A con la metà della velocità, con cui B ſe ne tornerebbe. Di quà è manifeſto, che B incontrandoſi con A, annullerebbe mezza la ſua velocità, ove non ſiano li corpi Elaſtici; e che il moto reſtante nei corpi ſarebbe il medeſimo, che ſe A avanzaſſe contro B in quiete con la metà della velocità ad eſſo aſſegnata. Che ſe li corpi ſono Elaſtici, la velocità di A, e di B, dopo eſſerſi percoſſi, ſi può diſcoprire in queſta maniera. Come li due corpi avanzano un contro l'altro, la velocità, con cui s' incontrano, è formata dalle velocità dei due corpi congiunte inſieme. Dopo la Percoſſa, la loro Elaſticità li ſepara di bel nuovo. Il grado dell' Elaſticità determinerà qual proporzione abbia la velocità, con cui ſi ſeparano, a quella, con cui li medeſimi s'incontrano. Dividete quella, con cui li corpi ſi ſeparano in due parti, talchè una abbia all'altra la medeſima proporzione, che il corpo A a B, e aſcrivete la maggior parte al corpo minore B, e la minor parte della velocità al maggiore A. Poi la parte aſcritta ad A ſi levi dalla velocità comune, che A, e B avrebbero dopo della percoſſa, ſe non foſſero elaſtici; e la parte aſcritta a B ſi uniſca alla ſteſſa comune velocità; e così ſi conoſceranno le vere velocità di A, e B dopo la Percoſſa.

7. Se li corpi ſono perfettamente Elaſtici, il grande *Huygens* ha ſtabilita queſta Regola per rinvenire il loro moto, dopo il Concorſo. (*a*) Avendo menata una linea retta CD (nelle Fig. 4. 5.) ſia diviſa in E, talchè CE abbia la ſteſſa proporzione a ED, che la velocità di A aveva a quella di B, innanzi la Percoſſa. La medeſima linea CD ſia pure diviſa in F, talchè CF abbia la ſteſſa proporzione a FD, che il corpo B ad A. Pigliando poi

a In Oper. Poſth. de motu corporum ex percuſſ. Prop. 9.

FG eguale a FE, se il Punto G cada su la linea CD, li due corpi torneranno indietro dopo la Percossa, e la velocità, con cui tornerà il corpo A, avrà la medesima proporzione a quella di B, che CG a GD; ma se il punto G cade fuori di detta linea, li corpi dopo il loro concorso continueranno a muovere per la stessa via amendue, e la velocità di A avrà la medesima proporzione a quella di B, che GC a GD, come prima.

8. Se il corpo B stesse immobile, e ricevesse l' impulso del corpo A; l'effetto è stato già spiegato nel caso, in cui li corpi non sono elastici; e quando lo sono, il risultato della Percossa si trova in combinando l'effetto della elasticità con l'altro effetto, nella maniera stessa, che nell'ultimo caso.

9. Quando li corpi sono perfettamente elastici, la Regola di *Huygens* (*a*) è di dividere la linea CD (nella Fig. 6.) in E, come innanzi, e prender' EG eguale a ED. E con questi punti così ritrovati, il moto di ciascun corpo, dopo la Percossa, si determina, come innanzi.

a *Nel luogo soprac.*

10. In appresso, suppongasi, che li corpi A, e B, muovano ambedue verso una stessa parte, ma A di un moto più veloce, onde sovraggiunga B, e gli dia spinta. L'effetto della Percossa, o dell'urto, quando li corpi non sono elastici, si discuopre ritrovando il moto comune, che li due corpi avrebbero dopo la Percossa, se B si fosse supposto in quiete, ed A avanzar verso lui con una velocità eguale all'eccesso della sua presente velocità sopra quella di B; ed a questa comune velocità così ritrovata aggiungendo quella di B.

11. Se li corpi sono elastici, l'effetto della elasticità si dee congiunger con l'altro, come ne' primi casi.

12. Quando li corpi sono perfettamente elastici, la Regola di *Huygens* (*b*) è in questo caso di prolungare CD (Fig. 7.) e in questa linea sì prolungata, prender CE nella stessa proporzione a ED, che ha la velocità maggiore di A alla minor velocità di B; dopo di che FG prendendosi eguale a FE, le velocità de' due corpi dopo la Percossa si determineranno, come ne' due casi precedenti.

b *Nel luogo soprac.*

13. Così ho data la somma di quello, ch'è stato scritto, concernente gli effetti della Percossa, quando due corpi, in un libero moto, si abbattono direttamente un con l'altro; e ne ho stabilito quì il risultato, come una conseguenza di ragionamenti fatti su le leggi del moto, e conformi esattissimamente alla sperienza. Un'altra classe particolare di sperienze è stata introdotta per far delle prove di questi effetti della Percossa, con la maggior'esattezza. Ma io debbo differire coteste sperienze, fino a che

che avrò ſpiegata la natura de'Pendoli. (*a*) Paſſerò ora a dare un ragguaglio di qualcheduna delle apparenze, che vengono cagionate ne' corpi dall' influſso del Potere della Gravità, unito con le leggi del moto; tra le quali ſarà compreſo il moto de' Pendoli.

a *Queſte ſperienze ſono riferite al* §. 73.

14. La più ſemplice di queſte Apparenze ſi è, quando li corpi cadono all' ingiù, puramente pel loro peſo. In queſto caſo il corpo aumenta continuamente la ſua velocità, durante tutto il tempo della ſua caduta, e ciò nella ſteſsa proporzione, che aumenta il tempo. Imperciocchè la Potenza della gravità agiſce coſtantemente ſu'l corpo col medeſimo grado di forza; ed egli è ſtato oſservato di ſopra nella prima legge del moto, che un corpo eſsendo una volta in moto, conſerverà in perpetuo il ſuo moto, ſenza la continuazione di alcun'influſso eſterno ſopra di lui: Dunque dopo che un corpo è ſtato una volta poſto in moto dalla forza della gravità, il corpo continuerà queſto moto, ſebbene la Potenza della gravità laſcj di agire ulteriormente ſopra di lui; ma ſe la Potenza di gravità continui ſempre a riſpinger' il corpo, nuovi gradi di moto ſaranno aggiunti continuamente a quel corpo, e la Potenza di gravità oprando ſempre con la medeſima forza, ſi aggiugneranno coſtantemente eguali gradi di moto in porzioni eguali di tempo.

15. Queſta concluſione per verità non è aſsolutamente vera; imperocchè ſi troverà di poi (*b*) non avere la Potenza di gravità una ſteſsa forza in tutte le Diſtanze dal Centro della Terra. Ma ciò non è per lo meno ſenſibile in alcuna di quelle diſtanze, a cui potiamo far giugner li corpi. E'il loro peſo l'iſteſsiſſimo, quanto al ſenſo, ſopra le più alte Torri, o Montagne, che ſu la Terra unita a tutto il reſtante; talchè in tutte le oſservazioni, che noi potiamo fare, la proporzion mentovata tra la velocità di un corpo, che ſcende, e il tempo della diſceſa, ſi trova aver luogo ſenza la minor percettibile differenza.

b *lib. 2. cap. 5.*

16. Quindi ne ſegue, che lo ſpazio, per cui cade un corpo, non è proporzionale al tempo della caduta; imperciocchè aumentando un corpo la ſua velocità, paſserà per un maggiore ſpazio nella ſteſſa porzion di tempo verſo il fine, che al cominciamento della ſua caduta. Supponete, che un corpo cadendo dal punto A (Fig.8.) giunga da A in B in una certa porzion di tempo; dunque ſe in un tempo eguale avanzi da B in C, dico, che lo ſpazio BC ſarà maggiore di AB; talchè ſe il tempo del diſcendere da A in C ſia doppio del tempo, in cui da A perviene a B, AC ſarà più, che doppio di AB.

17. Li

17. Li Geometri hanno provato, che gli spazi, per cui cadono li corpi in tal guisa per lo suo peso, sono in una proporzione duplicata, o sia prodotta dalla proporzione, per sè stessa moltiplicata de' tempi, che hanno impiegato li corpi nel suo cadere: Cioè, se noi prenderemo la linea DE nella stessa proporzione ad AB, ch'è tra il tempo impiegato da un corpo a cadere da A in C, e quello, in cui lo stesso perviene da A a B, sarà pure nella medesima proporzione AC a DE. E in particolare, se il tempo del cadere di un corpo per AC sia due volte tanto, che il tempo del cadere, che fa per AB; DE sarà il doppio di AB; ed AC il doppio di DE; ovvero AC quattro volte tanto, che AB. Ma se il tempo, nel qual cade per AC sia stato tre volte tanto che il tempo del suo cadere per AB; DE sarà tre volte, quanto AB; ed AC tre volte quanto DE; vale a dire AC sarebbe eguale 9. volte ad AB.

18. Se un corpo cade obbliquamente, si anderà approssimando alla terra, per gradi più lenti che quando esso cade perpendicolarmente. Supponete due linee AB, AC (Fig. 9.) una perpendicolare e l'altra obbliqua alla terra DE; e poi scendere un corpo per la via indiretta AC: poichè il Potere della gravità spinge direttamente li corpi in giù; se la linea AC sostiene il corpo dal cadere in questa maniera, una parte di quest'effetto del suddetto Potere andrà vuota; talchè nel tempo, che sarebbe bastato per far cadere il corpo lungo la linea tutta AB perpendicolare, esso non passerà nella linea AC una lunghezza eguale ad AB; e per conseguenza la linea AC essendo più lunga, che AB, il corpo consumerà certamente più di tempo in passando per AC, che non avrebbe fatto cadendo perpendicolarmente per la linea AB.

19. Li Geometri dimostrano, che il tempo, in cui un corpo discenda per la linea retta obbliqua AC, ha la medesima proporzione al tempo di sua discesa per la Perpendicolare AB, che ha la linea stessa AC alla linea AB. E riguardo alla velocità, che li corpi avranno acquistata al Punto C, li medesimi provano pure, che la lunghezza del Tempo impiegato nel discendere per AC compensa talmente quella diminuzione d' influsso della Potenza di gravità, cagionata dalla obbliquità di questa linea, che quantunque la forza della Potenza di gravità su'l corpo venga combattuta dalla obbliquità della linea AC, pure il tempo, che sta il corpo a discendere, vien'ad esserne cotanto prolungato, che questo acquisterà la medesima velocità al punto C, che avrebbe avuta al punto B in cadendo perpendicolarmente.

20. Se

20. Se un corpo discendesse per una linea piegata, non potrebbesi determinare in un modo così semplice il tempo della discesa; ma si dimostra, che la proprietà, quanto alla velocità, ha luogo in tutti li casi; ch'è per qualunque linea un corpo discenda, la velocità corrisponderà sempre all'altezza perpendicolare, da cui il corpo discende. Per esempio, supposto il corpo A (fig. 10.) raccomandato con una cordicella tesa al punteruolo B, se si lascj cadere fino a giugnere al punto C, perpendicolarmente sotto B, egli muoverà da A in C su l' arco di un circolo: Poi menata la linea Orizontale AD, la velocità del corpo in C sarà la medesima, che se fosse sceso direttamente da A in C.

21. Se un corpo venga spinto in su perpendicolarmente con qualche forza, la velocità, con cui ascende, andrà di continuo scemando, finchè sarà tutta estinta, e dallora comincerà il corpo a cader'ingiù, ed a passare un'altra volta nella sua caduta per la linea, per cui ascese; cadendo per essa con una velocità crescente in modo, che in ciascun punto di questa linea avrà la medesima velocità, che aveva nello stesso luogo, ascendendo; e per conseguenza tornerà al luogo, onde prima innalzossi, con la velocità, che prima gli si diede. Così, se un corpo fosse slanciato perpendicolarmente per la linea AB (fig. 11) con tal forza, che arrivasse al punto B, e quindi tornasse a cadere; quando fosse arrivato nel discendere a qualche punto, come C nella stessa linea, egli vi avrebbe la medesima velocità, con cui passava dal punto C nell' ascendere; ed al punto A avrebbe di nuovo guadagnata la velocità, con la quale dapprincipio era stato slanciato. Come questo si dimostra dagli Scrittori Geometrici; così, io penso, che apparirà chiaro dal considerar solamente, che mentre un corpo discende, il poter della gravità, dee agire in un'ordine contrario a tutto l'influsso, che aveva sul corpo, mentre ascendeva; onde ritorni al corpo il medesimo grado di velocità, che gli aveva tolto di prima.

22. Nella stessa maniera, se un corpo fosse spinto in su per la linea obbliqua CA (fig. 9.) dal punto C, con un tal grado di velocità, che giungesse al punto A; per il suo proprio peso ritornerebbe in giù per la linea AC col medesimo grado, con cui saliva.

23. E in fine, se un corpo venga spinto insù per una linea continuamente incurvata, un simil' effetto sarà prodotto nel suo ritorno al punto, da cui cominciò a levarsi. Supposto, per esempio, che il corpo A (nella fig. 12.) pendente da una funicella AB, venga spinto in qualche maniera, dovrà muover nell' arco di un

di un Circolo; ora riceva un'impulso, che lo faccia muover nell'arco AC, e questo impulso sia di tal forza, che il corpo possa esserne trasferito da A in D, innanzi che il suo moto possa esser superato dal suo peso; Io dico, che il corpo incontinenti ritornando da D, verrà di nuovo al Punto A con la stessa velocità, con cui aveva cominciato il suo moto.

24. Sarà proprio in questo luogo osservare, concernente il poter della gravità, che la sua forza sopra di un corpo, non dipende punto dalla figura del corpo; ma che continua sempre la stessa, senza alcuna variazione nel medesimo corpo, qualunque cangiamento accader possa alla sua figura; e che se il corpo fosse diviso in un certo numero di pezzi, tutti questi avrebbero giustamente lo stesso peso, che quando erano uniti in un corpo solo; e se il corpo fosse di una tessitura uniforme, il peso di ciascun pezzo sarebbe proporzionale alla mole. Questo ha data ragion di conchiudere, che il poter della gravità agisce su'corpi in proporzion della quantità di materia, ch'è in essi. Quindi dovrebbe seguire, che tutti li corpi cadessero da eguali altezze in eguali spazj di tempo. E come noi scorgiamo evidentemente il contrario nelle Piume, e in simili altre sostanze, le quali cadono molto lentamente, in comparazione di più solidi corpi; così è ragionevole di supporre, che qualche altra causa concorra a far' una differenza sì manifesta. Questa causa si è trovato con particolari sperienze, ch'è l'Aria. Queste sperienze si sono fatte così: Preparano un gran Cristallo concavo, dentro al quale vicino alla sommità collocano una piuma, e un corpo de' più pesanti, ordinariamente un pezzo d'oro, essendo questo metallo il corpo più pesante, che conosciamo. Vuotano il Cristallo dell'Aria, che vi è contenuta, e col muover'un filo di metallo, che passa per la sommità del Vetro, fanno cader la piuma, e il corpo più greve ad un tempo; e si trova costantemente, che come li due corpi cominciano a cader'insieme, si accompagnano sempre un l'altro nel loro cadere, e giungono al fondo nel medesimo istante, così vicinamente, che l'occhio può giudicare. Così quanto si può appoggiare su questo sperimento, è certo, che l'effetto del poter della Gravità sopra ciascun corpo, è proporzionale alla quantità della materia solida, o al potere d'Inattività, che è in ciascun corpo. Imperciocchè nel senso determinato, che attribuimmo di sopra a questa parola moto, è stato dimostrato, che la medesima forza dà a tutti li corpi il medesimo grado di moto, e forze differenti comunicano differente grado di moto, proporzionale alle rispettive Potenze, (*a*) In questo caso, se il poter

a *Cap.*

ter della gravità fosse di operar' egualmente sopra la piuma, ed il più solido corpo, il corpo solido verrebbe a discender tanto più tardo della piuma, che non avrebbe maggior grado di moto della Piuma; ma come ambedue discendono con egual prestezza, il grado di moto nel corpo solido è maggiore che nella piuma; avendo la medesima proporzione a questo, che la quantità di materia nel corpo solido alla quantità di materia nella piuma. Dunque l'effetto della gravità su 'l corpo solido è maggiore che su la piuma, e ciò a proporzione, ch' è maggiore il grado del moto comunicato: val' a dire, l' effetto della Potenza di gravità su 'l corpo solido ha la stessa proporzione al suo effetto sopra la piuma, che la quantità di materia nel corpo solido alla quantità di materia nella piuma. Così è una conseguenza propria di questo sperimento, che la Potenza della gravità non opra solamente su la superfizie de' corpi, ma sopra ciascuna particella della materia, ch' è in essi, penetrandoli intimamente. Ma come la gran prestezza, con cui cadono li corpi, potrebbe lasciar dubbioso, se discendono assolutamente nello stesso tempo, o solo in quanto la differenza nel precipitoso lor moto, non sarebbe discernibile all' occhio; questa proprietà della Potenza di gravità, che si è dedotta quì dal precedente sperimento, è di vantaggio confermata dai Pendoli, il cui moto è tale, che una minuta differenza diverebbe bastantemente sensibile. Si parlerà ancora di ciò in un' altro luogo; (*a*) ma quì farò uso del principio ora stabilito, per esplicar la natura di ciò, che chiamano il Centro della Gravità ne' Corpi.

1 §. 25. 26. 27. combinati col §. 15. ec.

a Lib. II. Cap. 5. §. 3.

25. Questo Centro di Gravità è quel punto, da cui sospendendosi un corpo, dovrà restar' immobile in una certa situazione. In un Globo di tessitura uniforme, il Centro di gravità è lo stesso, che il Centro del Globo; imperciocchè come le parti del Globo sono da tutti li lati similari, e similmente disposte, ed il poter della gravità agisce ugualmente sopra ciascuna parte; è visibile, che le parti del Globo da tutti li lati del suo Centro, sono da una egual forza pressate, e che pertanto niun lato dovrà ceder' all' altro; e tutto il Globo s' è sostentato dal proprio Centro, dovrà pender' immobile. In simil guisa, se due corpi eguali A, e B (nella fig. 13.) siano appesi all'estremità di una verga inflessibile CD, che non abbia peso, e questa venga sostentata dal suo mezzo E, que' corpi saranno in equilibrio, o peseranno egualmente, e la verga rimarrà senza moto. Imperciocchè essendo li corpi eguali, ed alla medesima distanza dal Punto di sostegno in E, il potere di gravità agirà sopra ciascun d' essi con

egual forza, e per tutti li rispetti nelle medesime circostanze; e perciò il peso dell'uno non potrà superar quello dell'altro. Il peso di A non è più capace di sormontare il peso di B, che il peso di esso B quello di A. Supponendo ancora un corpo come A B (in fig. 14.) di una tessitura uniforme, e della figura di un Cilindro, giacer' orizontalmente, se una linea retta si meni tra C e D, centri de'Circoli estremi di questo Cilindro, e questa linea comunemente chiamata l' Asse, sia divisa in due parti eguali in E; e questo punto E sarà il centro di gravità del Cilindro. Imperciocchè essendo questo d'una figura uniforme, le parti, che sono allato di E di quà, e di là, sono eguali, e situate in una maniera del tutto simile; questo Cilindro sostentato dal punto E, dee restar' immobile, per la stessa ragione, che la verga inflessibile testè mentovata, rimarrebbe senza moto, quando fosse sospesa dal suo punto di mezzo. Ed è evidente, che la forza applicata al punto E, la qual sostentasse il Cilindro, dovrebbe esser'eguale al di lui peso. Ora supposti due Cilindri di egual grossezza A B, e C D, unirsi insieme in C B, sicchè li suoi due assi giacciano in una stessa linea retta; l'asse E F essendo diviso in due parti eguali in H, e l'asse F G pure egualmente in I; allora, perchè il Cilindro A B sarebbe sostenuto in quiete da una Potenza applicata in H, eguale al suo peso, e il Cilindro C D similmente da una applicata in T, ed eguale al peso di esso Cilindro; tutto A D sarebbe sostentato da queste due Potenze; ma tutto ancora potrebb' esserlo da una sola applicata in K, punto di mezzo dell' Asse intero E G, purchè questa fosse eguale al peso di tutto intero il Cilindro. E' dunque evidente, che questa Potenza applicata in K produrrebbe lo stesso effetto, che due altre applicate in H, ed in I. E' da osservarsi in oltre, che H K, è eguale alla metà di F G, e K I, alla metà di E F; imperciocchè E K essendo eguale alla metà di E G, ed E H alla metà di E F, il rimanente H K dev' esser'eguale alla metà del rimanente F G; così pure G K essendo eguale alla metà di G E, e G T alla metà di G F, il rimanente I K dev' esser' eguale alla metà del rimanente E F. Ne segue dunque, che H K ha la medesima proporzione ad I K, che F G ad E F. In oltre io stimo, che il mio Lettore concepirà, ed egli si dimostra in forma da'Geometri, che tutto il corpo del Cilindro C D ha la medesima proporzione a tutto il corpo del Cilindro A B, che l'Asse F G all'Asse E F. (*a*) Ma egli ne segue, che nelle due Potenze applicate ad H, e ad I, quella, ch'è applicata ad H, abbia la medesima Proporzione alla Potenza applicata a T, che K I ad H K. Supposte dunque le due funi H L, ed

a *Elem. Eucl. L. XII. Prop. 13.*

ed IM tese insù, una dal punto G, e l'altra dal punto I, e venir queste sostentate da due Potenze, una valevole a sostener' il Cilindro AB, e l' altra il Cilindro CD; Come quì queste due Potenze sostengono tutto il Cilindro, e perciò producono un'effetto eguale a quello, che verrebbe prodotto da una Potenza applicata al punto K, di una forza sufficiente a sostentar tutto il Cilindro, è manifesto, che se il Cilindro venga tolto, lasciando solamente l'Asse, e dal punto K si stenda una cordicella, come KN, che venga stirata da una Potenza eguale al peso del Cilindro, questa Potenza agirà contro le due altre, come faceva il Cilindro stesso; e per conseguenza queste tre Potenze saranno in bilancia, e terranno immobile tra di loro l'Asse HT. Ma se queste tre Potenze conservano uno scambievole equilibrio tra di loro, le due Potenze applicate alle funi HL, ed IM saranno pure in equilibrio fra di sè; avendo la Potenza applicata alla fune HL quella proporzione all'altra applicata alla fune IM, che la distanza IK alla distanza KH. Quindi pure apparisce, che se una verga inflessibile AB (nella fig. 15.) sia sospesa da qualche punto C, che non è il di lei mezzo; e se ad A estremità del braccio minore sia raccomandato un peso da B estremità del più lungo, ne penda un'altro minore del primo, ed il peso più grande abbia al più piccolo la medesima proporzione, che il braccio più lungo di essa verga al più corto; questi due pesi saranno in equilibrio un coll'altro; poichè la Potenza applicata in C, eguale ai due pesi, sosterrà senza alcun moto la verga, che n'è così caricata; non cangiandosi quì alcuna cosa del caso precedente, se non la situazione delle Potenze, le quali si trovano ora collocate dal lato contrario della linea, a cui sono affisse. Così ancora per la stessa ragione, se due pesi A, e B (fig. 16.) fossero connessi insieme per mezzo di una verga inflessibile CD, menata da C centro di gravità in A, a D centro di gravità in B, e se la verga CD si dividesse talmente in E, che la parte DE avesse la medesima proporzione all' altra parte CE, che ha il peso A al peso B, questa verga essendo sostentata in E, sosterrà ella stessa i pesi, e non li lascerà muover punto. Questo punto E poi, per cui li due pesi A e B saranno sostentati, chiamasi il loro comun centro di gravità. E unendosi un maggior numero di corpi insieme, il punto, onde tutti verrebbero sostentati, si chiamerebbe il comun centro di gravità di tutti loro. Supposti tre corpi A, B, C, (nella fig. 17.) li cui rispettivi centri di gravità siano congiunti dalle tre linee DE, DF, EF, la linea DE essendo talmente divisa in G, che DG abbia la medesima proporzione a GE, che B

ad A; G ſarà il centro comune di gravità de' due corpi A, e B; val'a dire, una Potenza eguale al peſo di ambedue, applicata in G, li ſoſtenterebbe; e il punto G è tanto premuto da' due peſi A, e B, quanto ſe deſſi foſſero inſieme ſoſpeſi da queſto punto. Adunque menando una linea da G ad F, e queſta diviſa in H, talchè GH abbia la ſteſſa proporzione ad HF, che il peſo C alli due peſi A, e B, il punto H ſarà il comun centro di gravità di tutti e tre li peſi; imperciocchè H ſarà il lor comun centro di gravità, ſe li due peſi, A, e B ſiano ſoſpeſi inſiememente da G, e il punto G ſia premuto tanto da eſſi nella loro preſente ſituazione, quanto ſarialo in queſto caſo. Nella ſteſſa maniera, dal comun centro di queſti tre peſi, potrete paſſare a rinvenir' il comun centro, ſe ne ſaranno quattro, e per un' ordinato progreſſo a diſcoprir' il comun centro di gravità, ſpettante a qualſiſia numero di peſi.

26. Come tutto queſto è una conſeguenza naturale della Propoſizione già ſtabilita per aſſegnar' il comun centro di gravità di due peſi, ſi ritroverà, mercè la ſteſſa propoſizione, il centro di gravità in tutte le figure. In un triangolo, come ABC (figura 18.) il centro di gravità ſta nella linea menata dal punto di mezzo di ciaſcuno de' lati all' angolo oppoſto, come è la linea BD, menata da D, ch'è il mezzo della linea AC, all'angolo oppoſto B; (*a*) coſicchè ſe dal mezzo di uno, o dell'altro de' due lati, che reſtano come dal punto E nel lato AB, meniſi una linea, come EC all' angolo oppoſto; il punto F, ove queſta linea taglia l' altra BD, ſarà il centro di gravità del triangolo. (*b*) ſimilmente DF è eguale a mezzo FB, ed EF a mezzo FC. (*c*) In un Emisfero, come ABC (fig. 19.) ſe da D centro della Baſe, ſi erga la linea DB perpendicolare ad eſſa baſe, e queſta linea ſi divida in E, talchè DE ſia eguale a tre quinti di BE, il punto E ſarà il centro di gravità dell' Emisfero. (*d*)

a *Archim. de æquipōd. prop.* 11.
b *Ibid. prop.* 12.
c *Lucas Valerius de Grav. solid. L. I. prop.* 2.
d *Idem L. II. propos.* 2.

27. Sarà di uſo l'oſſervare, in ordine al centro di gravità ne' corpi, che mentre una Potenza applicata a queſto centro, può ſoſtener ſola un corpo contro la Potenza di gravità, e tenerlo fiſſo in riposo; l'effetto dunque della Potenza di gravità ſopra un corpo ſarà il medeſimo, che ſe tutta agiſce interamente ſu'l centro ſolo di gravità. Quindi ſegue, che quando la Potenza di gravità agiſce ſopra un corpo ſoſpeſo da qualche punto, ſe il corpo è talmente ſoſpeſo, che il ſuo centro di gravità poſſa diſcendere; la Potenza di gravità darà moto a queſto corpo, e in altro caſo no; ovvero ſe più corpi in certo numero ſiano talmente conneſſi inſieme, che quando alcuno è poſto in moto, gli altri per

quel-

quella loro conneſſione, ricevano un tal moto, che trattenga il lor comun centro di gravità in quiete; allora la Potenza di gravità non ſarà abile a produrre alcun moto in queſti corpi, ma lo farà in tutti gli altri caſi. Così ſe un corpo A B (nelle fig. 20. 21.) il cui centro di gravità è C, ſia ſoſpeſo dal punto A, e il centro C ſia perpendicolarmente ſotto A, (come nella fig. 20.) il peſo del corpo lo ſosterrà ſempre ſenza moto, perchè il centro C non può diſcender punto più baſſo. Ma ſe il corpo paſſi a qualche altra ſituazione, ove il centro C non ſia perpendicolarmente ſotto A (come nella fig. 21.) il corpo del ſuo peſo verrà poſto in moto, verſo la ſituazion perpendicolare del ſuo centro di gravità. Se due corpi ancora A, e B (fig. 22.) ſiano congiunti inſieme dalla verga E D, che giace orizontalmente, e vien ſoſtentata dal punto E, che ſia centro della comun gravità de' due corpi; il loro peſo non li porrà in moto; ma ſe il punto E non è il loro comun centro di gravità, li corpi ſi muoveranno, diſcendendo quella parte della verga C D, in cui quel punto ritrovaſi. Così pure, ſe due corpi foſſero conneſſi inſieme per una macchina più compoſta, ſe non ſi può muovere un d'eſſi, che non ſi muova anche l'altro, talmente che il loro comun centro di gravità reſti immobile, il peſo di queſti corpi non li porrà in moto, ma non così in altro caſo.

28. Ora paſſerò a parlare delle Potenze meccaniche. Queſte ſono certi ſtromenti, o macchine inventate per muover gran peſi con piccole forze; e li loro effetti ſi poſſono didurre dalle oſſervazioni, che quì ſi ſon fatte. Si contano queſte ordinariamente in numero di cinque; il vette, l'Aſſe nel Timpano, o con la Ruota; la Carrucola, il Cuneo, la Chiocciola: alle quali aggiungono alcuni il Piano Inclinato, come queſti ſtromenti ſono ſtati di un' uſo molto antico, così il celebre Archimede ſembra eſſere ſtato il primo, che abbia diſcoperta la vera ragione de' loro effetti. Io penſo, che ciò ſi poſſa didurre da quello, che di lui vien riferito, che certe eſpreſſioni, di cui ſi valeva per dinotar la forza illimitata di queſti ſtromenti, erano ricevute come ſtraordinarj Paradoſſi; laddove, quando ſi foſſe inteſa la cagione della loro gran forza, niuna eſpreſſione di queſto genere ſarebbe ſtata così ſorprendente.

29. Tutti gli effetti di queſte Potenze poſſono giudicarſi da una ſola Regola, che quando due peſi ſono applicati ad uno di queſti ſtromenti, ſaranno quelli in equilibrio, ſe venendo a muoverſi, le loro velocità debbano eſſere reciprocamente proporzionali al riſpettivo lor peſo. E quello ſi dice de' peſi, ha da intenderſi neceſſa-

ceſſariamente di ogni altra forza equivalente ai peſi, come la forza del braccio d' un' uomo, della correntìa d' un'acqua, e ſimili.

30. Ma per comprender' il ſenſo di queſta regola; il Lettor dee ſapere ciò, che s'intende per una proporzione reciproca; il che ora m' ingegnerò di ſpiegare, con quanto più di chiarezza saprò; imperciocchè ſarò obbligato ſovente a far' uſo di queſto termine. Quando due peſi hanno fra di loro una tal relazione, che uno creſca nella ſteſſa proporzione che l'altro, ſono eſſi direttamente proporzionali. Così ſe un numero d'uomini può fare in uno ſpazio determinato di tempo una certa quantità di un' Opera, per eſempio una foſſa per un vivajo, e ſimili; e due volte queſto numero d' uomini può far due volte la quantità della ſteſſa Opera; e tre volte queſto numero far tre volte la ſteſſa quantità; ſono quì il numero degli uomini, e la quantità dell' Opera direttamente proporzionali. Dall'altra parte, quando due coſe ſono talmente relative, che una diminuiſca nella proporzione ſteſſa, che l'altra creſce, ſi dice, che queſte ſono reciprocamente proporzionali. Così ſe due volte un numero d'uomini può far la medeſima Opera, nella metà di tempo, e tre volte lo ſteſſo numero può far lo ſteſſo in una terza parte di tempo; queſti numeri della gente, e del tempo ſono reciprocamente proporzionali. Abbiamo di ſopra inſegnato a trovare il comun centro di gravità di due corpi; (*a*) ora le diſtanze del comun centro, dai centri di gravità de'due corpi, ſono reciprocamente proporzionali ai corpi riſpettivi. Imperciocchè CE (fig. 6.) eſſendo nella ſteſſa proporzione ad ED, che B ad A; CE è tanto maggiore a proporzion di ED, quanto A minore in proporzione di B.

a §. 25.

31. Ora ciò inteſo, apparirà chiaramente la ragion della Regola quì ſtabilita. Imperciocchè ſe due corpi ſi poneſſero in moto, nel mentre il punto E ſta fermo, la velocità, con cui A muoverebbe, avrebbe la ſteſſa porporzione alla velocità di B, che EC ad ED: dunque la velocità di ciaſcun corpo, quando il comun centro di gravità ſta in quiete, è reciprocamente proporzionale al corpo. Ma noi abbiamo dimoſtrato innanzi (*b*) che ſe due corpi ſono talmente conneſſi inſieme, che mettendoli in moto, il lor comun centro di gravità non ſi muova, il peſo di queſti corpi non produrrà in eſſi alcun moto. Dunque in ciaſcuno di queſti ſtromenti meccanici, ſe quando li corpi ſi pongono in moto, le loro velocità ſiano reciprocamente proporzionali a'riſpettivi lor peſi, con che il comun centro di gravità abbia a rimaner fermo; li corpi non riceveranno alcun moto dal loro peſo, val'a dire, faran-

b §. 27.

ranno in equilibrio. Ma questo forse si concepirà ancora più chiaramente con una particolar descrizione di ciascuna Potenza meccanica.

32. Il vette è stata la prima, nominata di sopra. E' un bastone, il cui uso è di sostenere, e muover gran pesi. Questo bastone in una parte è appoggiato a qualche sostegno forte; come il bastone A B (nelle fig. 23.24.) al punto C sta appoggiato sul sostegno, o supporto D. In qualche altra parte del bastone, come E si applica il peso da esser sostentato, o mosso; e in terzo luogo, come F, si applica altro peso, o forza equivalente, che ha da sostenere, o da muover'il peso in E. Ora posto quì il vette in moto, e fatto salire, e scendere sul punto fisso C, la velocità, con cui si muoverà F, avrà la stessa proporzione alla velocità, con cui muoverassi E, che il peso in E avrà al peso, o alla forza in F; dunque il vette caricato in questa guisa, non penderà a muover dall'uno, o dall' altro lato. Se il peso, o la Forza in F non sia così grande d'aver questa proporzione, il peso in E non sarà sostentato; ma se la forza in F sia di questo maggiore, egli verrà superato. Ciò è manifesto per quello, che di sopra si è detto, (*a*) quando le forze in E, ed in F sono disposte, (come nella fig. 23.) da'differenti lati del sostegno D. Ciò apparirà pure egualmente manifesto nell' altro caso, continuando il bastone BC nella fig. 24. dall'altro lato del sostegno D, finchè CG sia eguale a CF, e con l'appiccare a G un peso equivalente alla Potenza in F: imperciocchè allora se la Potenza in F sarà rimossa, li due pesi in G, ed E contrappeseranno un' all'altro, come nel primo caso; ed è evidente, che il peso in F sarà levato dal peso in G, col medesimo grado di forza, che lo sarebbe da un' altra Potenza applicata ad F; poichè se il peso in E venisse rimosso, un peso appiccato ad F, eguale a quello in G, porrebbe il vette in bilancia, essendo le distanze CG, e CF eguali.

(*a*) § 25. 27.

33. Se due pesi, od altre Potenze applicate al vette, non si contrabilanciano una l'altra, una terza Potenza può esser applicata al vette in qualche luogo proposto del vette, che tratterrà il tutto in un giusto contrappeso. Supposto (nella fig. 25.) che due Potenze E, ed F non siano bilanciate, se si cerchi di applicar'una terza Potenza al punto G, ciò potrà bastare a porre in bilancia il vette. Trovato quanto la Potenza in F contrappesa alla Potenza in E; se la differenza tra questa Potenza, e quella, ch'è attualmente applicata ad F, abbia la stessa proporzione ad una terza Potenza d'applicarsi in G, che la distanza CG a CF; il vette resterà contrappesato per opra di questa terza Potenza, applican-

candola ad agire dal lato stesso della Potenza in F, quando questa è troppo piccola per contrabilanciar quella in E. Della stessa guisa, se un vette fosse caricato con tre, o con maggior numero di pesi, o d'altre potenze, che non fossero contrappesate fra di loro, potrebbe applicarsi una nuova Potenza in qualche luogo proposto, e con ciò portarsi tutto ad una giusta bilancia. E ciò, ch' è quì detto concernente pluralità di Potenze, potrà egualmente applicarsi a tutti li casi seguenti.

34. Se fosse il vette formato di due braccia, che facessero angolo, come nella fig. 26. al punto C, e le forze fossero ancora applicate perpendicolarmente a ciascun braccio, si conserverà la medesima proporzione tra le forze applicate, e le distanze del Centro, su cui posa l'Asse, dai punti, a cui sono applicate: val' a dire, il peso in E sarà alla Forza in F nella proporzione stessa, che C F è a C E.

35. Ma quando le forze applicate al vette, agiscono obbliquamente al braccio, a cui sono applicate (come nella fig. 27.) allora la forza delle Potenze si dev' estimare per mezzo di linee menate dal centro del vette alle direzioni, in cui agiscono le Potenze. A porre in bilancia li vetti (nella fig. 27.) un peso, od altra forza in F, dovrà avere la medesima proporzione al peso in E, che la distanza C E a C G, ch' è la perpendicolare, menata da C alla linea, che denota la direzione, in cui opra la forza applicata ad F; imperciocchè quì posto il vette in moto, la Potenza applicata ad F comincerà a muover nella direzione della linea F G; e perciò il suo primo moto sarà il medesimo, che il moto del punto G.

36. Quando due pesi sono appiccati ad un vette, ed il Punto, onde questo vien sostentato, è posto in mezzo tra li due pesi, sicchè le due braccia del vette siano di egual lunghezza; allora il vette si chiama particolarmente una Bilancia: e pesi eguali pesano egualmente, come nelle lance d' una bilancia comune. Quando il punto del sostegno non è egualmente distante dalli due pesi, forma lo stromento da pesare, che si chiama la Stadera. Sebbene sì nella bilancia comune, che nella Stadera, il punto, a cui lo stilo è appiccato, non è ordinariamente collocato giusto nella medesima linea retta con li punti, che sostengono li pesi, ma piuttosto alquanto di sopra (come nella fig. 28.) dove le linee tirate dal punto C, da cui pende il sostegno, ai punti E, ed F, a cui sono appiccati li pesi, non fanno assolutamente una stessa linea continuata. Se li tre punti E, C ed F fossero in una sola linea retta, li pesi, che sono in equilibrio, quando giacciono orizon-

zontalmente, lo farebbero ancora in ogni altra situazione. Ma noi vediamo in questi stromenti, che quando sono caricati con pesi, che sono in equilibrio orizontalmente, se sono inclinati da un lato, il peso più elevato sormonta l'altro, e discende facendo dondolar lo stromento, finchè per gradi ricupera la sua orizontal positura. Quest'effetto proviene dalla mentovata costruzione; imperciocchè per causa di questa tali stromenti sono vetti composti di due braccia, che fanno angolo al punto del sostegno, come nelle fig. 29. 30. la prima delle quali rappresenta il caso della bilancia comune, e la seconda quello della Stadera. Nella prima, dove C E, e C F sono eguali, eguali pesi appiccati ad E, ed F saranno in equilibrio, quando li punti E, ed F sono in una situazion' orizontale. Supposto, che le linee E G ed F H siano perpendicolari all'orizonte, dinoteranno le direzioni, in cui agiscono le forze appiccate ad E, ed F. Perciò la proporzione tra li pesi in E, ed F, che siano in equilibrio, si giudica dalle perpendicolari, come sono C T, C K, menate da C sopra E G, ed F H; cosicchè li pesi essendo eguali, le linee C T, C K dovranno ancora esser' eguali, quando siano li pesi in equilibrio. Ma io stimo, che il mio lettore vedrà facilmente che le linee C E, C F essendo eguali, le linee C T, C K saranno ancora, quando li punti E, ed F sono situati orizontalmente.

37. Se questo vette sia in un'altra situazione (come nella fig. 31.) allora il peso che più alto sollevasi, sormonterà l'altro. Se il punto F quì sia più alto di E, la perpendicolare C K sarà più lunga, che C T; e perciò li pesi sarebbero in equilibrio, se il peso in F fosse minore, che il peso in E. Ma il peso in F è eguale al peso in E; dunque è maggiore di quel, che sia necessario per contrappesare il peso in E, e in conseguenza sormonterallo, e strascinerà questo braccio del vette.

38. In simil guisa nel caso di una stadera (fig. 32.) se li pesi in E, ed F sono talmente proporzionati, che sieno in equilibrio, quando li punti E, ed F sono orizontalmente situati, allora in ogni altra situazione del vette, il peso, che è più in alto sollevato, dovrà preponderare: ch'è quanto dire, se nell'orizontal situazione de' punti E, ed F il peso in F ha la medesima proporzione al peso in E, che C I a C K; se il peso in F è sollevato più alto, che E, come nella fig. 32; il peso in F avrà una maggior proporzione al peso in E, che C T abbia a C K.

39. Oltre a ciò si può applicare il vette sopra un'asse, e allora le due braccia del vette non saranno invero continue, ma affisse a differenti punti dell'asse; come nella fig. 33. dove l'asse A B e

sospeso dalle sue estremità A, e B. In quest'asse un braccio del vette è affisso al punto C, l'altro al punto D. Ora se un peso sia appiccato ad E, ch'è l'estremità di quel braccio, che sta affisso all'asse nel punto C; ed un'altro peso sia appiccato ad F, ch'è l'estremità dell'altro braccio, annesso all'asse nel punto D; saranno in equilibrio questi due pesi, quando il peso in E avrà la stessa proporzione al peso in F, che il braccio D F al braccio CE.

40. Questo è il caso, se le due braccia sono perpendicolari all'asse, e giacciono, come li Geometri si esprimono, in un medesimo piano; ovvero in altri termini, se le braccia sono perpendicolarmente affisse all'asse in maniera, che quando un d'essi giace orizontalmente; l'altro abbia ancora una situazion orizontale. Se uno delle due braccia non sia perpendicolare all' asse, allora nel determinar la proporzion tra li pesi, invece della lunghezza di questo braccio, si dovrà prender la perpendicolare tirata su l'asse dalla estremità di questo braccio. Se le braccia non sono affisse in modo, che divengano orizontali nello stesso tempo, il metodo di assegnar la proporzion tra li pesi è analogo a quello, di cui ci servimmo innanzi nei vetti, che fanno un'angolo al punto, da cui vengono sostentati.

41. Da questo caso del vette applicato sopra un' asse, è facile far'il passaggio ad un'altra Potenza meccanica, ch' è la Ruota, e l'asse.

42. Questo stromento è la ruota con un cilindro sostenuto all' estremità, talmente che si possa farlo girar con la ruota, come sta rappresentato nella fig. 34. dove A B è la ruota, CD il cilindro, ed E, F li suoi due sostegni. Ora supposto un peso G, appiccato ad una corda, che sia avvolta intorno al cilindro, ed un' altro peso H pendente da un'altra corda, che gira intorno alla ruota dalla parte opposta, per potersi questi due pesi l'un l'altro sostentare, il peso H dee avere al peso G la stessa proporzione, che ha la grossezza del cilindro, al diametro della ruota.

43. Supposto, che la linea *kl* sia menata per il mezzo del cilindro, e dal luogo del cilindro, ove la corda, che sostenta il peso G, comincia a lasciar' il cilindro, come in *m*, si tiri la linea *nm* perpendicolare a *kl*; e dal punto, dove la corda, che sostiene il peso H, comincia a lasciar la ruota, come in *o* si tiri la linea *op* perpendicolare a *kl*: ciò fatto, le due linee *op*, ed *mn* rappresentano le due braccia di un vette fisso sull'asse *kl*; e in conseguenza il peso H ha la stessa proporzione al peso G, che *mn* ad *op*. Ma *mn* ha la stessa proporzione ad *op*, che la grossezza del cilindro al diametro della ruota; imperciocchè *mn* è la

metà

metà della grossezza del cilindro, ed *op* la metà del diametro della ruota.

44. Se la ruota è posta in moto, e facciasi girar'una volta intorno, mentre la corda, a cui è appiccato il peso G, una volta di più s'avvolge intorno all'asse; la corda, a cui è appiccato il peso H, si svolgerà un giro dalla ruota. Dunque la velocità del peso G avrà la medesima proporzione alla velocità del peso H, che la circonferenza del cilindro alla circonferenza della ruota. Ma la circonferenza del cilindro ha la stessa proporzione alla circonferenza della ruota, che la grossezza del cilindro al diametro della ruota; in conseguenza la velocità del peso G ha la medesima proporzione alla velocità del peso H, che la grossezza del cilindro al diametro della ruota, ch' è la proporzione, che ha il peso H al peso G. Dunque come innanzi nel vette, così quì ancora, la regola Generale stabilita di sopra si verifica, che li pesi saranno in equilibrio, quando le loro velocità saranno reciprocamente proporzionali a'rispettivi pesi.

45. Nella stessa maniera, se due ruote di differente grandezza siano piantate sopra lo stesso asse, come nella fig. 35. ed a ciascuna appiccato un peso; saranno li due pesi in equilibrio, se quello appiccato alla ruota maggiore avrà la stessa proporzione al peso, ch' è appiccato alla minore, che ha il diametro della minore al diametro della maggiore.

46. Egli è costume di congiugnere più ruote insieme nello stesso stromento; le quali per mezzo di certi denti, formati nella circonferenza di ciascuna ruota, comunicano moto una all'altra. Una macchina di questa natura è rappresentata nella fig. 36. Quì A B C è un manico, per adoprar la macchina; cui è annessa la piccola ruota dentata D, che muove li denti di una più grande, E F piantata sul l'asse G H. Quest'asse porti un'altra ruota T, che muova similmente una ruota maggiore K L piantata su l'asse M N. Quest'asse ne porti un'altra piccola O, che della stessa maniera faccia girarne un' altra più grande P Q, piantata su'l cilindro R S, a cui sia avvolta una corda, che sostiene un peso, come T. Ora la proporzion ricercata tra il peso T, e la Potenza applicata al manico in A, sufficiente a sostener'il peso, si potrà facilmente ritrovare, computando la proporzione, che la velocità del punto A avrà a quella del peso. Se il manico si giri in modo, che il punto A descriva un cerchio come A V; supposto, che la ruota E F abbia dieci volte il numero de' denti, che la ruota D, il manico dee girar' intorno dieci volte, per far girare una volta sola la ruota E F. Se la ruota K L abbia pure dieci volte il nume-

ro de'denti, che ha la ruota T, questa dee girar dieci volte, per far girare una volta K L: E in conseguenza il manico A B C dee girar cento volte, per far girare la ruota K L una volta. Infine, se la ruota P Q ha dieci volte il numero de'denti, che ha la ruota O, il manico dee girar mille volte per un giro solo della ruota P Q, o del cilindro R S. Qui dunque il punto A dee passar per il circolo A V mille volte, acciocchè il peso T resti alzato per un spazio eguale alla circonferenza del cilindro R S; e quindi segue, che la Potenza applicata in A bilancierà il peso T, se ella avrà la stessa proporzione a quello, che la circonferenza del cilindro alla circonferenza del circolo A V presa mille volte; o la proporzione stessa, che la metà della grossezza del cilindro avrà a mille semidiametri A B dello stesso circolo A V.

47. Passerò quindi a spiegar l'effetto della Carrucola. Sia un peso appiccato da una Carrucola, (come nella fig. 37.) Egli è evidente, che la potenza A, da cui è sostentato il peso B, dev'esser' eguale al peso; imperciocchè la corda C D si distende egualmente tra ambedue; e se il peso B muova, dee muover la Potenza A con velocità eguale. La Carrucola E non ha altro effetto, che di lasciar'agire la Potenza A in un'altra direzione, che non avrebbe avuta, se fosse stata direttamente applicata a sostener'il peso, senza l'uso di un tale stromento.

48. Sia poi un peso da sostenersi, (come nella fig. 38.) dove il peso A è attaccato alla Carrucola B, e la corda, da cui è sostentato, è raccomandata da una estremità ad un rampino C; e dall'altra parte è sostentata dalla Potenza D. Quì il peso vien sostenuto da una corda raddoppiata; di modo che sebben la corda non fosse valevole a sostentar'il peso, fatta scempia, nondimeno raddoppiata potrebbe sostentarlo. Se l'estremità della corda, ritenuta dalla Potenza D, fosse appesa dal rampino C, com'è l'altra; allora, quando tutte e due l'estremità della corda fossero annodate al rampino, è manifesto, che il rampino sosterrebbe tutto intero il peso; e ciascuna dell'estremità della corda premerebbe il rampino, con la forza della metà di tutto il peso, mentre tutt'e due insieme lo farebbero con la forza di tutto il peso. Quindi è manifesto, che quando la Potenza D ritiene un'estremità della corda, la forza, ch'ella dee impiegare a sostener il peso, dee essere appunto eguale alla metà del peso. E questa stessa proporzione tra il peso, e la Potenza si, con cui ancora dal compararʼinsieme le velocità rispettive raccoglierà ambedue muoverebbero; imperciocchè è manifesto, che la Potenza dee muovere per un spazio, eguale alla distanza della Carrucola dal rampino raddoppiata per alzar'il peso al rampino.

49.

49. Egli è egualmente facile a calcolar l'effetto di più Carrucole combinate insieme, come nelle fig. 39. 40. nella prima delle quali, la Carrucola inferiore, e in conseguenza il peso è sostenuto da sei corde, e nell'altra da cinque: e perciò nella prima di queste figure la Potenza dev'esser' una sesta parte solamente del peso, per sostenerlo, e nell'altra una quinta parte.

50. Vi sono due altre maniere per sostener'un peso con le Carrucole, che ora particolarmente si devono considerare.

51. Vna di queste è rappresentata nella fig. 41. Quì il peso andando connesso con la Carrucola B, una Potenza eguale alla metà del peso A, sosterrebbe la Carrucola C, se fosse immediatamente applicata ad essa. Dunque la Carrucola C vien tirata da una forza eguale alla metà del peso A. Ma se la Carrucola D fosse immediatamente sostentata dalla metà della forza, che tira la Carrucola C, questa sarebbe allora sostentata dalla Carrucola D; cosicchè se la Carrucola D fosse sostentata da una forza eguale alla quarta parte del peso A, questa forza potrebbe sostenerlo tutto. Ma per la stessa ragione d'innanzi, se la Potenza in E fosse eguale alla metà della forza necessaria per sostentar la Carrucola D; questa Carruccola, e in conseguenza il peso A ne verrebbero sostenuti. Dunque se la Potenza in E sia l'ottava parte del peso A, ella sarà capace di sostentarlo.

52. Vn'altra maniera di applicar le Carrucole a un peso, si rappresenta nella fig. 42. Per ispiegar l' effetto delle Carrucole così applicate, sarà a proposito considerar differenti pesi appiccati, come nella fig. 43. Quì se la Potenza, e li pesi sono in bilancia, la Potenza A è eguale al peso B; il peso C è eguale al doppio della Potenza A, o del peso B; e per la stessa ragione il peso D è eguale al doppio del peso C, o al quadruplo della Potenza A. Ma se questi tre pesi fossero congiunti in uno, produrrebbero il caso della fig. 42. cosicchè in questa figura il peso A, dove son tre Carrucole, fa sette volte la potenza B. Se non fossero state, due Carrucole, il peso avrebbe fatta tre volte la Potenza; e se ve ne fossero state quattro, il peso avrebbe fatta quindeci volte la Potenza.

53. Si dee in appresso considerar'il Cuneo: è abbastanza nota la forma di questo stromento. Quando egli è supposto a qualche peso, come nella fig. 44. la forza, con cui il Cuneo leverà il peso, quando è cacciato dentro da un colpo su'l termine A B, avrà la stessa proporzione alla forza, con cui il colpo agirebbe su'l peso, se direttamente se gli applicasse, che la velocità, che il Cuneo riceve dal colpo, ha alla velocità, con cui il peso è alzato dal Cuneo.

54. La

54. La chiocciola è la quinta Potenza meccanica. Vi son due maniere d' applicar questo stromento. Talvolta ella si fa passare per un buco, (come nella fig. 45.) dove la chiocciola A B è inserta nell' Asse, o pancone C D. Talvolta la chiocciola è applicata ai denti di una ruota, come (nella fig 46.) dove le spire della chiocciola A B, muovono fra li denti di una ruota C D. In tutti e due questi casi, se un bastone, come A E sia affisso all' estremità A della chiocciola, la forza con cui l'estremità B della stessa, (nella fig. 45.) è premuta a basso, e la forza, con cui li denti della ruota C D (nella fig. 46.) sono sostenuti, hanno la medesima proporzione alla potenza applicata all'estremità E del bastone, che la velocità, con cui muove l'estremità E, girando la chiocciola, alla velocità, con cui muove l'estremità B della chiocciola (nella fig. 45.) o con la quale muovono li denti della ruota C D, (nella fig. 46.)

55. Il Piano Inclinato ci dà un'altro modo di levar'un peso con una forza minore di quella, che eguagli il peso stesso. Supposto, che si dimandi di levar'il globo A (nella fig. 47.) dal terreno, o dal piano B C ad un punto, la cui altezza perpendicolare sia E D: se questo globo sia tirato attraverso lungo la linea D F, si ricercherà minor forza per levarlo, che se dovesse levarsi insù direttamente. Quì se la forza applicata al globo abbia solamente quella proporzione al di lui peso, che E D ad F D; ella sarà bastante a sostener'il globo; e perciò ogni aggiunta a questa forza lo porrà in moto, e lo attirerà di sopra, purchè il globo, premendo contro il piano, su cui giace, non si attacchi in qualche grado al piano stesso. Questo invero dee sempre farsi più, e meno, perchè nissun piano può esser'assolutamente così liscio, che non abbia sorte alcuna d'ineguaglianze; nè meno così infinitamente duro, che non ceda punto la minor cosa alla pressione del peso. Dunque non si può supporre un tal piano, su cui quello abbia a scorrere il più liberamente, che si possa, ma debbono sempre patir' un dall'altro qualche fregagione; e questa farà necessariamente impiegar'un certo grado di forza più, che quella è necessaria per sostener'il globo, in ordine al dargli qualche moto. Ma come tutte le potenze meccaniche sono a qualche misura soggette a simili impedimenti apportati dalla fregagione, quì dimostrerò solamente qual forza sarebbe necessaria per sostener'il globo, s'egli giacesse su d'un piano, che non producesse affatto alcuna fregagione. Ed io dico, che se il globo sia tirato dalla corda G H, che giace parallela al piano D F; e la forza, ond'è distesa la corda, abbia la stessa proporzione al peso del globo, che E D a D F;

questa

questa forza sosterrà il globo. Per provarlo, sia continuata la corda GH, e fatta passar per la carrucola T, e siavi appiccato il peso K. Ora io dico, che se questo peso ha la stessa proporzione al globo A, che DE a DF; il peso sosterrà il globo. Io trovo esser manifesto, che il centro del globo A giacerà in una linea continuata con la corda HG. Sia L il centro del globo, ed M il centro di gravità del peso K. Primieramente sia il peso talmente appiccato, che una linea menata da L ad M giaccia orizontalmente; ed io dico, che quando il globo muova su, o giù per lo piano DF, muoverà seco anche il peso, talchè il centro di gravità comune ad ambedue li pesi continuerà in questa linea LM, e perciò non discenderà in alcun caso. Per provar questo più pienamente, io mi partirò un poco dal metodo di questo trattato, e mi servirò di una, o due proposizioni mattematiche; ma esse son tali, che ogni persona, che abbia letti gli Elementi d' Eulide, le comprenderà pienamente, e sono in sè stesse così evidenti, che io penso, che li miei Lettori, cui siano del tutto incogniti gli scritti Geometrici, non avranno alcuna difficoltà nel riceverle. Ciò premesso, si muova il globo insù, finchè il suo centro sia in G; M centro di gravità del peso K si abbasserà allora fino ad N; cosicchè MN sarà eguale a GL. Tirate NG, che tagli ML in O; io dico, che O sarà il centro comune di gravità dei due pesi in questa loro nuova situazione. Si meni GP perpendicolare ad ML; GL avrà allora la stessa proporzione, a GP, che DF a DE, ed MN essendo eguale a GL, MN avrà la stessa proporzione a GP, che DF a DE; ma NO ha la stessa proporzione ad OG, che MN a GP: in conseguenza NO avrà la stessa proporzione ad OG, che DF a DE. In fine il peso del globo A ha la stessa proporzione all'altro peso K, che DF a DE; dunque NO ha la stessa proporzione ad OG, che il peso del globo A, al peso K. Quindi segue, che quando il centro del globo A è in G, ed il centro di gravità del peso K è in N, O sarà il centro di gravità comun de' due pesi. Nella stessa maniera, se il globo si fosse fatto discendere, il comun centro di gravità si sarebbe ritrovato in questa linea ML. Poichè dunque nissun moto di questo globo in qualunque maniera farà discender' il comun centro di gravità, è manifesto, da quello si è detto innanzi, che li pesi A, e K contrappeseranno uno all'altro.

56. Ora passerò a considerare il caso del Pendolo. Si fa un Pendolo con l'appiccare un peso ad una cordella, cosicchè possa questa rimossa dal perpendicolo andar' avanti, e indietro. Li Geometri hanno considerato con grande applicazione questo moto,

perchè è il più comodo stromento di tutti per un' esatta misura del tempo.

a §. 23. 57. Io ho di già osservato, (*a*) che se un corpo sospeso perpendicolarmente da una corda, come il corpo A (nella fig. 48.) appeso dalla fune A B, sia posta in tal moto, onde abbia a salire per l'arco circolare A C; allora sì tosto, che arrivato sia al punto più alto, a cui può esser portato dal moto, ch'egli ha ricevuto, comincerà di là immediatamente a discendere, e in A riceverà di nuovo lo stesso grado di moto, ch'egli avea prima. Questo moto dunque porterà il corpo su l' arco A D sì alto, che innanzi ascendeva per l' arco A C. E in conseguenza nel suo ritorno per l' arco D A, acquisterà di nuovo in A la sua velocità originale; e avanzerà un'altra volta su l'arco A C così alto, che andava prima; continuando in tal guisa senza fine il suo reciproco moto. E' vero, che di fatto ogni pendolo, che noi potiamo metter' in moto minorerà per gradi le sue così dette vibrazioni, od oscillazioni, ed in fine s' arresterà, senza che vi sia qualche potenza costantemente ad esso lui applicata, onde il suo moto venga rinovato; ma questo proviene dalla resistenza, che il corpo inconrra nell'aria, e dalla corda, a cui è appiccato; imperciocchè come l'aria apporterà qualche impedimento al progresso del corpo, che per essa muove, così ancora ve ne apporterà la corda, da cui pende il corpo; perocchè questa corda o sdrucciolerà su 'l chiodo, a cui è legata; o stireraffi al moto del peso; nel primo caso vi sarà qualche grado di fregagione, e nel secondo la corda farà resistenza alla sua inflessione; comunque siasi, quando ogni resistenza sia tolta, il moto del pendolo sarà perpetuo.

58. Ma per andar' innanzi, la prima proprietà, che considererò in questo moto, è, che maggiore se è l'arco, per cui muove un corpo pendulo, più v' impiega di tempo, sebbene la lunghezza del tempo non cresce in proporzion così grande, che l' arco. Così se C D sia un' arco maggiore, ed E F un minore, dove C A è eguale ad A D, ed E A ad A F, il corpo, oscillando per l'arco maggiore C D, impiegherà nelle sue oscillazioni da C a D un tempo più lungo, che in quelle da E ad F, quando muove solamente nel minor'arco; ovvero il tempo, in cui il corpo lasciato cadere da C discenderà per l' arco C A, è maggiore del tempo, in cui discenderebbe per l' arco E A, quando si lasciasse cader da E. Ma il primo di questi tempi non avrà la stessa proporzione all'altro, che il primo arco C A al secondo E A; il che apparirà così. Siano C G, ed E H due linee orizzontali. E' stato ri-

b §. 20. marcato innanzi, (*b*) che un corpo cadendo per l' arco C A, acqui-

acquiſta una velocità così grande al punto A, come ſe caduto foſſe dirittamente per G A; e cadendo per l' arco E A, acquiſta al punto A ſolamente quella velocità, ch' egli avrebbe acquiſtata cadendo per H A. Dunque quando il corpo diſcende per l'arco maggiore C A acquiſterà una maggior velocità, che quando ſol paſſa per il minore; coſicchè queſta maggior velocità in qualche grado compenſerà la maggior lunghezza dell'arco.

59. L'aumento di velocità, che il corpo guadagna cadendo da una maggior'altezza, fa un tal'effetto, che menate le linee rette da A a C, ed E, il corpo cadrebbe per la più lunga A C nello ſteſſo tempo, che per la più corta E A. Ciò ſi dimoſtra da' Geometri, li quali provano, che ſe qualche circolo, come A B C D nella fig. 49. ſia collocato in una ſituazion perpendicolare, un corpo cadrà obbliquamente per ciaſcuna linea, come A B, (menata dall'infimo punto A nel cerchio a qualſiſia altro punto della circonferenza) nello ſteſſo tempo, che ſarebbe impiegato dal corpo cadendo perpendicolarmente per il diametro C A. Ma il tempo, in cui diſcenderà un corpo per l'arco, è differente dal tempo, che impiegherebbe cadendo per la linea A B.

60. E' ſtato penſato da alcuni, che come in archi piccoli la linea retta, che lor corriſponde, è poco differente dall'arco ſteſſo, così la diſceſa per queſta linea retta farebbeſi in tali piccoli archi proſſimamente nello ſteſſo tempo, che ſi farebbe per gli archi ſteſſi; coſicchè ſe un pendolo oſcillaſſe in piccoli archi, la metà del tempo d' ogni oſcillazione ſarebbe proſſimamente eguale al tempo, in cui un corpo cadeſſe perpendicolarmente per una doppia lunghezza del pendolo. Val'a dire, tutto il tempo dell'oſcillazione, ſecondo la preſente opinione, ſarebbe quattro volte il tempo ricercato, perchè il corpo cadeſſe per la metà della lunghezza del pendolo: poichè il tempo della caduta del corpo per una doppia lunghezza del pendolo è la metà del tempo ricercato, per far cadere il corpo da un quarto di queſto ſpazio, ch' è la metà della lunghezza del pendolo. Comunque ſiaſi, egli ſta quì uno sbaglio; imperciocchè tutto il tempo dell'oſcillazione, quando il pendolo muove per archi piccoli ha proſſimamente la ſteſsa proporzione al tempo ricercato per una caduta dalla metà della lunghezza del pendolo, che la circonferenza del circolo ha al ſuo diametro, ch' è proſſimamente la proporzione di 355. a 113. o poco più, che la proporzione di 3. ad 1. Se il pendolo prenda una ſcorſa sì grande, che paſſi per un'arco eguale ad una ſteſsa parte di tutta la circonferenza del circolo, egli farà 115. oſcillazioni, nel mentre dovrebbe ſecondo queſta proporzione

averne fatte 117. cosicchè, quando egli scorre per un arco di questa grandezza, egli perde qualche cosa di meno; che due oscillazioni per centinajo. S'egli scorresse per $\frac{1}{10}$ solamente del circolo, non perderebbe che una vibrazione incirca in 160. s' egli scorresse per $\frac{1}{20}$ di circolo, perderebbe incirca una vibrazione in 690. Se lo scorrimento sia confinato a $\frac{1}{40}$ di tutto il circolo, perderebbe poco più, che una vibrazione in 2600. e se ad $\frac{1}{60}$, se ne perderebbe una appena in 5800.

61. Quindi egli segue, che quando li pendoli scorrono dentro a piccoli archi, osservasi prossimamente una costante proporzione tra il tempo delle loro oscillazioni, e quello, in cui cadrebbe un corpo perpendicolarmente per la metà della lor lunghezza. E noi abbiamo innanzi dichiarato, che gli spazj, per cui cadono li corpi, sono in una proporzion duplicata de' tempi, che impiegano nel cadere. (*a*) Dunque ne' pendoli di differente lunghezza, moventi per archi piccoli, le lunghezze sono in una proporzion duplicata de' tempi, in cui fanno le loro vibrazioni; così un pendolo quattro volte così lungo, che un'altro, impiega il doppio di tempo in ogni vibrazione, ed uno nove volte così lungo, che l'altro, non farà che una vibrazione in tre vibrazioni del più corto, e così degli altri.

a §. 17.

62. Questa proporzione nelle vibrazioni di differenti pendoli non solo ha luogo negli archi piccoli; ma ne' grandi ancora, purchè siano della ragion di quelli, che li Geometri chiamano Similari; val'a dire, che gli archi abbiano la stessa proporzione a tutte le circonferenze de' loro circoli rispettivi. Supposto, che A B, C D (nella fig. 50.) siano due pendoli, e l' arco E F sia descritto dal moto del pendolo A B, e G H dal pendolo C D, e l'arco E F abbia la stessa proporzione a tutta la circonferenza, che si forma girando intieramente il pendolo A B intorno ad A, che l'arco G H ha a tutta la circonferenza, che si formerebbe da un giro perfetto del pendolo C D intorno a C; allora io dico, che la proporzione, che ha la lunghezza del pendolo A B con quella del pendolo C D sarà la duplicata di quella proporzione, che il tempo impiegato nella descrizione dell' arco E F ha col tempo impiegato nella descrizione dell' arco G H.

63. Così li pendoli, che scorrono per piccoli archi, sono prossimamente una misura eguale del tempo. Ma come non sono una tal misura con un'esattezza geometrica, li Mattematici hanno trovato un metodo di far muover 'un pendolo in maniera, che se il suo moto non fosse impedito d'alcuna resistenza, egli farebbe sempre ogni vibrazione nello stesso tempo, sia che si movesse per

se per un maggiore, o per un minore spazio. La prima discoperta di questo devesi al grande Huygens, ed è questa. Su la linea retta A B (fig. 51.) sia collocato talmente il circolo C D E, che tocchi la detta linea al punto C. Allora questo circolo si faccia sdrucciolare lungo la linea retta A B, come fa a muovere una ruota da carrozza su 'l terreno. Egli è evidente, che sì tosto, che il circolo comincia a muovere, il punto C nel circolo sarà abbandonato dalla linea retta A B; e nel proseguimento di questo moto del circolo, descriverà una spezie di corso incurvato, rappresentato dalla linea C F G H. Quì la parte C H della linea retta, inclusa tra le due estremità C ed H della linea C F G H, sarà eguale a tutta la circonferenza del circolo C D E; e se C H si divida in due parti eguali al punto I, e la linea retta I K si tiri perpendicolarmente a C H, questa linea I K sarà eguale al diametro del circolo C D E. Ora in questa linea se un corpo avesse a cadere dal punto H, e ad esser portato dal suo peso per la linea H G K fino al punto K, ch'è il più basso della linea C F G H; e se da qualche altro punto G si lasciasse cadere un corpo nella stessa maniera; questo corpo, che cade da G, impiegherà giustamente tanto tempo in arrivare a K, che v'impiegherà il corpo, che cade da H. Dunque se si potrà sospender talmente un pendolo, che abbia a muover nella linea H G F C, tutte le sue vibrazioni, sia lungo, o breve, si faranno nello stesso tempo; imperciocchè il tempo, in cui la palla discenderà al punto K, sarà sempre la metà del tempo di tutta la vibrazione. Ma la palla di un pendolo si farà muover' in questa linea nel seguente modo. Sia prolungata (nella figur. 52.) K I in L, talchè I L sia eguale ad I K. Indi la linea L M H eguale, e simile a K H, si applichi, come nella figura tra li punti L, ed H, cosicchè il punto, che in questa linea L M H corrisponde al punto H nella linea K H sia applicato al punto L, e quello, che corrisponde al punto K; sia applicato al punto H. Un'altra simile linea L N C si applichi ancora tra L e C nella stessa guisa. Fatta questa preparazione, appiccandosi un pendolo al punto L di tal lunghezza, che la sua palla arrivi in K, se la cordella continuamente s' infletterà incontro alle linee H M L, ed L N C, secondo che il pendolo andrà innanzi, e indietro la palla in questa maniera sarà ritenuta costantemente nella linea C K H.

64. Ora in questo pendolo, come tutte le vibrazioni, sia egli lungo, o breve, si faranno nel medesimo tempo; così il tempo di ciascuna avrà esattamente la stessa proporzione al tempo ricercato, per far cadere perpendicolarmente un corpo dalla metà

della lunghezza del pendolo, com'è da I a K: che ha la circonferenza del circolo al suo diametro.

65 Quindi si potrà intendere in qualche modo, perchè movendo li pendoli in archi circolari, li tempi delle loro vibrazioni sono prossimamente eguali, se gli archi sono piccoli, sebbene questi archi siano di lunghezze ineguali; imperciocchè se col semidiametro L K si descriva l'arco circolare O K P, quest'arco nella parte più bassa non sarà che poco differente dalla linea C K H.

66. Non sarà quì fuori di proposito rimarcare, che un corpo cadrà in questa linea C K H (fig. 53.) da C a qualche altro punto come Q, o R in più breve spazio di tempo, di quello che avrebbe fatto movendo per la linea retta, menata da C all'altro punto; ovvero per qual si voglia altra linea, che possa tirarsi fra questi due punti.

67. Ma come io ho osservato, che il tempo impiegato da un pendolo nelle sue vibrazioni dipende dalla sua lunghezza; ora dirò qualche cosa, concernente il metodo di computar questa lunghezza del pendolo. Se tutta la palla del pendolo fosse raccolta in un punto, questa lunghezza, da cui si avesse a computar' il moto del pendolo, sarebbe la lunghezza della cordella. Ma la palla del pendolo dee avere una sensibil grandezza, e varie parti di essa palla non muovono con lo stesso grado di velocità; imperciocchè quelle parti, che sono le più lontane dal punto, da cui è sospeso il pendolo, devono muovere con la massima velocità. Dunque per sapere il tempo di una vibrazione del pendolo, è necessario trovar quel punto della palla, che muove con lo stesso grado di velocità, che se tutta la palla fosse raccolta *in* questo punto.

68. Questo non è il centro di gravità, come ora proccurerò di dimostrare. Supposto il pendolo A B nella fig. 54. composto di una verga inflessibile A C, e della palla C B, esser'affisso al punto A, e lasciato in una situazion' orizontale. Quì se la verga non fosse affissa al punto A, il corpo C B discenderebbe dirittamente con tutta la forza del suo peso; e ciascuna parte del corpo muoverebbe con lo stesso grado di velocità: Ma quando la verga è affissa al punto A, il corpo dee cadere in un'altra maniera; imperciocchè le parti del corpo devono muover con differenti gradi di velocità, le più lontane da A discendendo con un moto più veloce di quelle ad A più vicine; cosicchè il corpo mentre discende, riceverà una spezie di moto, rotolante mentre discende. Ma egli è stato osservato di sopra, che l'effetto della gravità sopra di

un

un corpo è lo stesso, che se tutta la forza operasse su 'l centro di gravità del corpo. (a) Poichè dunque la Potenza di gravità, mentre il corpo discende, dee ancora comunicar'ad esso quel moto di voltolamento, che ora dicemmo; sembra evidente, che il centro di gravità del corpo, non può discender così velocemente, come quando la Potenza di gravità non ha a produrre altro effetto su'l corpo, che a farlo puramente discendere. Se perciò tutta la materia del corpo C B fosse raccolta nel suo centro di gravità, cosicchè essendo unita in un punto, il mentovato rotolamento quì innanzi non potesse apportare impedimento alcuno alla sua discesa; questo centro discenderebbe più presto di quello, che ora far possa. Ed il punto, che ora discende così velocemente, come se tutta la materia del corpo C B fosse raccolta in esso, sarà più rimoto dal punto A, che il centro di gravità del corpo C B.

a § 27.

69. Supponendo ancora il Pendolo A B, (nella fig. 55.) obbliquamente sospeso; Quì la Potenza di gravità oprerà meno, che innanzi, sopra la palla del Pendolo; ma tirando la linea DE perpendicolarmente alla verga AC del Pendolo, la forza della gravità sopra il corpo CB ora, ch'è in questa situazione, produrrà lo stesso effetto, che se il corpo scorresse sopra un piano inclinato nella posizione di DE. Ma quì il moto del corpo, quando la verga è affissa al punto A, non sarà eguale alla discesa non interrotta del corpo per questo piano: imperciocchè il corpo riceverà ancora quì la stessa spezie di rotazione, nel suo moto, come innanzi; talchè il moto del centro di gravità sarà in simil guisa ritardato; ed il punto, che quì discende con quel grado di velocità, che il corpo avrebbe, se non venisse impedito dall'esser' affisso al punto A; val'a dire, il punto, che discende così velocemente, come sarebbe tutto il corpo raccolto in esso, sarà così rimoto dal punto A, che egli era prima.

70. Questo punto, da cui si ha da stimare la lunghezza del pendolo, chiamasi il centro di oscillazione. E li mattematici hanno stabilite regole generali, con cui trovar questo centro in tutti li corpi. Se il globo A B (nella fig. 56.) sia sospeso da una cordella C D, il cui peso in realtà non si consideri, il centro di oscillazione si trova in questo modo. La linea retta menata da C a D si continui per il globo in F. Ch'ella passi per il centro del globo è evidente. Posto, che E sia questo centro del globo, si prenda la linea G di tal lunghezza, che abbia la stessa proporzione a ED, che ED ad EC: EH poi facendosi eguale a $\frac{2}{5}$ di G, il punto H sarà il centro di oscillazione. (b) Se il peso della verga fosse trop-

b *Hug.*

po

po considerabile, e da non trascurarsi, dividete CD (fig. 57.) in T, talchè DT sia eguale ad $\frac{1}{3}$ di CD; e si prenda K nella stessa proporzione a CT, che il peso del globo AB ha col peso della verga CD. Indi avendo trovato H, centro d'oscillazione del globo, come innanzi, dividete IK in L, cosicchè IL abbia la stessa proporzione ad LH, che la linea CH a K, ed L sarà il centro d'oscillazione di tutto il pendolo.

Horol. Oscil. p. 141. 142.

71. Questo computo è fatto su la supposizione, che il centro d'oscillazione della verga CD. Se sola questa si lasciasse oscillare, senz'altro peso annesso, sarebbe il punto T. E questo punto sarebbe il vero centro d'oscillazione, finchè non si avesse riguardo alla grossezza della verga. Se alcuno prenda a considerar' anche questa, egli dee collocarne il centro d'oscillazione tanto più sotto del punto T, che otto volte presa la distanza del centro dal punto I abbia la medesima proporzione alla grossezza della verga, che questa ha alla sua lunghezza CD. (*a*)

a Hug. ibid. p. 142.

72. E'stato di sopra osservato, che quando un Pendolo muove in un'arco di circolo, come quì nella fig. 58. il Pendolo AB muove nell'arco circolare CD; se voi menate una linea orizontale, come EF, dal luogo, onde il Pendolo si lascia cadere, alla linea AG, ch'è la perpendicolare all'orizonte; allora la velocità, che il Pendolo acquisterà arrivando al punto G, sarà la stessa, che aquisterebbe un corpo, cadendo direttamente da F in G. Ora ciò si dee intendere dell'arco circolare, che si è descritto dal centro di oscillazione del Pendolo. Osserverò quì, che se una linea retta EG si meni dal punto, onde è fatto cadere il Pendolo, all'infimo punto dell'arco; nello stesso Pendolo, o in Pendoli eguali, la velocità, che il Pendolo acquista in G, è proporzionale a questa linea; ch'è a dire, se il pendolo, dopo ch'è disceso da E a G, fosse ritratto in H, e quindi si lasciasse cadere, e si menasse la linea HG; la velocità, che il pendolo acquisterà in G, cadendo da H, avrà la stessa proporzione alla velocità ch' egli acquista cadendo da E in G, che ha la linea retta HG ad EG.

73. Potiamo ora passare a quegli sperimenti, che accennava di sopra potersi fare co' pendoli, su la percossa de' corpi. Questo spediente per esaminare gli effetti della percossa, è stato proposto primieramente dal nostro ultimo grande Architetto Sig. Cristoforo vvren; ed è come segue. Due palle, come A, e B nella fig. 59. siano eguali, o no, si appiccano a due cordelle da due punti C, e D, cosicchè quando le palle stanno pendenti senza moto, si tocchino l'una l'altra, e le cordelle siano parallele. Se

una

una di queste palle si rimova ad una qualche distanza, dalla sua situazion perpendicolare, poi si lascj andare, e urtar contro l'altra; dall'ultimo paragrafo precedente si conoscerà, con qual velocità questa palla ritornerà alla sua prima situazion perpendicolare, e in conseguenza con qual forza ella urterà l'altra palla; e dall'altezza, a cui quest'altra palla ascende dopo l'urto, si scoprirà la velocità comunicata a questa palla. Per esempio s'innalzi ad E la palla A, e quindi si lasci cadere contro B, passando nella sua discesa per l'arco circolare E F; da quest'impulso B si trasporti in G, movendo per l'arco circolare H G: poi tirando orizontalmente E T, e G K, la palla A urterà contra B, con la velocità, ch'ella acquisterebbe cadendo direttamente da T, e la palla B avrà ricevuta una velocità, con cui s' ella fosse ascesa direttamente, sarebbe salita in K. Similmente tirando le linee rette da E ad F, e da H a G, la velocità d'A, con cui ella urta, avrà la stessa proporzione alla velocità, che B ha ricevuta dalla percossa, che la linea retta EF alla linea retta HG. Nella stessa maniera notando il luogo, a cui ascende A dopo l'urto, si potrà comparar la velocità, che gli resta con quella, ch'egli avrà impressa a B. Così si sperimentano gli effetti del corpo, A, che urta B in riposo. Se li due corpi si montano, e si lasciano cadere, talchè s'incontrino appunto all'arrivar, che fanno alle loro situazioni perpendicolari, osservando li luoghi, dove vanno dopo l'urto, si troveranno in tutti li casi gli effetti della loro percossa nella maniera d'innanzi.

74. Il Sig. Cav. If. Nevvton ha descritti questi sperimenti, ed ha dimostrato, come perfezionarli con una maggior'esattezza, facendo entrare la resistenza, che l'aria apporta al moto delle palle. (*a*) Ma come questa resistenza è d'una eccessiva piccollezza, e la maniera di riconoscerla è esposta da lui medesimo in termini piani, non ho quì bisogno di dilatarvimi. Parlerò piuttosto d'una discoperta, ch'egli ha fatta con questi sperimenti su l'elasticità de'corpi. E'stato spiegato innanzi, (*b*) che quando si abbattono due corpi, se non sono elastici, rimangono contigui dopo la percossa; ma che se lo sono, si separano, e il grado della loro elasticità determina la proporzione tra la celerità, con cui si separano, e la celerità, con la quale s'incontrano. Ora il nostro autore ha trovato, che il grado di elasticità appariva nello stesso corpo sempre lo stesso, con qualunque grado di forza eglino s'incontrassero: val'adire, la celerità, con cui si separavano, aveva sempre la medesima proporzione alla celerità, con cui s'incontravano; cosicchè la potenza elastica in tutti li corpi, cui egli

a *Princ. Phil. pag.* 25.

b *cap.* 1. *§.* 29.

ha

ha sperimentati, agiva in una costante proporzione alla forza comprimente. Il nostro autore ha fatta la prova con palle di lana ben compressa, e ha ritrovato, che la velocità, con cui si dividevano, aveva incirca la proporzione di 5. a 9. alla velocità, con cui s'incontravano; e nell'acciajo ha trovata prossimamente la stessa proporzione, nel sughero la forza elastica era alquanto minore, ma nel vetro molto maggiore; imperciocchè la celerità, con cui le palle di questa materia si separavano dopo la percossa, aveva la proporzione di 15. a 16. alla velocità, con cui s' incontravano. (*a*)

a *Princ. Phil.* p. 25.

75. Finirò il mio discorso sopra li pendoli, con quest'altra osservazione solamente, che il centro di oscillazione è ancora il centro di un'altra forza. Se un corpo sia fisso a qualche punto, e posto in moto si giri intorno ad esso; il corpo, se non sia interrotto dalla Potenza di gravità, o d'altra causa, continuerà perpetuamente a girare col medesimo equabile movimento. Ora la forza, con cui muove un tal corpo, è tutta unita nel punto, che in riguardo alla Potenza di gravità, si chiama centro d' oscillazione. Sia il Cilindro A B C D (nella fig.60.) il cui Asse si è E F, affisso al punto E. Supponendo che questo punto sia quello, dal quale il Cilindro è sospeso, si trovi il centro d'oscillazione nell'Asse E F, come di sopra si è spiegato, (*b*) e sia G questo centro. Allora io dico, che la forza, con cui questo Cilindro gira intorno al punto E, è così unita nel punto G, che una forza sufficiente applicata in questo punto arresterà il moto del Cilindro in tal modo, che il Cilindro immediatamente rimarrassi senza moto, sebbene venisse sciolto dal punto E nel medesimo istante, che questo impedimento fosse applicato a G: laddove se questo impedimento si fosse applicato a qualche altro punto dell' Asse, il Cilindro girerebbe intorno al punto, a cui si fosse applicato l' impedimento. Se l'impedimento fosse stato applicato tra G, ed E, il Cilindro girerebbe talmente intorno al punto, a cui si fosse applicato l'impedimento, che l'estremità B C continuerebbe a muover dalla stessa parte, che movea innanzi insieme con tutto il Cilindro; ma se l'impedimento fosse applicato all'Asse più lungi da E, che n'è G; l'estremità A D del Cilindro uscirebbe dal suo stato presente dalla parte, in cui si moveva il Cilindro. Da questa proprietà del centro di oscillazione, egli vien detto ancora il centro della Percossa. L'eccellente Mattem. Dr. Brook Taylor, ha perfezionata dippiù questa dottrina, concernente il centro della percossa, col dimostrare, che tirando per questo punto G una linea, come G H T, perpendicolarmente a E F, e che giaccia nel

b §. 71.

corso

corso del moto del corpo; una sufficiente Potenza applicata ad ogni punto di questa linea, avrà lo stesso effetto, che una simil Potenza applicata a G: (*a*) cosicchè come noi dimostrammo il centro della percossa dentro un corpo sopra il suo Asse; con questo mezzo noi potremo trovar questo centro ancora su la superfizie del corpo, imperciocchè egli sarà dove questa linea H T taglia questa superfizie.

a *Ved. Math. Incrim. Propos.* 25.

76. Ora verrò all'ultima spezie di moto, che dee trattarsi quì, e a dimostrare, qual linea farà descrivere la Potenza di gravità ad un corpo, quando è lanciato avanti da qualche forza. Questa linea fu discoperta primieramente dal gran Gallileo, ed è il principio, sul quale gl'ingegneri dirigono le palle di cannone. Ma come in questo caso li corpi descrivono col loro moto una di quelle linee, che in Geometria si chiamano Sezioni Coniche; sarà necessario premetter quì una descrizione di queste linee. Nel che io sarò più particolare, perchè la cognizione di esse non è solamente necessaria al presente proposito, ma si ricercherà ancora di poi in alcuna delle parti principali di questo trattato.

77. Le prime linee considerate da' Geometri antichi erano la retta, ed il circolo. Di queste componevano varie figure, di cui dimostravano molte proprietà, e risolvevano diversi problemi, concernenti le stesse. Questi problemi essi prendevano sempre a risolverli, col descriver linee rette, e circoli. Sia per esempio proposto un quadrato A B C D nella fig. 61. e si dimandi di far' un'altro quadrato in qualche data proporzione a quello. Prolungandone un lato, come D A in E, finchè A E abbia la stessa proporzione ad A D, che il nuovo quadrato al quadrato A C: se il lato opposto B C del quadrato A C si prolunghi ancora in F, finchè B F sia eguale ad A E, indi si meni E F; Io suppongo, che li miei lettori concepiranno facilmente, che la figura A B F E avrà la stessa proporzione al quadrato A B C D, che la linea A E alla linea A D. Dunque la figura A B E F sarà eguale al nuovo quadrato, ch'è da trovarsi, ma ella non è quello stesso, perchè il lato A E non è della stessa lunghezza, ch' E F. Per trovare un quadrato eguale alla figura A B F E, voi dovete proceder così. Dividete la linea D E in due parti eguali al punto G, e dal centro G con l'intervallo G D descrivete il circolo DHET; indi prolungate la linea A B, finchè ella incontri il circolo in K; e fate il quadrato A K L M, che sarà eguale alla figura A B F E, ed avrà al quadrato A B C D la stessa proporzione, che la linea A E alla linea A D.

78. Non mi avanzerò alla prova di questo avendolo solamente

recato quì, come un saggio del metodo di risolver li problemi Geometrici, colla descrizione di linee rette, e circoli. Ma vi sono problemi, che non possono risolversi formando linee rette, o circoli sopra un piano. Per maneggiarli dunque, si prendono a considerar figure solide, e di queste trovasi, ch'è la più utile quella, che si chiama il Cono.

79. Un Cono si definisce così da Euclide ne' suoi elementi di Geometria. (*a*) Se ad una linea retta A B (fig. 62.) si tiri un' altra perpendicolare, come A C, e le due estremità B, e C si congiungano con una terza linea retta, formando il triangolo ACB (che così chiamasi una figura, ch'è rinchiusa da tre linee rette) li due punti A, e B tenendosi fissi, come due centri, nel mentre il triangolo ACB si fa girare intorno la linea AB, come intorno ad un'asse; la linea AC descriverà un circolo, e la figura A C B un Cono, della forma rappresentata nella figura B C D E F, (fig. 63.) dove il circolo C D F E ordinariamente è chiamato la base, e B la cima del Cono.

a lib 11. Defin.

80. Ora con questa figura si possono risolver varj problemi, che non si possono per semplice descrizione di linee rette e di circoli sopra un piano. Supponete per esempio, che si dimandasse di far'un cubo, che avesse una data proporzione ad un'altro cubo, che si conosca. Non ho bisogno d' informar quì il mio Lettore, che un Cubo è la figura di un dado. Questo Problema era molto celebre tra gli antichi, ed era una volta stato comandato da un'oracolo. Egli si può risolvere con un Cono per questa via. Fate primieramente un Cono con un triangolo, il cui lato A C abbia una metà della lunghezza del lato B C. Poi su'l piano A B C D (nella fig 64.) sia rappresentata la linea E F eguale in lunghezza al lato del cubo proposto; e sia tirata la linea F G perpendicolare ad EF, e di tal lungezza, che abbia la stessa proporzione ad E F, che dee avere il cubo cercato all'altro conosciuto. Per li punti E, F, e G si descriva il circolo F H I. Indi si prolunghi la linea E F oltre di F, in K, onde FK sia egual'ad F E, e sia il triangolo F K L, che abbia tutti li suoi lati F K, K L, L F, eguali fra di loro, elevato perpendicolarmente dal piano A B C D. Dopo questo sia esteso un'altro piano M N O P per il punto L, sicchè sia equidistante dal primo piano A B C D, e in questo piano si meni la linea Q L R talmente, che sia equidistante dalla linea E F K. Preparato che siasi tutto questo, un Cono tale, quale si è quì sopra insegnato a descrivere, si applichi in modo al piano M N O P, che tocchi questo piano nella linea Q R, e che la cima del Cono sia applicata al punto L. Questo

ſto Cono penetrando per il primo piano ABCD, taglierà il circolo FHI innanzi deſcritto, e ſe dal punto S, dove la ſuperfizie di queſto Cono s'interſeca col circolo, ſi tiri la linea S T equidiſtante da EF; la linea FT ſarà eguale al lato del cubo ricercato; val'a dire, ſe vi ſiano due cubi, il lato d'uno eſſendo eguale ad EF, e il lato dell'altro ad FT; il primo di queſti cubi avrà la ſteſſa proporzione al ſecondo, che la linea EF ad FG.

81. Per verità collocar' in tal modo un Cono, che penetri un piano, non è un metodo praticabile per la riſoluzion dei Problemi. Ma quando li Geometri hanno diſcoperto queſt' uſo del Cono, ſi applicano a conſiderare la natura delle linee, che ſaranno prodotte dalla interſecazione della ſuperfizie di un Cono, e di un piano; con che vengono e a ridurre queſta ſorte di riſoluzioni in pratica, e a render le loro dimoſtrazioni conciſe, ed eleganti.

82. Ogni qual volta il piano, che taglia un Cono, è equidiſtante da un'altro piano, che tocca il Cono nel ſuo lato, (ch'è il caſo della figura preſente) la linea, in cui il piano taglia la ſuperfizie del Cono, è detta una Parabola. Ma ſe il piano, che taglia il Cono, ſia talmente inclinato a queſt'altro, che egli paſſi intieramente per il Cono, (come nella fig. 65.) un tal piano tagliando il Cono, produce la figura chiamata un'ellipſi, in cui dimoſtreremo più innanzi, che la terra, e gli altri Pianeti muovono intorno al Sole. Se il piano, che taglia il Cono, inclina dall'altro lato (come nella fig. 66) coſicchè nè ſia parallelo ad alcun piano, in cui può giacere il Cono, nè lo paſſi intieramente tutto, un tal piano vi produrrà una terza ſorta di linea, che ſi chiama un' Iperbola. Ma la prima di queſte linee nomata parabola è quella, in cui li corpi ſpinti obbliquamente, ſaranno portati dalla forza della gravità, come io paſſerò quì a dimoſtrare, dopo che avrò diretto il mio lettore a deſcriver queſta ſorte di linea ſopra un piano, in maniera che ſe ne poſſa vedere la forma.

83 Ad una linea retta, come AB (fig. 67.) ſi applichi una regola dritta, come CD, e che ſia perpendicolare alla linea AB. All'eſtremità di queſta regola ſe ne collochi un' altra, che muova lungo alla prima, e ſia ſempre perpendicolare ad eſſa. Ciò diſpoſto, ſi prenda un punto G nella linea AB, e ſi tiri una cordella eguale in lunghezza alla regola EF, da un termine al punto G, e dall'altro all'eſtremità F della regola EF. Indi ſe la cordella ſia tenuta alla regola EF da uno ſpillo H, com'è rappreſentato in figura; la punta di queſto ſpillo, nel mentre la regola

EF muove su la regola CD, descriverà la linea IKL, che sarà una parte della linea curva, la cui descrizione dovevamo insegnare; e applicando le regole in simil guisa dall'altro lato della linea AB, si potrà descriver l'altra parte IM di questa linea. Se la distanza CG è eguale alla metà della linea EF nella fig. 64., la linea LIM sarà quella stessa, nella quale il piano ABCD in questa figura taglia il Cono.

84. La Linea AI si chiama l' asse della Parabola MIL, e il punto G è detto il Foco.

85. Ora comparando gli effetti della gravità sopra li corpi cadenti, con ciò, che di questa figura dimostrano li Geometri, si prova, che ogni corpo spinto obbliquamente è portato avanti in una di queste linee; il cui asse è perpendicolare all'orizonte.

86. Li Geometri dimostrano, che tirandosi una linea, la quale tocchi una parabola in qualche punto; come la linea AB, (nella fig. 68.) tocca la Parabola CD, il cui asse è YZ, nel punto E, e varie linee FG, HI, KL parallele all'asse della parabola; la linea FG sarà ad HI in proporzion duplicata di EF ad EH, ed FG a KL in proporzion duplicata di EF ad EK; così pure HI a KL in proporzion duplicata di EH ad EK. Ciò, che si dee intender per duplicata proporzione è di già stato spiegato. (*a*) Lo che seguendo io intendo qui, che supponendosi la linea M, avere la stessa proporzione ad EH, che EH ad EF, HI avrà la stessa proporzione ad FG, che M ad EF; e se la linea N ha la stessa proporzione ad EK, che EK ad EF, KL, avrà la stessa proporzione ad FG, che N ad EF; o se la linea O ha la stessa proporzione ad EK, che EK ad, EH, KL avrà la stessa proporzione ad HI, che O ad EH.

a *Cap.* 2. §. 17.

87. Questa proprietà è così essenziale alla parabola, essendo connessa con l'essenza della figura, che ogni linea, che possede questa proprietà, si chiama con questo nome.

88. Ora supposto, che un corpo sia lanciato da A (nella fig. 69.) verso B nella direzione della linea AB; lasciato a sè stesso muoverebbe con un moto uniforme per essa linea AB. Supposto, che l'occhio di uno spettatore sia collocato in C, appunto sotto A; e immaginiamoci, che la terra sia in moto insieme col corpo, onde l'occhio dello spettatore muova lungo la linea CD parallela ad AB; e che l'occhio vi muova con la stessa velocità, con cui avanzerebbe il corpo nella linea AB, se fosse lasciato muovere senz' alcun disturbo dalla sua gravitazione verso la terra. In questo caso, se il corpo movesse senza esser' attratto verso la terra, sembrerebbe allo spettatore, che fosse in riposo. Ma se la potenza di

gra-

gravità agisse su 'l corpo, parrebbe allo spettatore, che dritto dritto cadesse. Supposto, che alla distanza del tempo, in cui fosse avvanzato il corpo per il suo moto progressivo da A in E, sembrasse allo spettatore caduto da una lunghezza eguale ad EF; il corpo al termine di questo tempo sarebbe attualmente arrivato al punto F. Se nello spazio di tempo, in cui il corpo fosse avanzato col suo moto progressivo da A in G, paresse allo spettatore caduto per lo spazio GH; allora il corpo al termine di questo maggiore intervallo di tempo sarebbe arrivato in H. Ora se la linea AFHI sia quella, per cui passa il corpo attualmente, da ciò, ch' è stato detto, ne seguirà, che questa linea sia una di quelle, che sono state descritte sotto il nome di parabola. Imperciocchè le distanze EF, GH, per cui il corpo sembrava cadere, cresceranno in una proporzion duplicata de' tempi; (*a*) ma le linee AG, AE, saranno proporzionali ai tempi, in cui vengono descritte dal solo moto progressivo del corpo; dunque le linee EF, GH saranno in proporzion duplicata delle AE, AG, e la linea AFHI possederà la proprietà della parabola.

a *Cap.* 2 §. 17.

89. Se la terra non si supponga muover'insieme col corpo, il caso sarà un poco differente. Imperciocchè essendo il corpo di continuo attrato direttamente verso il centro della terra, ne sarà attratto durante il suo moto in una direzione un poco obbliqua a quella, in cui verrebbe attratto dalla terra in moto, come innanzi si supponeva. Ma la distanza dal centro della terra ha una proporzion così vasta alla maggior lunghezza, a cui si possa lanciar' un corpo, che questa obbliquità non merita alcun riguardo. Dal seguito di questo discorso, (*b*) si potrà raccoglier, qual linea si troverebbe descritta da un corpo così lanciato, computando questa obbliquità dell' azion della terra. Questa è la discoperta del Sig. Cav. Is. Nevvton; ma non ne abbiamo bisogno per l'uso presente. Quì basta considerar' il corpo movente in una parabola.

b *Dal. Lib. II cap.* 3.

90. La linea, che un corpo lanciato descrive, essendo così conosciuta, sono stati dedotti da questa cognizione metodi prattici di diriger le palle de' grandi attrecj di guerra allo scopo desiderato. Quest' opera fu primieramente tentata dal Gallileo, e tosto dopo perfezionata dippiù dal suo discepolo Torricelli: ma ultimamente fu resa più compita dal grande Signor Cotes, la di cui immatura morte è una perdita indicibile delle mattematiche scienze. Se fosse dimandato di spinger' un corpo dal punto A (nella fig. 70.) onde urtasse il punto B; per li punti A, e B si tiri la linea retta CD, e si erga la linea AE perpendicolare all' orizonte, e quattro volte così lunga, che sarebbe l' altezza, da

cui

cui cadendo un corpo acquistasse la velocità, con cui si pretende di spinger'il corpo. Per li punti A, ed E si descriva un circolo, che tocchi la linea CD nel punto A: Indi dal punto B si tiri la linea BF perpendicolare all' orizonte, che taglia il circolo nei punti G, ed H. Ciò fatto, se un corpo si lancj direttamente verso uno di questi punti G, od H, egli cadrà su'l punto B; ma con questa differenza, che s'egli si è lanciato nella direzione A, G arriverà più presto in B, di quello che sarebbe nella direzione AH. Quando si lancia il corpo nella direzione AG, il tempo, che impiegherà ad arrivare in B, avrà al tempo, in cui cadrebbe per una quarta parte di AE, la stessa proporzione, che AG alla metà di AE. Ma quando si lancia il corpo nella direzione di AH, il tempo del suo passaggio in B, avrà al tempo, in cui cadrebbe per la quarta parte di AE la stessa proporzione, che A H alla metà di AE.

91. Tirandosi la linea AI in maniera, che divida l'angolo EAD nel mezzo, e la linea IK perpendicolare all' orizonte, questa linea toccherà il circolo nel punto I; e lanciando un corpo nella direzione AI, egli cadrà sopra del punto K; e questo punto si è il più lontano nella linea AD, in cui il corpo si possa far' urtare, senza aumentar la sua velocità.

92. La velocità, con cui muove un corpo dovunque si può trovare così. Supposto, che un corpo muova nella parabola AB (nella fig. 71.) si tiri AC perpendicolare all'orizonte, ed eguale all' altezza, da cui dovrebbe cader'il corpo, per acquistar la velocità, con la quale sorte da A. Se voi pigliate alcuni punti, come D, ed E nella parabola, e tirate DF, ed EG parallele all'orizonte; la velocità del corpo in D sarà eguale a quella, che il corpo acquisterà cadendo per il suo peso, lungo CF, ed in E la velocità sarà la medesima, che quella acquisterebbe cadendo per CG. Così il corpo muove il più lentamente nel più alto punto H della parabola; e in distanze eguali da questo punto muoverà con eguale velocità, e discenderà dal più alto punto per la linea HB sempre simile alla linea HA, in cui ascendeva; togliendo solo la resistenza dell'aria, che quì non si considerava. Tirando la linea HI dal più alto punto H parallela all'orizonte, AI sarà eguale ad $\frac{1}{4}$ di BG, nella fig. 70. quando il corpo si è lanciato nella direzione AG, ed eguale ad $\frac{1}{4}$ di BH, quando si è lanciato nella direzione AH, purchè AD siasi tirata orizontalmente.

93. Così ho ragguagliate le principali discoperte, che si sono fatte, concernenti il moto de' corpi dai predecessori del Sig. Cav. If. Nevvton; tutte queste discoperte, che si trovano accordar con la spe-

la ſperienza, contribuindo a ſtabilire le leggi del moto, dà cui ſono didotte. Io finirò dunque ciò, che ho a dire ſopra queſte leggi, e conchiuderò queſto capo con poche parole, in ordine alla diſtinzione, che ſi dee fare tra il moto aſſoluto, ed il relativo. Imperciocchè alcuni hanno ſtimato proprio confondergli inſieme; perchè ſi oſſerva, che le leggi del moto hanno luogo quì ſu la terra, ch'è in moto, nella ſteſſa maniera, che s' ella foſſe in ripoſo. Ma il Sig.Cav. Iſ. Nevvton è ſtato diligente nel diſtinguere tra la conſiderazione relativa, ed aſſoluta del moto, e del tempo. (*a*) Gli Aſtronomi anticamente hanno trovato neceſſario porre queſta diſtinzione ne tempo. Il tempo conſiderato in sè ſteſſo paſſa egualmente ſenza relazione ad alcuna coſa eſterna, eſſendo la propria miſura della continuazione, e della durata di tutte le coſe. Ma il più ſovente è conſiderato da noi ſotto un concetto relativo a qualche ſucceſſione nelle coſe ſenſibili, che più c' intereſſano a conoſcerle. La ſucceſſione di penſieri nel noſtro ſpirito è quella, da cui riceviamo la noſtra prima idea di tempo, ma ella n'è una molto incerta miſura; imperciocchè li penſieri di alcuni uomini paſſano molto più preſto, che quelli di alcuni altri; nè in ogni tempo la medeſima perſona penſa egualmente preſto. Li moti de' corpi celeſti ſono più regolari; e la diviſione inſigne del tempo in giorno, e notte, fatta dal Sole, ci porta a miſurar il noſtro tempo col moto di queſto Luminare; nè però negli affari della vita, concernenti noi ſteſſi, abbiamo riguardo ad alcune inegualità, che poſſono eſſer' in queſto moto; ma piuttoſto ſi ſuppone ſempre lo ſteſſo lo ſpazio, che compone un giorno, e una notte. Comunque ſiaſi, gli aſtronomi anticamente non trovavano queſti ſpazj di tempo ſempre della medeſima lunghezza, e penſarono a computarne le differenze. Ora il tempo, quando ſia eguagliato così, e divenga perfettamente eguale, è la vera miſura della durata, e non l' altro. E perciò queſt' ultimo, ch'è aſſolutamente il vero tempo, è differente dall' altro, ch'è ſolo apparente. E come non facciamo ordinariamente diſtinzione tra il tempo apparente, in quanto che miſurato dal Sole, ed il vero; così ſovente non diſtinguiamo nel noſtro diſcorſo uſuale tra il moto reale, e l' apparente, o relativo de' corpi; ma uſiamo gli ſteſſi termini per l' uno, che faremmo per l' altro. Sebbene tutte le coſe intorno a noi ſono realmente in moto con la terra; come queſto moto non è viſibile, noi parliamo dei moti di ciaſcuna coſa, che vediamo, come ſe noi medeſimi, e la terra foſſimo ſempre fermi. E negli altri caſi ancora, nei quali diſcerniamo il moto de' corpi, ne parliamo ſovente,

a *Princ. Phil. pag. 7. &c.*

te, non per rapporto a tutto il moto, che vediamo, ma agli altri corpi, a cui sono quelli contigui. Se un corpo stesse giacendo sopra una tavola, quando sia questa trasportata, noi diremo, che il corpo sta fermo sopra la tavola, o forse assolutamente, che il corpo è in quiete. Comunque però li Filosofi non devono rigettar' ogni distinzione tra il moto vero, e l' apparente, come gli Astronomi fanno distinzione fra il tempo vero, e il volgare; imperciocchè vi è una real differenza fra di loro, come apparirà dalla seguente considerazione. Supposto, che si arresti il corso a tutti li corpi dell' Universo, e siano ridotti ad un perfetto riposo; indi, che il lor moto presente sia loro reso di nuovo, ciò non può farsi senza un' attuale impressione, fatta sopra alcuno di essi almeno. Se alcuni d' essi siano lasciati senza toccare, questi riterranno il loro stato di prima, val' a dire rimarransi in quiete; ma gli altri corpi, su' quali si farà oprato, avranno cangiato il loro stato primiero di quiete nell' opposto di moto. Ora supponete, che li corpi restati in quiete, siano annichilati, ciò non farà alterazione nello stato de' corpi moventi; ma sussisterà sempre l' effetto della impression fatta sopra di loro. Ciò prova, che il moto, ch' essi hanno ricevuto, è una cosa assoluta, e non ha una dipendenza necessaria dalla relazione, che un corpo, che si dice in moto, ha con qualche altro corpo. (*a*)

94. E in oltre si possono distinguer' il moto assoluto, e relativo da' loro effetti. Un' effetto del moto si è, che li corpi, quando muovono intorno qualche centro, od Asse, acquistano una certa Potenza, per cui tendono efficacemente ad allontanarsi dal centro, o dall' Asse del moto. Come quando un corpo è ruotato in una fionda, il corpo preme contra la fionda, ed è portato a scapparne sì tosto, ch' è in libertà: e questa Potenza è proporzionale al moto vero, non relativo del corpo ruotato così intorno a un centro, o ad un' Asse. Di ciò il Sig. Cav. Is. Nevvton ci dà il seguente esempio. (*b*) Se una Secchia, o altro Vase simile, pieno d' acqua, si sospenda da una cordella di competente lunghezza, e poi si giri intorno, finchè la cordella dal contorcimento rimanga indurita; indi quando il Vase, e l' acqua, che vi è contenuta, si sono composti in quiete, il Vase sia incontinente girato dalla parte contraria a quella, da cui prima torcevasi la cordella, continuerà quello lungo tempo il suo moto, nel mentre questa si va rilassando. E quando il vase comincia primieramente a girare, l' acqua in esso riceverà poco, o nulla del moto del Vase, ma per gradi le si andrà comunicando, finchè in ultimo muoverà in giro così velocemente, che il Vase stesso.

a *Nevvt. Princ. Phil. pag.* 9.

b *Ibid. pag.* 10.

Ora

Ora la definizione, che Descartes ha data del moto su questo principio del far' il moto puramente relativo, si è questa: esser' il moto una rimozione di un corpo, dalla sua vicinanza ad altri corpi, a cui era immediatamente contiguo, e ch' erano considerati come in riposo. (*a*) E se questo si combina con quello, che subito dopo soggiunge, che non vi è alcuna cosa di reale, o di positivo ne' corpi mossi, in virtù di cui noi attribuiamo loro il moto, che non si ritrovi egualmente ne' corpi contigui, che si considerano, come in riposo; (*b*) egli ne seguirà, che noi potiamo considerar' il vase come in riposo, e l'acqua come movente in esso: e l'acqua rispetto del Vase ha un grandissimo moto, quando il Vase comincia primieramente a girare, e perde questo moto relativo sempre più, finchè in ultimo egli cessa affatto. Ora quando il Vase comincia a girare, la superfizie dell' acqua rimane a nivello, e piana, come innanzi che il Vase cominciasse a muovere; ma come il moto del Vase comunica per gradi moto all' acqua, la superfizie dell'acqua si vedrà a cangiare, abbassandosi nel mezzo, e alzandosi all'estremità; la qual elevazion dell' acqua è cagionata dall' allontanarsi, che fanno le parti dall' Asse, intorno a cui muovono; e perciò questa forza di allontanarsi dall' Asse del moto non dipende dal moto relativo dell' acqua, entro il Vase, ma da suo moto assoluto; imperciocchè questo è minimo, quando il moto relativo è massimo, è massimo, quando il relativo è minimo, o affatto nullo.

a *Ren. Descar. Princ. Phil. Par. II.* §. 25.

b *Ibid.* §. 30.

95. E così la vera cagione di quel, che apparisce nella superfizie di quest'acqua non può assegnarsi, senza considerar' il moto dell' acqua dentro del vase. Così pure nel sistema del Mondo, per trovar la cagione del moto dei Pianeti, noi dobbiamo conoscer più di moti reali, che appartengono a ciascun Pianeta, di quello, che assolutamente sarebbe necessario per l' uso dell' Astronomia. Se gli Astronomi supponessero la terra star sempre ferma, attribuirebbero ai corpi celesti quei moti, che corrispondessero a tutte le apparenze; sebbene non ne renderebbero la ragione in una maniera sì semplice, come attribuendo il moto alla terra. Ma il moto della terra dee per necessità considerarsi, prima che si possano discoprire le cause, che oprano nel sistema Planetario.

CAPITOLO III.

Delle forze Centripete.

ABbiamo nel precedente Capo descritti gli effetti prodotti in un corpo in moto, dal venire spinti continuamente da una Potenza sempre eguale nella forza, e oprante in direzioni parallele. (*a*) Ma possono anche li corpi venire spinti da Potenze, che in differenti luoghi abbiano differenti gradi di forza, e le cui varie direzioni siano diversamente inclinate l'una all'altra. La più semplice di queste, riguardo alla direzione, si è, quando la Potenza è diretta costantemente ad uno stesso centro. Questo è veramente il caso di quella Potenza, li cui effetti noi descrivevamo al Capo antecedente; sebbene il centro di quella Potenza è così rimoto da noi, che il soggetto, che allora avevamo innanzi, dev'essere il più comodamente, che si possa, considerato nella luce, in cui l'abbiamo posto: ma il Sig. Cav. If. Nevvton ha considerato particolarmente quest'altro caso delle Potenze, che sono dirette costantemente allo stesso centro. Questo è il fondamento, su'l quale ha egli fabbricate tutte le sue discoperte nel sistema del mondo. E perciò come questo soggetto ha una gran parte nella Filosofia, della quale trattiamo, io credo proprio in questo luogo di dar'un piccolo saggio di alcuni effetti Generali di queste Potenze prima di passar'ad applicarle particolarmente al sistema del Mondo.

a §.85. &c.

2. Queste Potenze, o forze sono chiamate Centripete dal Sig. Cav. If. Nevvton; ed il loro primo effetto è di fare, che il corpo, su'l quale agiscono, tralasci il corso retto, in cui sarebbe avanzato, se non n'era divertito, e descriva una linea incurvata, che sarà sempre piegata verso il centro della forza. Non è necessario, che una tal Potenza faccia approssimar'il corpo a questo centro. Il corpo può continuar' ad allontanarsi dal centro della Potenza, tuttocchè sia attratto dalla Potenza; ma questa proprietà dee sempre appartener'al suo moto, che la linea, in cui muove, sia continuamente concava verso il centro, al quale la Potenza è diretta. Supposto che A (nella fig. 72.) sia il centro di una forza, ed in B un corpo, che muova secondo la direzione della linea retta BC, nella quale continuerebbe a muovere, se non venisse sturbato; essendo questo attratto dalla forza centripeta verso A, il corpo dee necessariamente partire da questa linea BC. ed essendo tirato nella curva B D, dee passar tra le linee A B, e

BC.

BC. Egli è dunque evidente, che il corpo in B restando poco a poco sviato dalla linea retta BC, andrà in principio convesso verso BC, e in conseguenza concavo verso il punto A; imperciocchè queste Potenze centripete si suppongono nella forza proporzionali alla Potenza della Gravità, e che non siano abili per un' impulso di trar fuori del suo corso un corpo, e porlo in un'altro in un solo istante, ma che impieghino qualche spazio di tempo a produrre un'effetto visibile. Che la curva continuerà sempre ad avere la sua concavità verso A, può apparire così: nella linea BC vicino ad E, prendete qualche punto, come E, dal quale la linea EFG si possa tirar' in modo, che tocchi la linea curva BD in qualche punto, come in F. Ora quando il corpo è giunto ad F, se la forza centripeta restasse immediatamente sospesa, il corpo non continuerebbe più a muovere in una linea curva, ma abbandonato a sè stesso ripiglierebbe incontinenti il suo corso dritto, e questo sarebbe nella linea FG; imperciocchè questa linea è nella direzione del moto del corpo in F. Ma la Potenza centripeta continuando nella sua efficacia, sarà il corpo poco a poco sviato da FG, e ritratto nella linea FD, e farà che questa linea vicino ad F sia convessa verso FG, e concava verso A. Si può accompagnar nella stessa maniera il corpo nel suo corso per tutta la linea BD, e ciascuna parte di questa linea si troverà concava verso il punto A.

3. Questo è dunque il carattere costante di que' moti, che sono guidati da forze centripete, che la linea descritta dal corpo, è sempre concava verso il centro della forza. In riguardo delle distanze successive, che avrà il corpo dal centro, non vi è regola generale da stabilirsi; imperciocchè la distanza del corpo da esso centro, può crescere, diminuire, e durar sempre la stessa. Essendo il punto A centro di una forza centripeta (alla fig. 73.) sia un corpo in B, che parta nella direzione della linea retta BC, perpendicolare alla linea AB, tirata da A in B. Si concepirà facilmente, che non vi è altro punto nella linea BC così vicino ad A, che il punto B; che AB è la linea più breve di quante possano tirarsi da A a qualche parte della linea BC, tutte le altre linee, come AD, o AE, tirate da A alla linea BC essendo più lunghe, che AB. Quindi egli segue, che il corpo partendo da B, se movesse nella linea BC, si andrebbe più, e più discostando dal punto A. Ora come la operazione della forza centripeta è di attrarre un corpo verso il centro della forza; se una tal forza si adoperi su'l corpo in quiete, necessariamente metterà questo corpo in un tal moto, che lo farà muover verso il centro

tro della forza: se il corpo movesse da sè stesso verso questo centro, la forza centripeta accelererebbe questo moto, e sarebbe quello muover più presto: ma se il corpo fosse in tal moto, che lasciato a sè, s'allontanasse da questo centro, non è necessario, che l'azione della Potenza centripeta sopra di lui, portasse immediatamente il corpo ad approssimarsi al centro, dal quale altrimenti si scosterebbe; ella non rimane senza effetto, quando faccia, che il corpo si allontani meno da questo centro, di quel che avrebbe fatto altrimenti. Così nel caso d'innanzi, la più piccola Potenza centripeta, s'ella si adopri su'l corpo lo caccierà dalla linea BC, e lo farà passare in un'altra piegata tra BC, ed il punto A, come di sopra si è spiegato. Quando il corpo per esempio è avanzato alla linea AD, l'effetto della potenza centripeta si scoprirà, rimosso che si abbia il corpo dalla linea BC, e portatolo ad attraversare la linea AD, tra A, e D, in qualche punto, per esempi in F. Ora essendo AD più lunga di AB, AF ancora può esser più lunga di AB. La Potenza centripeta può esser'anche così forte, che AF sia più corta di AB; od ella può esser così egualmente bilanciata col moto progressivo del corpo, che AF, ed AB siano eguali: e in quest'ultimo caso, quando la potenza centripeta opra in modo di attrarre costantemente il corpo verso del centro, quanto il moto progressivo ne lo allontana, il corpo descriverà un circolo intorno al centro A, essendo allora questo anche il centro del circolo.

4. Se il corpo invece di partire nella linea BC perpendicolare ad AB, fosse partito in un'altra linea BG, inclinata verso la linea AB, movendo nella linea curva BH; allora come il corpo, se continuasse il suo moto su la linea BG, sarebbesi per qualche tempo approssimato al centro A; la forza centripeta lo farebbe avanzar di vantaggio verso di questo centro. Ma se avesse a partire nella linea BI inclinata dalla parte opposta alla perpendicolare BC, e fosse attratto dalla forza centripeta nella linea curva BK; il corpo non ostante qualsisia forza centripeta, si allontanerebbe per qualche tempo dal centro; poichè almeno qualche parte della linea curva BK giace tra la linea BI, e la perpendicolare BC.

5. Così noi abbiamo spiegati questi effetti, in quanto accompagnano ciascuna forza centripeta, ma come queste forze possono esser differenti secondo li differenti gradi di energia, con cui si adoprano su li corpi in differenti luoghi; passerò quì a far menzione in Generale d'alcune delle differenze, che concernono questi movimenti centripeti.

6. Per

6. Per ripigliar la considerazione dell' ultimo caso menzionato, supponiamo una potenza centripeta diretta verso il punto A (nella fig. 74.) agire sopra un corpo in B, che muova nella direzione della linea retta BC, che si discosta da AB. Se da A si menino a piacimento le rette AD, AE, AF alla linea CB; questa linea essendo prolungata oltre di B in G, egli apparisce, che AD è inclinata alla linea GC più obbliquamente di quel, che vi sia AB, ed AE più che AD, ed AF più che AE. A parlar più correttamente, l'angolo ADG è minore, che l'angolo ABG, l'angolo AEG minore, che l'angolo ADG, e l'angolo AFG minore, che l'angolo AEG. Ora supposto, che il corpo muova nella linea curva BHIK, egli è qui pur' evidente, che la linea BHIK essendo concava verso A, e convessa verso la linea BC, ella piega sempre più lungi da BC; cosicchè al punto H la linea AH sarà men'obbliquamente inclinata alla linea curva BHIK, di quello che la medesima linea AHD sia inclinata a BC al punto D; al punto I la inclinazione della linea AI alla linea curva sarà più differente dalla inclinazione della stessa linea AIE alla linea BC, al punto E; ed ai punti K, ed F la differenza dela inclinazione sarà maggiore: e in tutti e due la inclinazione alla curva sarà men'obbliqua, che alla linea retta BC. Ma la linea retta AB è men'obbliquamente inclinata a BG, di quel che AD sia verso DG; dunque sebben la linea AH sia men'obbliquamente inclinata verso la curva HB, che la stessa linea AHD sia verso DG; pur'egli è possibile, che la inclinazione in H sia più obbliqua, che al punto B. L'inclinazione in H può esser'invero men' obbliqua dell' altra, o tutte e due possono esser'eguali. Ciò dipende dal grado della energia, con cui la forza centripeta si adopera, durante il passaggio del corpo da B ad H. Della stessa maniera l' inclinazioni in I, e in K dipendono intieramente dal grado di energia, con cui si adopera la forza centripeta sopra il corpo, nel suo passaggio da H in K: se la forza centripeta sia troppo debole, la linea AH, ed AI menate dal centro al corpo in H, e in I saranno più obbliquamente inclinate alla curva, che la linea AB lo sia a BG, e la forza centripeta può esser di tal'energia, che renda tutte queste inclinazioni eguali, e se d' una maggior' efficacia, l'inclinazioni in I, e in K saranno men'obblique, che in B. Il Sig. Cav. If. Nevvton ha dimostrato in particolare, che se la Potenza centripeta diminuisce in una certa misura all'aumentarsi della distanza, un corpo può descriver' una tal linea curva, che tutte le linee menate dal centro al corpo siano egualmente inclinate a questa linea curva. (*a*) Ma io non

a *Princ.*

entro

Phil. lib. 1. prop. 9. entro quì in alcuna particolarità; il mio presente disegno è solo di dimostrare, ch'è possibile per un corpo, esser' attratto continuamente da una forza verso un centro, e che ciò non ostante continui ad allontanarsi da questo centro: imperciocchè fin quando le linee AH, AI, &c. quì tirate dal centro A al corpo, non divengono men'obblique alla curva, in cui esso muove queste linee cresceranno continuamente, e in conseguenza il corpo si allontanerà sempre più dal centro.

7. Ma noi potiamo ancora osservare, che se la Potenza centripeta, nel mentre il corpo aumenta la sua distanza dal centro, conserva una forza sufficiente, per far divenire le linee menate dal centro al corpo, men'obblique alla curva; quando una tal diminuzione di obbliquità continui finocchè alfine la linea menata dal centro al corpo lascj di esser'obbliquamente inclinata alla curva, e vi divenga perpendicolare; da questo momento il corpo si dilungherà più dal centro, ma nel proseguimento del suo moto discenderà di nuovo, e descriverà una linea curva per tutti li riguardi simile a quella, che avrà già descritta; purchè la Potenza centripeta in distanze eguali dal centro si adoperi sempre con la medesima energia. Così noi osservammo al Capo precedente che quando il moto di un progetto diviene parallelo all'orizonte, il progetto non ascende più, ma incontinenti volta il suo corso al basso, discendendo per una linea sempre simile a quella, in cui era asceso. (b)

b §. 92.

8. Questo ritorno del corpo si può provare con la seguente proposizione; che se il corpo in qualche luogo, per esempio in I; fosse arrestato, e direttamente rispinto indietro con la velocità, con cui avanzava in questo punto I; allora il corpo per l'azione della forza centripeta sopra di esso, tornerebbe indietro di nuovo su'l sentiero IHB, per cui innanzi avea avanzato, e arriverebbe di nuovo al punto B nello stesso spazio di tempo, che avea impiegato nel suo passaggio da B in I: la velocità del corpo nel suo ritorno al punto B essendo la stessa, con cui era prima partito dallo stesso. Per dar'una piena dimostrazion di questa proposizione, si ricercherebbe quell'uso delle mattematiche, che di evitare ho quì stabilito; ma io penso, ch'ella apparirà a gran segno evidente dalle seguenti considerazioni.

9. Supponiamo (nella fig. 75.) che un corpo sia portato nella seguente maniera per la figura storta ABCDEF, composta delle linee rette AB, BC, CD, DE, EF. Primieramente muova esso nella linea AB da A verso B, con una velocità uniforme; in B riceva un'impulso diretto verso qualche punto, come

G,

G, preso dentro la concavità della figura. Ora laddove questo corpo movendo una volta nella linea retta A B, continuerà a muover' in questa linea, finchè sia lasciato a sè stesso; essendo al punto B disturbato dal suo moto, per l'impulso, che vi agisce sopra di lui, sarà sviato da questa linea A B, per passare in qualche altra linea retta, in cui continuerà di poi a muovere, finchè sia lasciato a sè stesso. Questo impulso abbia dunque una forza sufficiente, per far torcere il corpo alla linea BC. Indi muova senza essere frastornato, da B in C, ma quì riceva un'altro impulso, diretto verso il medesimo punto G, e di una forza sufficiente a far torcere il corpo alla linea CD. E in D sia un terzo impulso, diretto similmente al punto G, e che faccia piegar' il corpo alla linea DE. E quì un'altro impulso, diretto pure al punto stesso G, lo faccia piegare ad E F. Ora io dico, che se il corpo mentre muove nella linea EF, venga trattenuto, e respinto indietro su questa linea, con la medesima velocità, che quella, con cui prima vi avanzava; al replicarsi del primo impulso in E, il corpo piegherà alla linea ED, e muoverà in essa da E in D con la medesima velocità, che prima, quando moveva da D in E; al ripeter l'impulso in D, quando il corpo sarà arrivato a questo punto, ne resterà piegato alla linea DC; e per la ripetizione degli altri impulsi in C, e in B, il corpo sarà riportato nuovamente indietro su la linea B A con la velocità, con cui movea primieramente su questa linea.

10. Io lo provo, come segue. Siano continuate le linee DE, ed FE oltre al punto E. In DE così continuata prendete a piacere la lunghezza EH, e si meni HI equidistante dalla linea GE. Allora da quello è stato scritto su la seconda legge del moto, (a) ne seguirà, che dopo l'impulso su'l corpo in E, esso muoverà per EI, nello stesso tempo, che impiegherebbe muovendo da E in H, con la velocità, che aveva nella linea DE. Sopra FE prolungata prendete EK eguale ad EI, e menate KL equidistante da GE. Allora perchè il corpo è rispinto indietro nella linea FE, con la medesima velocità, che quella, con cui avanzava in questa linea; se tornato il corpo in E, fosse lasciato andar dritto, egli passerebbe per EK nello stesso tempo, che impiegava passando per EI, quando avanzava sopra EF. Ma se al ritorno del corpo in E, gli fosse comunicato un'impulso diretto verso il punto D, ond' egli piegasse alla linea DE; io dico, che l' impulso necessario a produr questo effetto, dovrebbe esser'eguale a quello, che faceva piegar'il corpo dalla linea DE in DF; e che la velocità, con cui tornerebbe il corpo nella

(a) Cap. II. §. 21.

la linea DE, è la medesima, che quella, con cui prima movea, per questa linea da D in E. Essendo EK eguale ad EI, e KL ed HI essendo ciascuna equidistanti da GE, e in conseguenza equidistanti fra di loro; egli segue, che le due figure triangolari IEH, e KEL sono ancora simili, ed eguali fra di loro. Se io scrivessi a' Mattematici, potrei quì citare per prova di questo alcune proposizioni degli Elementi d'Euclide (a) ma come a tali quì non mi addrizzo, così penso, che quest' asserzione sarà evidente abbastanza, senza che ne dia una prova in forma: almeno desidero, che li miei Lettori la ricevano, come una proposizion vera in Geometria. Ma queste due figure triangolari essendo in tutto simili, ed eguali fra di loro; come EK è eguale ad EI, così lo è EL, ad EH, e KL ad HI. Ora il corpo dopo il suo ritorno in E, essendo voltato dalla linea FE in ED, per un' impulso, che riceve in E, nella maniera di sopra espressa; il corpo ricevera'da quest' impulso una tale velocità, che lo farà passare per EL nello stesso tempo, ch'egli avrebbe impiegato passando per EK, se fosse andato avanti su questa linea, senza esserne frastornato. Ed egli è stato osservato di già, che il tempo, in cui passerebbe il corpo per EK, con la velocità, con la quale ritorna, è eguale al tempo, che impiegava avanzando da E in I, cioè eguale a quello, in cui sarebbe passato per EH con la velocità, con cui moveva da D in E. Dunque il tempo, in cui passerà il corpo per EL dopo il suo ritorno alla linea ED, è lo stesso che quello si sarebbe impiegato dal corpo, passando per EH con la velocità, con cui movea primieramente nella linea DE. Poichè dunque, EL, ed EH sono eguali, il corpo ritorna nella linea DE con la velocità, ch' egli avea prima su questa linea. Io dico ancora, che il secondo impulso in E è eguale al primo. Da ciò, ch'è stato detto su la seconda Legge del moto, concernente l'effetto degl'impulsi obbliqui, (b) s'intenderà, che l'impulso in E, onde il corpo dalla linea DE piegava in EF, è di tal forza, che se il corpo fosse stato in quiete, quando questo impulso oprato avesse sopra di lui, ne avrebbe quello ricevuto un tal moto, che lo avrebbe guidato per una lunghezza eguale ad HI nel tempo, in cui sarebbe il corpo passato da E in H, o nel tempo, in cui passava da E in I. Nella stessa guisa, al ritorno del corpo, l'impulso in E, da cui era fatto piegare il corpo dalla linea FE in ED, è di tal forza, che se il corpo si trovasse in quiete, quando agisce in esso, lo farebbe muover per una lunghezza eguale a KL nel tempo stesso, che s'impiegherebbe dal corpo in pasfar per EK con la velocità, con cui ritor-

a *cioè l. 1. prop. 30. 29. 26.*

b *Cap. 2. §. 21. 22.*

ritorna ſopra la linea F E. Dunque il ſecondo impulſo, che ſi adopraſse ſu'l corpo in quiete, lo avrebbe fatto muovere per una lunghezza eguale a K L nello ſteſso ſpazio di tempo, che s'impiegherebbe dal corpo in paſsare per una lunghezza eguale ad H I, ſe il primo impulſo ſi foſse comunicato al corpo in quiete: ch' è a dire gli effetti del primo, e del ſecondo impulſo ſu'l corpo ſuppoſto in quiete, ſarebbero ſtati gli ſteſſi; imperciocchè K L, ed H I ſono eguali, e in conſeguenza il ſecondo impulſo è eguale al primo.

11. Così ſe il corpo ritornaſse per F E con la velocità, con cui moveva innanzi; noi dimoſtrammo, come replicato l'impulſo, che agiva in E, ritornerà il corpo nella linea D E con la velocità, che aveva innanzi ſopra la ſteſsa linea. Procedendo con lo ſteſso raziocinio, ſi può provare, che ritornato il corpo in D, l'impulſo, che innanzi oprava ſu'l corpo in queſto punto, lo porterà nella linea C D con la velocità, che prima aveva in queſta linea; e che replicando ſucceſſivamente gli altri impulſi, il corpo finalmente tornerà indietro nella linea B A con la velocità ſteſsa, con cui n'era partito.

12. Così queſt'impulſi oprando di nuovo con un'ordine inverſo, tutte le loro operazioni ſu'l corpo lo riportano indietro per lo ſteſso ſentiero, per cui egli era avanzato. E ciò val'egualmente qualunque ſiaſi il numero delle linee rette, di cui queſta figura curva è compoſta. Ora con un metodo di ragionare, di cui fa grande uſo il Sig. Cav. Iſ. Nevvton, e che egli ha introdotto in Geometria, con gran profitto di queſta Scienza, (*a*) potremo fare un paſsaggio da queſta figura compoſta di un certo numero di linee rette ad una figura d' una curvatura continuata, e dal numero degl'impulſi ſeparamente replicati in certi intervalli diſtinti ad una continua forza centripeta; e dimoſtrare, ch' eſsendo vero univerſalmente quanto ſi è quì avanzato, qualunque ſia il numero delle linee rette, di cui è compoſta la figura curva ACF, e degli impulſi replicati ſu'l corpo a ciaſcun'angolo di queſta figura; il medeſimo ſi avvererà, ſebbene queſta figura ſi convertiſſe in una di curvatura continua, e queſt'impulſi diſtinti ſi cangiaſsero in una continuata forza centripeta. Ma come lo ſpiegar queſto metodo di ragionare, non fa preſentemente al mio propoſito; così io ſpero, che li miei Lettori dopo ciò, ch'è ſtato detto, non troveranno difficoltà a ricever la propoſizione quì ſopra avanzata; che ſe un corpo, il qual moveva per la linea curva BHI (nella fig. 74.) da B ad I, quando è arrivato in I, foſse rimandato indietro direttamente con la ſteſsa velocità, che

a *cioè la ſua Dottr. delle ragioni prime, ed ult.*

quella, con cui avanzava, la forza centripeta rinnovando tutte le sue operazioni su'l corpo, lo riporterà indietro nella linea IHB; e come il moto del corpo nel suo corso da B in I, era ovunque di tal modo obbliquo alla linea menata dal centro al corpo, che la Potenza centripeta agiva in qualche grado contro il moto del corpo, ed a poco a poco lo diminuiva; così nel ritorno del corpo, la Potenza centripeta attraendo costantemente il corpo, ne accelererà il moto con gli stessi gradi, con cui prima lo ritardava.

13. Ciò accordato, supposto, che trovandosi il corpo in K, la linea AK non sia più obbliquamente inclinata al suo moto; ne seguirà in questo caso, che se il corpo sia rivoltato indietro, nella maniera, che noi considerammo egli debba tornar' indietro in una direzione perpendicolare ad AK. Ma s' egli fosse andato avanti; avrebbe mosso pure perpendicolarmente ad AK; e in conseguenza muova esso indietro, o avanti da questo punto K, dee descriver sempre la stessa sorte di corso. Dunque poichè rivoltando indietro, ripasserà su la linea curva KIHB; lasciato andar avanti, la linea KL, che ne sarà descritta, sarà sempre simile alla linea KHB

14. Noi potiamo istessamente determinar la natura del moto, se la linea, in cui parte il corpo, sia inclinata (come nella fig. 76.) verso la linea GA, menata tra il corpo, ed il centro. Se la Potenza centripeta cresca tanto in forza, nell'approssimarsi del corpo, che renda il sentiero, in cui muove il corpo, piegato a tal grado, che faccia restar tutte le linee, come AH, AI, AK, non men'oblique al moto del corpo, di quello AB sia obbliquo a BC, il corpo continuerà sempre più ad approssimarsi al centro. Ma se la Potenza centripeta cresce in un così piccol grado, che la linea menata dal centro al corpo, secondo che accompagna il corpo nel suo moto, vada divenendo più, e più dritta alla curva, in cui quello muove, e in fine, per esempio in K, vi divenga perpendicolare; da questo punto il corpo ricomincerà un Simil corso al primo. Quest' è evidente da ciò, che si è detto innanzi; poichè per la stessa ragione, anche quì, il corpo dovrà passare dal punto K a descriver'una linea in tutto simile a quella, in cui aveva mosso da B in K. Così, come si è osservato del Pendolo nel Capo antecedente, (*a*) che tutto il tempo, ch'egli si accosta verso la perpendicolare all' orizonte, discende più, e più; ma sì tosto, ch'è arrivato a questa perpendicolar. situazione immediatamente per gli stessi gradi per cui prima discendeva, s'innalza; così quì il corpo si approssima più e più al centro, tutto il tempo,

a §. 57.

po,

po, che muove da B in K, ma quindi si scosta dal centro nuovamente per gli stessi gradi per cui innanzi vi si approssimava.

15. Se nella fig. 77. la linea BC sia perpendicolare ad AB; egli è stato osservato di sopra, (*a*) che la Potenza centripeta può esser talmente bilanciata col moto progressivo del corpo, che il corpo possa continuar'a muovere intorno al centro A costantemente ad una stessa distanza; come fa un corpo ruotato intorno un punto, al quale sta raccomandato per una cordella. Se la Potenza centripeta sia troppo debole per produr quest'effetto, il moto del corpo diverrà obbliquo alla linea menata dallo stesso al centro, secondo la maniera del primo de'due casi, che abbiamo considerati. Se la Potenza centripeta è più forte di quello, che si ricerca, per portar'il corpo in un circolo, il suo moto si ridurrà al secondo de'casi, che abbiamo esaminati.

a §. 3.

16. Se la Potenza centripeta cangj talmente al cangiarsi della distanza, che il corpo, dopo che il suo moto è divenuto obbliquo alla linea, menata dallo stesso al centro, vi ritorni ad esser perpendicolare; ciò, che abbiamo dimostrato esser possibile ne' due casi trattati di sopra, allora il corpo nel seguenre suo moto tornerà di nuovo alla distanza di AB, e quindi prenderà un corso simile al primo; e così se il corpo muove in uno spazio libero da ogni resistenza, come quì abbiamo sempre supposto, egli continuerà in un moto perpetuo attorno del centro, discendendo, e ascendendo alternativamente. Se il corpo (nella fig. 78.) partendo da B, sopra BC, perpendicolare ad AB, descrive la linea BDE, che in D sia obbliqua alla linea AD, ma in E sia di nuovo raddrizzata ad AE, menata dal corpo in E al centro in A; allora da questo punto E il corpo descriverà la linea EFG in tutto simile alla linea BDE, e in G sarà alla stessa distanza da A, ch'era in B. Ma ancora la linea AG sarà diritta al moto del corpo: dunque il corpo passerà da G descrivendo la linea GHI in tutto simile alla linea GFE, ed in I avrà la stessa distanza dal centro, che aveva in E; e la linea AF sarà pure dritta al suo moto: cosicchè il suo moto susseguente dovrà esser nella linea IKL simile ad IHG, e la distanza AL eguale ad AG. Così il corpo andrà con un perpetuo giramento, senza finire, alternativamente allargando, e restringendo la sua distanza dal centro.

17. Succedendo, che il punto E cada sopra la linea BA prolungata al di là di A; il punto G cadrà sopra B; I sopra E; ed L pure sopra B; cosicchè il corpo descriverà in questo caso una

semplice linea curva intorno al centro A, simile alla linea BDEF nella fig. 79. in cui si aggirerà continuamente da B in E, e da E in B senza fine.

18. Se AE nella fig. 78. divenisse perpendicolare ad AB, in questo caso si descriverebbe ancora una linea semplice; imperciocchè il punto G cadrà sopra la linea BA prolungata al di là di A; il punto I sopra la linea AE prolungata al di là di A; ed il punto L sopra B; cosicchè il corpo descriverà una linea simile alla curva BEGI nella fig. 80. in cui li punti opposti B, e G sono egualmente distanti da A; come ne son pure li punti opposti E, ed I.

19. In altri casi la linea descritta sarà d' una figura più composta.

20. Così abbiamo proccurato di dimostrar, come un corpo, nel mentre è attratto costantemente verso un centro, può ciò non ostante col suo moto progressivo trattener sè stesso dal cadere in questo centro; ma farvi attorno un giro infinito, ora approssimandosi a questo centro, ed ora scostandosene altrettanto.

21. Ma noi abbiamo supposto, che la Potenza centripeta sia sempre d'una forza eguale in distanze eguali dal centro. E questo è il caso di quella Potenza, che dimostreremo poi esser la causa, che trattiene li Pianeti nel loro corso. Ma un corpo può esser trattenuto in un giro perpetuo attorno d'un centro, sebben la Potenza centripeta non abbia questa proprietà. Un corpo può esser trattenuto da una forza centrale in qualunque linea curva, che abbia la sua concavità sempre rivolta al centro di questa forza.

22. Per far questo evidente, proporrò in primo luogo il caso di un corpo, che muova per la figura incurvata ABCDE (nella fig. 81.) ch'è composta delle linee rette AB, BC, CD, DE, ed EA: il moto formandosi nella maniera seguente. Muova il corpo primieramente nella linea AB con una velocità uniforme: quando è arrivato al punto B, vi riceva un'impulso diretto verso qualche punto F preso dentro della figura; e sia l' impulso di tal forza, che faccia torcer' il corpo dalla linea AB, e passar nella linea BC. Il corpo dopo questo impulso, mentre è lasciato a sè stesso, continuerà a muover nella linea BC. In C riceva un'altro impulso, diretto verso lo stesso punto F, di tal forza da farlo passare dalla linea BC nella linea CD. In D il corpo per un'altro impulso, diretto parimenti al punto F, dalla linea CD pieghi alla linea DE. Ed in E un' altro impulso, diretto pure verso F, lo faccia piegar da DE in EA. Così noi vedia-

mo,

mo, come un corpo puo esser guidato per la figura ABCDE da certi impulsi, diretti sempre verso lo stesso centro, solamente col lor'oprare su'l corpo a'proprj intervalli, e con il debito grado di forza.

23. Ma dippiù, quando il corpo è arrivato al punto A, se quì riceve un'altro impulso, diretto come gli altri verso il punto F, e di un tal grado di forza, che rivolga il corpo nella linea AB, in cui prima moveva; Io Dico, che il corpo ritornerà in questa linea con la medesima velocità, ch'egli avea prima.

24. *Sia* AB prolungato di là di B, a piacimento, per esempio in G; e da G si meni GH, che prolungandosi, continuerebbe ad esser sempre equidistante da BF; ovvero secondo la frase ordinaria, si meni GH parallela a BF. Ora egli apparisce da ciò, ch'è stato detto su la seconda Legge del moto, (*a*) che nel tempo, in cui il corpo avrebbe mosso da B in G, se non avesse ricevuto un nuovo impulso in B, per mezzo di quest'impulso avrà acquistata una velocità, che lo porterà da B in H, e nella stessa guissa prendendo CI eguale a BH, e menando IK equidistante, o parallela a CF; il corpo avrà mosso da C in K con la velocità, ch'egli aveva nella linea CD, nel tempo stesso, che avrebbe impiegato in muover da C ad I con la velocità, che aveva nella linea BC. Dunque poichè CI, e BH sono eguali, il corpo muoverà per CK nello stesso tempo, che avrebbe impiegato in muover da B a G, con la velocità originale, con cui movea per AB. Dippiù, prendendo DL eguale a CK, ed LM menata parallela ad FD, per la stessa ragione, che innanzi, il corpo muoverà per DM con la velocità, ch' egli aveva nella linea DE, nello stesso tempo, che impiegherebbe a muover per BG con la sua originaria velocità. In ultimo luogo, a prender'EN eguale a DM, e menando NO parallela ad EF; similmente se AP si prenda eguale ad EO, e si tiri PQ parallela ad AF; allora il corpo con la velocità, con cui ritorna alla linea AB, passerà per AQ nel tempo stesso, che avrebbe impiegato a passar per BG con la sua originaria velocità. Ora come tutto ciò segue direttamente da quel, che di sopra è stato esposto, concernente l'effetto degl'impulsi obbliqui impressi su li corpi in moto; così noi osserveremo quì di vantaggio potersi provar per Geometria, che AQ sarà sempre eguale a BG. Io son'obbligato a sorpassar la prova di questo, per la natura del presente mio dissegno; ma concesa questa proposizion Geometrica, ne segue, che il corpo sia ritornato nella linea AB con la velocità, ch' egli aveva, quando movea dapprincipio in questa linea;

a *Cap.* 2.§.22.

linea; imperciocchè la velocità, con cui ritorna a questa linea, A B, lo porterà sopra la linea A Q nello stesso tempo, che avrebbe impiegato nel suo passaggio sopra una linea eguale B G, con la originaria velocità.

25. Così abbiamo trovato, come un corpo può esser guidato intorno della figura A B C D E, per l'azione di cert' impulsi sopra di esso, che siano tutti diretti ad un centro. E vedesi pure, che quando il corpo è di nuovo portato indietro al punto, onde prima partissi, se quì incontra un' impulso sufficiente a piegarlo di nuovo alla linea, in cui movea innanzi, la sua originaria velocità sarà rinnovata, e replicandosi gli stessi impulsi, sarà di nuovo il corpo condotto nello stesso giro. Dunque se quest'impulsi, che oprano su'l corpo ai punti B, C, D, E, ed A, continuano sempre gli stessi, il corpo farà intorno di questa figura infinite rivoluzioni.

26. La prova, di cui quì ci siamo serviti, tiene ancora per ogni numero di linee rette, di cui fosse composta la figura ABD; e perciò col metodo di ragionare, riferito di sopra, (*a*) si ha a conchiudere, che quanto è stato quì esposto sopra cotesta figura rettilineare, resterà vero, se questa figura si cangiasse in una di continua incurvatura, e invece d'impulsi distinti, che oprano per intervalli agli angoli di questa figura, avremo una continua forza centripeta. Abbiamo dunque dimostrato, che può esser'un corpo guidato attorno di qualunque figura curva A B C (fig. 82.) che sarà ovunque, concava verso un qualche punto, come D, per l'azione continuata di una Potenza centripeta diretta a questo punto, e ritornato che sia al punto, ond' era partito, riceverà di nuovo la velocità, con cui era partito da questo punto. In verità non è sempre necessario, ch'egli ritorni nel suo primo corso; imperciocchè la linea curva può aver'una tal figura, qual' è la linea A B C D B E (nella figura 83.) In questa linea curva, se il corpo parta da B nella direzione B F, e muova per la linea BCD finchè ritorni in B; quì il corpo non entrerà di nuovo nella linea BCD, perchè le due parti B D, e B C della linea curva fanno un'angolo al punto B; cosicchè la Potenza centripeta, che al punto B faceva torcere il corpo dalla linea B F nella curva, non sarà abile a farlo torcere nella linea B C dalla direzione, in cui ritorna al punto B, un'impulso gagliardo dovrebbe esser dato al corpo nel punto B, per produr quest' effetto.

(a) §. 12.

27. Se al punto B, onde il corpo parte, la linea curva ritorni in sè stessa (come nella fig. 82.) il corpo dopo il suo arrivo in B, può ritornare nel primiero suo corso, e così far'infiniti giri attorno il centro della Potenza centripeta.

28.

28. Ciò, che quì è ſtato detto, ſpero che in qualche maniera abiliterà li miei lettori a formare una giuſta idea di queſti moti centripeti.

29. Io non ho intrapreſo a dimoſtrare, come ſi determina particolarmente, qual ſorte di forza centripeta è neceſſaria per condurre un corpo in una linea curva propoſta. Ciò ſi ha da didurre dal grado della incurvatura, che la figura ha in ciaſcun punto, e ricerca un lungo, e implicato raziocinio mattematico. Comunque ſi ſia, io mi arreſterò un poco alla prima propoſizione, che il Sig. Cav. Iſ. Nevvton eſpone a queſto propoſito. In virtù di queſta propoſizione, quando ſi trova un corpo, che muove in una linea curva, ſi può conoſcere, ſe il corpo ſia trattenuto in queſto corſo da una potenza ſempre diretta verſo un centro ſteſſo, ed eſſendo così, dove queſto centro ſia collocato. La propoſizione ſi è queſta; menando una linea da qualche punto fiſſo al corpo, e queſta reſtando con una eſtremità unita a quel punto, nel mentre ſi fa girar' intorno, e tutt' inſieme col corpo; ſe la potenza, dalla quale il corpo è trattenuto nel ſuo corſo, ſia ſempre diretta a queſto punto fiſſo, come ad un centro, queſta linea muoverà per iſpazj eguali in eguali porzioni di tempo. Suppoſto, che un corpo muova per la linea curva ABCD (nella fig. 84.) e paſſi per gli archi AB, BC, CD, in porzioni eguali di tempo; ſe ſi può trovare un punto, come E, dal quale tirando al corpo in A la linea EA, che accompagnandolo nel ſuo moto, faccia gli ſpazj EAB, EBC, ECD eguali, per cui ella paſſa mentre il corpo deſcrive gli archi AB, BC, CD, e ſe iſteſſamente in tutti gli altri archi della curva ABCD grandi, e piccoli, accade, che queſti ſpazj ſiano ſempre eguali, eſſendo eguali li tempi; Dico, che il corpo è ritenuto in queſta linea da una potenza ſempre diretta verſo E, come centro.

30. Il principio, ſu'l quale è ſtato ciò dimoſtrato, non ricerca, che una piccola ſperienza di Geometria, per comprenderlo. Mi prenderò dunque la libertà di chiudere il preſente capo con una ſpiegazione di queſto particolare; perchè un tal' eſempio ci darà una più chiara idea del metodo del noſtro autore nell' applicar li raziocinj mattematici ai ſoggetti Filoſofici.

31. Egli ragiona così. Suppoſto, che un corpo ſi parta dal punto A (nella fig. 85.) per muover nella linea retta AB; e dopo aver moſſo per qualche tempo ſu queſta linea, riceva un' impulſo diretto a qualche punto, come C, e riceva queſto impulſo in D, e perciò pieghi alla linea DE, ed il corpo dopo queſto impulſo impieghi lo ſteſſo tempo in paſſar da D in E, che impiegava

gava da A in D; Allora tirate le linee rette C A, C D, C E, il Sig. Cav. If. Nevvton prova, che gli fpazj triangolari C A D, C D E fono eguali. Fgli lo fa nella maniera feguente.

32. Si meni E F parallela a C D. Da quello fi è detto fu la feconda legge del moto, (*a*) è evidente, che poichè il corpo moveva nella linea A B, quando ricevette l'impulfo nella direzione D C; egli avrà moffo dopo l'impulfo per la linea D E nello fteffo tempo, ch'egli avrebbe impiegato a muover per D F, purchè non aveffe avuto alcun difturbamento in D. Ma il tempo del moto del corpo da D in E è fuppofto eguale al tempo, in cui muove per A D; dunque il tempo, che il corpo avrebbe impiegato a muovere per D F, fe non foffe ftato difturbato in D, è eguale al tempo, in cui moveva per A D; e in confeguenza D F è eguale alla lunghezza A D: imperciocchè fe il corpo aveffe continuato a muovere per la linea A B fenza interrompimento; egli vi avrebbe moffo per tutte le fue parti con la medefima velocità; e farebbe paffato per parti eguali di quefta linea in porzioni eguali di tempo. Ora menata la linea C F, poichè A D, e D F fono eguali, lo fpazio triangolare C D E, è eguale allo fpazio triangolare C A D. Dippiù la linea E F effendo parallela a C D, egli è provato da Euclide, che il triangolo C E D è eguale al triangolo C F D: (*b*) dunque il triangolo C E D è eguale al triangolo C A D.

a *Cap. I. fez. 21. 22.*

b *Elem. Lib. I. prop. 37.*

33. Nell'ifteffo modo, fe il corpo riceve in E un' altro impulfo, diretto verfo il punto C, e ne fia fatto piegare alla linea E G, fe dopo ciò egli muove da E a G nello fteffo fpazio di tempo, che impiegava, nel fuo moto da D in E, o da A in D; allora menando C G, il triangolo C E G farà eguale a C D E. Un terzo impulfo in G diretto come li due primi, a C, onde il corpo fia fatto piegare nella linea G H, farà lo fteffo effetto, che gli altri. Se il corpo muove fopra G H nello fteffo tempo, che occupava nel muover fopra E G, il triangolo C G H farà eguale al triangolo C E G. Finalmente, fe il corpo in H per un nuovo impulfo, diretto ancora verfo C pieghi alla linea H I, e in I per un'altro impulfo, alla linea I K; e fe il corpo muova fopra ciafcuna di quefte linee H I, ed I K nello fteffo tempo, che impiegava movendo fopra ciafcuna delle linee precedenti A D, D E, E G, e G H; allora ciafcun de' due triangoli C H I, e C I K farà eguale a ciafcuno de' precedenti. Come ancora il tempo, in cui muove il corpo fopra A D E, è eguale al tempo del fuo moto fopra E G H, e a quello del fuo moto fopra H I K; così lo fpazio C A D E farà eguale allo fpazio C E G H, e allo fpazio C H I K. Nella fteffa maniera, come il tempo, in cui muove il corpo fopra

pra

pra ADEG, è eguale al tempo del ſuo moto ſopra GHIK così lo ſpazio CADEG ſarà eguale allo ſpazio CGHIK.

34. Con queſto principio il Sig. Cav. Iſ. Nevvton dimoſtra la propoſizione di ſopra accennata, con quel metodo d'argomentare introdotto da eſſo in Geometria, di cui abbiamo innanzi informato, (*a*) facendo un paſſaggio ſecondo li principj di queſto metodo da queſta figura incurvata, compoſta di linee rette, ad una figura d'incurvatura continua, e dimoſtrando, che poichè ſpazj eguali ſono deſcritti in tempi eguali nella preſente figura compoſta di linee rette, la ſteſſa proporzione tra gli ſpazj deſcritti, e il tempo della lor deſcrizione avrà luogo pure in una figura continuamente incurvata. Da queſta propoſizione egli diduce la inverſa, e prova, che qualunque volta ſono deſcritti eguali ſpazj continuamente; dunque il corpo è guidato da una forza centripeta, diretta al centro, a cui terminano gli ſpazj.

(*a*) 2 §. 11.

CAPITOLO. IV.

Della Reſiſtenza dei Fluidi.

1. PRima, che ſi poſſa ſcoprir la cauſa, che trattiene li Pianeti in moto, è neceſſario di conoſcer primieramente, ſe lo ſpazio, in cui muovono, ſia libero, e vuoto, o pieno di una certa quantità di materia. Ella è ſtata opinion regnante, che ogni ſpazio contenga in sè materia di qualche ſorte, o altro; talchè dove non trovaſi alcuna materia ſenſibile, abbiavi però una ſottile fluida ſoſtanza, onde tutto lo ſpazio ſia riempiuto; ſino a farne un pieno aſſoluto. In ordine all'eſame di tal quiſtione, ha il Sig. Cav. Iſ. Nevvton ampiamente conſiderati gli effetti de' fluidi ſopra li corpi, che per entro vi muovono.

2. Egli ha ridotti coteſti effetti a tre capi. In primo luogo inſegna a determinare, in qual maniera la reſiſtenza, che ſoffrono li corpi, quando muovono in un fluido, creſca per gradi a proporzion dello ſpazio, che deſcrivono in qualche fluido; della velocità, con cui lo deſcrivono; e del tempo, in cui ſono ſtati in moto. Sotto al ſecondo capo conſidera, qual grado di reſiſtenza differenti corpi moventi nello ſteſſo fluido incontrino, ſecondo la differente proporzione tra la denſità del fluido, e la denſità del corpo. Le denſità de' corpi fluidi, o ſolidi ſi miſurano dalla quantità della materia, che ſi comprende ſotto la ſteſſa grandezza; quel corpo eſſendo più denſo, o compatto, che ſotto una ſteſſa mole contiene maggior quantità di materia ſolida, o che

pesa più; osservandosi, che il peso di ciascun corpo è proporzionale alla quantità della materia, ch'è in esso. (a) Così l'acqua è più densa, che il sughero, il ferro più, che l'acqua, e l'oro più, che il ferro. Il terzo particolare, che il Sig. Cav. If. Nevvton considera spettante alla resistenza de' fluidi, è l'influsso, che la diversità di figura nel corpo solido ha su la resistenza, che il fluido gli apporta.

a C. I. §. 24.

3. Per una più perfetta dichiarazione del primo di questi capi, egli dimostra distintamente la relazione tra tutte le particolarità specificate, sopra tre differenti supposizioni. La prima è, che uno stesso corpo trova maggiore, o minore la resistenza in proporzion semplice alla sua velocità; cosicchè la sua velocità essendo doppia, diviene ancora doppia la resistenza. La seconda è, che la resistenza cresce in una proporzion duplicata della velocità: talchè essendo raddoppiata la velocità, o rinterzata, la resistenza sarà quattro volte, o nove più grande, che prima. Ciò, che si deve intender per proporzion duplicata, è stato di già spiegato. (b) La terza supposizione si è, che la resistenza cresca parte in proporzion semplice della velocità, e parte in proporzion duplicata.

b C. II. §. 17.

4. In Tutte queste supposizioni li corpi sono considerati sotto due riguardi; o in quanto muovono, e si oppongono contro il fluido per quella potenza solamente, ch'è loro essenziale, di resistere al cangiamento del loro stato di quiete in moto, o di moto in quiete, che noi chiamammo di sopra Potenza d' Inattività; ovvero in quanto discendono, o ascendono, e così hanno la potenza di gravità combinata con quell' altra potenza. Così il nostro Autore ha dimostrato in tutte e tre le supposizioni, in qual maniera resistasi a' corpi da un fluido uniforme, quando muovono col sopraddetto moto progressivo; (c) e qual'è la resistenza, quando ascendono, o discendono perpendicolarmente. (d) E se un corpo ascende, o discende obbliquamente, e la resistenza sia semplicemente proporzionale alla velocità, è dimostrato, come si resiste al corpo, che vi muove, da un fluido di uniforme densità, e qual linea sia da quello descritta, (e) che si determina con la misura dell' Iperbola, e non è altro, che la linea, considerata primieramente in particolare dal Dottor Barrovv, (f) che ora è comunemente conosciuta sotto il nome di curva Logaritmica. Nella supposizione, che la resistenza cresca in proporzion duplicata della velocità, il nostro autore non ci ha data la linea, che sarebbe descritta in un fluido uniforme; ma egli ha invece discusso un Problema, che in qualche maniera è l' inverso dell' altro; ed è trovare la densità del fluido in tutte le altezze, per cui possa

c Nevvt. Princ. L. II. prop. 2. 5. 6. 7. 11. 12.
d prop 3. 8. 9. 13. 14.
e Prop 4.
f Pralect. Geomstr. pag. 123.

possa descriversi una data linea curva; il qual problema è maneggiato da esso in modo, ch'è applicabile ad ogni sorte di resistenza. (*a*) ma quì non trascurando la pratica, dimostra, che un corpo in un fluido d'uniforme densità descriverà una linea, che approssimasi ad un'iperbola; val'a dire, che il suo moto sarà più prossimo a questa linea curva, che ad una parabola. E in conseguenza sopra questa rimarca, dimostra, come si determina quest' iperbola, col mezzo della sperienza, e brevemente risolve il principale di que' Problemi, che concernono li Progetti, che sono in uso nell' arte de' Cannonieri, in questa curva; (*b*) come il Torricelli, ed altri hanno fatto nella parabola, (*c*) le cui invenvenzioni sono state per esteso spiegate di sopra [*d*]

5. Il nostro Autore ha toccata ancora distintamente quella sorte di moto, ch'è descritto da' Pendoli (*e*) ed ha similmente considerati alcuni casi de' corpi, che muovono in fluidi resistenti intorno un centro, a cui sono spinti da una forza centripeta, in ordine a dar'un'idea di questa sorte di moti. (*f*)

6. L'aver trattata la resistenza de' pendoli, gli ha data occasion d' inserire in un' altra parte della sua Opera alcune specolazioni su li lor moti fatti senza resistenza, che hanno una particolar' eleganza; dove egli parla di loro, in quanto moventi per una gravitazione, che agisce in una legge cui egli dimostra spettante alla terra, quaggiù su la sua superfizie; (*g*) effettuando in questa sorte di gravitazione, ove la forza è proporzionale alla distanza dal centro, tutto ciò, che Huygens aveva fatto prima nella comun supposizione di una forza uniforme, e operante in linee parallele. (*h*)

7. Huygens al fine del suo trattato della causa della gravità, (*i*) ci fa sapere, ch' egli pure aveva portate le sue specolazioni su la prima di queste supposizioni, che la resistenza ne' fluidi sia proporzionale alla velocità del corpo, quanto lungi aveva fatto il nostro autore. Ma trovato per isperienza, che la seconda era più conforme alla natura, egli fece poi alcuni progressi in questa, finchè fu arrestato, per non esser abile ad eseguire, conforme desiderava, quello, che si riferisce alla discesa perpendicolare de' corpi; non osservando, che la misura della linea curva, di cui si era servito per ispiegar questo, dipendeva dalla Iperbola. La qual' inavvertenza si può ben perdonare in questo grand' uomo, considerando, che il nostro autore non si era ancora compiacciuto in quel tempo di comunicare al pubblico il suo ammirabil discorso della Quadratura, o Misura delle linee curve; con cui egli poi si obbligò tanto il Mondo; imperciocchè senza l'uso di

a *Nevvt. Princ. Lib. II. Prop.* 10.

b *Ibid. Schol.*

c *Torricelli de motu Gravium.*

d *Cap. II. §. 85. &c.*

e *Nevvt. Princ. Lib. II. sect.* 6.

f *Ibid. sect.* 4.

g *Ved. Lib. II. Cap.* 6. *§.* 7. *di questo Tratt*

h *Lib. I. sect.* 10.

i *De la pesanteur, pag.* 169 *e segg.*

questo trattato, non è, cred'io, ingiurioso anche alla incompaparabil'abilità del nostro autore, il pensare, che non sarebbe stato facile per lui medesimo conseguire un successo così felice in questa, e in quantità d'altre parti de' suoi scritti.

8. Ciò, che Huygens trovò con la sperienza, che la resistenza era in realtà in proporzion duplicata della velocità dei corpi, si accorda col raziocinio del nostro autore, (*a*) che distingue la resistenza, apportata ai corpi da' fluidi per la tenacità delle loro parti, e la fregaggione che si fa di essoloro col corpo, da quella, che proviene dalla Potenza d'inattività, di cui le particole costitutive de' fluidi sono fornite, come ogni altra porzion di materia, per la qual Potenza le particole de' fluidi, come gli altri corpi fanno resistenza ad esser poste in moto.

a Princ. Lib. II. propos. 4. Schol.

9. La resistenza, che proviene dalla fregaggione del corpo contro le parti del fluido, non dev'esser considerabile; e quella, che nasce dalla tenacità delle parti del fluido, ordinariamente non è grande, nè dipende molto dalla velocità del corpo nel fluido; imperciocchè come le parti del fluido sono sempre attaccate fra di sè con un certo grado di forza, la resistenza, che il corpo quindi ne incontra, non dee dipender molto dalla velocità, con cui muove il corpo; ma come della Potenza di gravità, il suo effetto dev'esser proporzionale al tempo in cui agisce. Il Lettore può ritrovar questo di vantaggio spiegato dallo stesso Signor Cav. If. Nevvton nella poscritta ad un discorso da me pubblicato nelle Transaz. Filos. n. 371. La principal resistenza, che li fluidi recano la maggior parte ai corpi, proviene dalla Potenza d'inattività nelle parti de' fluidi, e ciò dipende dalla velocità, con cui muove il corpo, per un doppio riguardo. In primo luogo la quantità del fluido mosso dal luogo per il moto del corpo in uno spazio determinato di tempo è proporzionale alla velocità, con cui muove il corpo; e in secondo luogo, la velocità, con cui ciascuna parte del fluido è mossa, sarà ancora proporzionale alla velocità del corpo: dunque poichè la resistenza, che ogni corpo fa ad esser posto in moto, è proporzionale e alla quantità della materia mossa, e alla velocità, con cui ella è mossa; la resistenza, che a questo riguardo apporta un fluido, crescerà doppiamente al crescer della velocità nel corpo, che vi muove; ch'è a dire la resistenza sarà in una proporzion duplicata della velocità, con cui muove il corpo per lo fluido.

10. Egli è in oltre manifesto, che quest' ultima sorte di resistenza crescendo all'aumentar della velocità, anche in un grado maggiore di quello, che cresca la velocità stessa, più presto muove il

ve il corpo, minor proporzione avranno a questa le altre spezie di resistenza; anzi questa parte di resistenza può esser tanto aumentata con una dovuta aumentazione di velocità, che le prime resistenze abbiano a questa una minor proporzione di qualunque, assegnabile. E invero la sperienza dimostra, che nissun'altra resistenza, che quella proveniente dalla Potenza d'inattività nelle parti del fluido, è di considerazione, quando il corpo vi muove con una considerabil velocità.

11. Vi è oltre di queste un'altra spezie di resistenza, che si trova ne' fluidi, che sono elastici, come la nostr'aria. L' elasticità non appartiene ad alcun fluido, che noi conosciamo, fuorchè all' aria. Mercè questa tale proprietà una certa quantità d' aria può esser ridotta a minore spazio da una valida compressione, e rimossa che sia la Potenza comprimente, ella si restituirà di nuovo alla sua primiera dimensione. L'aria, che respiriamo è tenuta nella sua presente densità dal peso dell' aria, ch'è sopra di noi. E come questo peso, che sovrasta, per il moto de'venti, o altre cause varia bene spesso, come apparisce dal barometro; così quando cresce questo peso, noi respiriamo un'aria più densa, che in altro tempo. A qual grado l'aria possa espandersi per un rimollamento, in caso, che ogni pressione fosse tolta, e dentro quali termini precisamente possa esser ristretta per forza di compressione, non ci è noto. Il Sig. Boyle per isperienza l' ha trovata capace di un tal grado di espansione, e di compressione, ch' ella si estendeva per uno spazio alcune migliaja di volte più grande, che lo spazio, a cui la medesima quantità poteva confinarsi. (*a*) Ma tratterò poi più pienamente altrove di questa proprietà dell'aria. (*b*) Ora considero solamente, qual resistenza ne proviene al moto de' corpi.

12. Ma innanzi, che il nostro autore dimostri, in qual maniera operi questa causa di resistenza, propone un metodo, per cui li fluidi possono rendersi elastici, dimostrando, che se le loro particole sono fornite d'una Potenza di respingersi l'una l'altra, la qual si eserciti con gradi di forza reciprocamente proporzionali alla distanza tra li centri delle particole; tali fluidi osserveranno la medesima regola, che la nostr'aria, nell'esser compressi; ch'è questa, che lo spazio, a cui ella riducesi dopo la compressione, è reciprocamente proporzionale al peso comprimente. (*c*) Il termine di reciprocamente proporzionale è stato di sopra spiegato. (*d*) E se la forza centrifuga delle particole agisse con altra Legge, tali fluidi cederebbero alla compressione in una maniera differente. (*e*)

13. Se le particole dell'aria siano dotate di una Potenza tale, ond'

a *Ved. il suo trattato su la maraviglios a rarefazione dell' aria.*

b *Lib. 2. cap. 6.*

c *Princ. phil. l. 2. prop. 23.*

d *Lib. 1. Cap. 2. §. 30.*

e *Princip. phil. l. 2. prop. 23. schol.*

ond'elleno possano agire fuori di contatto una su l'altra, il nostro autore non lo determina, ma lo rimette ad un' esame avenire, e alla discussion de' Filosofi; solo egli prende di quà occasione per considerar sotto quest'idea la resistenza de' fluidi elastici, facendo di passaggio delle osservazioni su le differenze, che accadrebbero, se la loro elasticità derivasse da qualche altra sorgente. (a) E ciò, credo io, deesi confessare, ch'è fatto da esso con gran giudizio; imperciocchè questa è di gran lunga la più ragionevole spiegazione, che siasi mai data di quest' ammirabil Potenza, come ognuno, che per lo meno consideri la insufficienza di tutte l'altre conghietture, che si sono formate, dovrà senza dubbio convenirne; massime considerando il poco di ragione, che vi è a negare ai corpi altre Potenze, onde possano agir gli uni sopra gli altri in una distanza così bene, che la Potenza di gravità, la quale noi dimostreremo dopo esser' una proprietà universale spettante a tutti li corpi dell'Universo, e a tutte le loro parti: (b) Anzi noi troviamo attualmente nella calamita apparire una potenza ripulsiva non meno, che un'attrattiva. Ma di ciò più a lungo nella conclusion del discorso.

a Princ. phil. Lib. 2. propos. 33. coroll.

b Lib. 2. Cap. 5.

14. Per questi passi il nostro Autore si fa strada a spiegare la resistenza, che l'aria, e fluidi simili apporteranno a' corpi per la loro elasticità; la qual resistenza egli spiega così: se la Potenza elastica di un fluido cangiasse in modo, che fosse sempre in proporzion duplicata della velocità del corpo, a cui resiste, egli è dimostrato, che allora la resistenza derivata dalla elasticità crescerebbe in proporzion duplicata della velocità; in modo, che tutta la resistenza sarebbe in questa proporzione, di quella piccola parte in fuori, che nasce dalla fregaggione tra il corpo, e le parti del fluido. Quindi egli segue, che continuando invero la stessa la Potenza elastica dello stesso fluido, se la velocità del corpo movente diminuisse, la resistenza, che nasce dalla elasticità, e perciò tutta la resistenza diminuirebbe in una minor proporzione, che la duplicata della velocità; e se la velocità crescesse, la resistenza, che proviene dalla elasticità, crescerebbe in una minor proporzione, che la duplicata della velocità, ch'è in una minor proporzione, che la resistenza fatta dalla potenza d'inattività delle parti del fluido. E su questo fondamento si appoggia la prova di una proprietà di questa resistenza, cagionata dalla elasticità in compagnia delle altre prodotte dalla tenacità, e dalla fregaggione delle parti del fluido; che la velocità può aumentarsi a tal segno, che la resistenza cagionata dalla elasticità del fluido non abbia alcuna considerabile proporzione a quella, ch'è prodotta dalla

dalla di lui potenza d'inattività. (*a*) Quindi il nostro Autore ha didotta questa conseguenza; che la resistenza di un corpo, il qual muove assai velocemente in un fluido elastico, è pressocchè la stessa, che se il fluido non fosse elastico; purchè la elasticità provenga dalla potenza centrifuga delle parti del medio, come innanzi si è spiegato, spezialmente se la velocità sia sì grande, che la potenza centrifuga manchi di tempo per far' il suo effetto. (*b*) Ma egli è da osservare, che per provar tutto questo, il nostro autore procede su la supposizione di questa potenza centrifuga nelle parti del fluido; ma se l'elasticità fosse cagionata dalla espansione delle parti, nella maniera della lana compressa, e di simili corpi, onde le parti del fluido venissero a ingarbugliarsi insieme, e il loro moto restasse impedito, il fluido sarebbe reso più tenace, e apporterebbe della resistenza, oltre quella, che dipende dalla elasticità solamente; (*c*) e della resistenza derivata da questa causa si dee giudicare nella maniera innanzi proposta.

a *Princ. Phil. Propos. 33. coroll. 2.*

b *Ibid. coroll. 3.*

c *Ibid. coroll. 6.*

15. Ora è tempo di passare alla seconda parte di questa teoria; ch'è di assegnar la misura della resistenza, secondo la proporzione tra la densità del corpo, e quella del fluido. Ciò, che si ha quì da intendere per densità, si è dichiarato innanzi. (*d*) A questo proposito, come il nostro autore considerava prima due casi distinti di corpi moventi per li medj; uno quando si oppongono a' fluidi per la loro Potenza d'inattività solamente, e l'altro quando ascendendo, o discendendo, il loro peso veniva a combinarsi con quest'altra Potenza, così parimente li fluidi stessi hanno a considerarsi sotto una doppia capacità; o in quanto hanno le loro parti in quiete, e sono disposte a ceder senza ristringimento, o in quanto sono compresse insieme dal loro proprio peso, o da altra cagione.

d *Nel §. 2.*

16. Nel primo caso se le parti del fluido sono intieramente in libertà, e sviluppate una dall'altra, cosicchè ogni particola possa muover per ogni verso senz'alcun' impedimento, egli è dimostrato, che se un globo muove in un tal fluido, ed il globo, e le parti del fluido siano dotate di una perfetta elasticità; così che quando sono urtate dal globo, balzino, e si separino da quello con la velocità stessa, con cui il globo le urta, la resistenza, che soffrirà il globo movente con una nota velocità, si ha a determinar' in questo modo. Dalla velocità del globo si conoscerà il tempo, in cui muoverebbe per due terze parti del suo diametro con questa velocità. E quella proporzione, che la densità del fluido ha alla densità del globo è la stessa, che quella tra la resistenza ap-

por-

portata al globo, e la forza, che oprando, come la Potenza di gravità, su'l globo senza interruzione, durante lo spazio di tempo ora menzionato, produrrebbe nel globo lo stesso grado di moto, che quello, onde muove nel fluido. (*a*) Ma se nè il globo, nè le parti del fluido siano elastici, onde le parti, quando sono percosse dal globo, non ribalzino, la resistenza non sarà, che una metà; (*b*) e se il fluido, ed il globo siano imperfettamente elastici, talchè le parti del fluido ribalzino dal globo con parte solamente di quella velocità, con cui sono urtate dal globo, la resistenza si troverà di mezzo tra quelle dei due casi precedenti, accostandosi più alla prima, o alla seconda, conforme l'elasticità sarà maggior' e minore. (*c*)

a *Princ. Phil. l. 2. prop. 32.*
b *Ibid.*
c *Ibid.*

17. L'elasticità, ch'è quì attribuita alle parti del fluido, non è quella Potenza di rispingersi l'una l'altra, quando sono fuori di contatto, per la quale, come dicemmo innanzi, tutto il fluido può rendersi elastico; ma una tal' elasticità solamente, quale più corpi solidi hanno, di ricuperar la loro figura, qualunque volta un cangiamento forzato vi si faccia, per l'impulso di qualche corpo, o altrimenti. La qual'elasticità è stata di sopra spiegata diffusamente. (*d*)

d *Cap. 1. §. 29.*

18. Questo è il caso de'fluidi scontinuati, dove il corpo, premendo incontro delle loro parti, le spinge avanti di sè, mentre lo spazio dietro al corpo ne riman libero. Ma ne'fluidi, che sono compressi, cosicchè le parti rimosse dal suo luogo per il corpo, a cui resistono, si ritirino immediatamente dietro a lui, e riempiano quello spazio, che nell'altro caso restava vacante, è sempre minore; imperciocchè il globo in un tal fluido, che sia esente d'ogni elasticità, non troverà, che la metà della minor resistenza, che trovava nel primo caso. (*e*) Ma per l'elasticità ora intendo quella Potenza, che rende tutto il fluido tale, di cui, se il fluido fosse dotato, com'è l'aria, la resistenza sarebbe maggiore di quello sia per la regola precedente; imperciocchè il fluido essendo capace in qualche grado di condensazione, rassomiglierà sin quì il caso de'fluidi non compressi. (*f*) Ma, siccome innanzi si è rappresentato, questa differenza è al più considerabile ne'moti lenti.

e *Princ. Phil. l. 2. prop. 38. combin. col coroll. 1. della prop. 35.*
f *Lib. 2. Lem. 7. schol. pag. 341.*

19. In appresso il nostro autor' è particolare nel determinar li gradi di resistenza, che accompagnano le differenti figure dei corpi; ch'è l'ultimo de' tre capi, in cui si è diviso tutto il discorso della resistenza. E in questa discussione ritrova una sorprendente, nè immaginata differenza tra fluidi liberi, e compressi. Egli prova, che nel primo genere un globo non soffre che la

metà

metà della resistenza, che incontra un cilindro circoscritto al globo, s'egli muove nella direzion del suo asse. (*a*) Ma nel secondo genere mostra, che al globo, ed al cilindro si resiste istessamente. E in generale, ch'essendo sempre differente in tal modo la figura dei corpi, pure se le più grandi sezioni de'corpi, perpendicolari all'asse del loro moto siano eguali, li corpi troveranno egual resistenza. [*b*]

a Lib. 2. prop. 34.

b Schol al Lem. 7.

20. Proseguendo la differenza trovata fra la resistenza del globo, e del cilindro ne'fluidi rari, e non compressi, il nostro autore ci dà il risultato di alcune altre ricerche della stessa natura. Così di tutti li pezzi di un Cono, che possono esser descritti su la stessa base, e con la medesima altezza, egl'insegna a trovar quello, a cui meno, che a tutti gli altri, si resista, quando muova nella direzion del suo asse. (*c*) E quindi deduce un metodo facile di alterar la figura di ogni solido sferoidale, cosicchè la sua capacità possa esser dilatata, e nondimeno la sua resistenza resti diminuita, (*d*) osservazione, ch'egli trova poter'esser' utile nella costruzion de' vascelli. Conchiude, determinando il solido, a cui si farà la minor resistenza, che sia possibile, ne' predetti fluidi rari, e scontinuati. (*e*)

c Prop. 34. schol.

d Ibid.

e Ibid.

21. Per poter'esser quì inteso da'Lettori non avezzi a termini di Mattematica, spiegherò quel, che intendo per un pezzo di un Cono, e per solido sferoidale. Vn Cono è stato innanzi definito. Un pezzo di lui è ciò, che ne resta, quando una parte vicina alla cima se gli è troncata, per una sezione pallalela alla base del Cono, come nella fig. 86. Una sferoide è prodotta da un'ellipsi, come una sfera è fatta da un circolo. Se un circolo gira intorno al suo diametro, egli descrive col suo moto una sfera; così se un' ellipsi (la qual figura è stata di sopra definita, e sarà più intieramente spiegata di poi (*f*) si faccia girar'intorno e della più lunga, o della più breve linea, che possa guidarsi per il suo mezzo, ne sarà descritta una sorte di sfera bislunga, o piatta, come nella fig. 87. Amendue queste figure si chiamano sferoidi, e il solido, che le rassomiglia, io lo chiamo quì sferoidale.

f Lib. 2. Cap. 1. §. 6.

22. Se fosse ricercato, come il metodo di alterar li corpi sferoidali, quì mentovato, possa contribuire a facilitar' il moto di un vascello, quando poco fa io affermava, che la figura de' corpi moventi in un fluido compresso non elastico, non ha relazione con l' aumentazione, o diminuzion della resitenza; la risposta si è, che quello si è detto, si riferisce a'corpi profondamente immersi dentro a tali fluidi, ma non a quelli, che nuotano sopra la loro superfizie; imperciocchè in quest' ultimo caso

il fluido, per l'appulso delle parti anteriori del corpo, s'innalza sopra il nivello della superfizie, e di dietro al corpo si sprofonda qualche poco in giù; cosicchè per questa ineguaglianza nella superfizie del fluido, quella parte di essa, che al principio del corpo è più alta, che il fluido di dietro, resisterà in qualche modo secondo la legge de'fluidi scontinuati, (*a*) analogamente a quello, ch'è stato di sopra osservato accader nell'aria per la sua elasticità, sebbene il corpo sia da lei circondato da tutti li lati. (*b*) E sì lungi, ch'estendesi il potere di queste Cause, la figura del corpo movente modifica la resistenza; imperciocchè è manifesto, che la figura, la qual preme meno direttamente le parti del fluido, e per tanto innalza meno la superfizie di un fluido non elastico, e comprime meno un fluido, ch'è elastico, troverà minor resistenza.

23. La maniera di dedurre la differenza di resistenza ne' fluidi rari, la qual proviene dalla diversità della figura, si è quella di considerar l'effetto differente delle parti del fluido su 'l corpo movente contro di loro, secondo la differente obbliquità delle varie parti del corpo, in cui rispettivamente quelle urtano; siccom'è noto, che ogni corpo, il quale venga ad urtar'obbliquamente in un piano lo percuote con una forza minore, che se cadesse perpendicolarmente sopra di esso; e maggiore è l'obbliquità, più debole è la forza. Ed è lo stesso, se il corpo sia in quiete, ed il piano muova contro di lui. (*c*)

24. Che non vi abbia connessione tra la figura di un corpo, e la sua resistenza ne'fluidi compressi, si prova così. Suppongasi, che ABCD (nella fig. 88.) sia un canale, che abbia un tal fluido, come per esempio l'acqua, che vi scorra con un'equabil velocità; e che un corpo E essendo posto nell' asse del canale impedisca il passaggio dell'acqua. E' manifesto, che la figura della parte anteriore del corpo influirà poco alla ostruzione del moto dell'acqua, ma tutto l'impedimento nascerà dallo spazio occupato dal corpo, con che si diminuisce la capacità del canale, e si ristringe il passaggio dell'acqua, (*d*) Ma proporzionale all'ostruzione del moto dell'acqua sarà la forza dell'acqua su'l corpo E. (*e*) Ora supponendo chiusi li due orificj del canale, e l'acqua rimanervi in quiete, e che il corpo E muova in maniera, che l'acqua possa passarvi con lo stesso grado di velocità, che faceva prima, egli è fuori di contraddizione, che la pression dell'acqua su'l corpo, ch'è quanto dire la resistenza, ch'ella apporta al suo moto, rimarrà la medesima; e perciò avrà poca connessione con la figura del corpo. (*f*)

25.

a *Ved. Newt. Princ. Nel schol. al Lem. 7. Lib. 2. pag. 341*

b *Sez. 17. di questo Cap.*

c *Ved. Princ. Phil. l. 1. prop. 34.*

d *Ibid. Lem. 5. pag. 314*

e *Lem. 6*

f *Ib. 7.*

25. Per un metodo di ragionare cavato dalla stessa sorgente si determina la misura della resistenza, che questi fluidi compressi recano a' corpi, per rapporto alla proporzione tra la densità del corpo, e quella del fluido. Ciò sarà spiegato particolarmente nel mio commento su li principj Mattematici di Filosofia Naturale del Sig. Cav. If. Nevvton; ma questo non è il luogo proprio per dilatarsi su questo soggetto.

26. Abbiam'ora scorse di già tutte le parti di questa Teorìa. Non resta più, che di far menzione in poche parole degli sperimenti, che ha fatti il nostro autore sì con li corpi cadenti perpendicolarmente per l'acqua, e per l'aria, [a] come co' pendoli; [b] li quali tutti convengono con la teorìa. Nel caso de' corpi cadenti, il tempo della loro caduta, determinato con la teorìa, proveniva lo stesso, che quello determinato dalle osservazioni, con un'esattezza maravigliosa; ne' pendoli, la verga, ond' era sospesa la palla del pendolo, soffrendo resistenza non men, che la palla, ed il moto di questa essendo reciproco, e comunicando per ciò un tal moto al fluido, che viene ad accrescer la resistenza; l'aberrazione dalla teorìa non è stata più di quello, che ragionevolmente si può aspettare da queste cause.

a Princ. Lib 2. prop. 40. in schol.
b Ibid. scol. post. prop. 31.

27. Con questa teorìa della resistenza de' fluidi, e con queste sperienze il nostro autore decide la quistione sì lungamente agitata tra li Filosofi Naturali, se tutto lo spazio sia assolutamente ripieno di materia. Gli Aristotelici, e li Cartesiani asseriscono questo pieno; gli Atomisti hanno sostenuto l'opposto. Il nostro autore ha scelto a determinare tal quistione con la sua teorìa della resistenza, come si spiegherà da noi nel seguente Capo.

LIBRO SECONDO
CONCERNENTE
Il Sistema del Mondo.
CAPITOLO PRIMO.

Che li Pianeti muovono in uno spazio libero da ogni materia sensibile.

O già passata la prima parte del mio disegno, ed ho spiegato, fin dove comportava la natura del mio scopo ciò, che il Sig. Cav. If. Nevvton ha esposto in generale, concernente il moto de' corpi. Ora Siegue, che io ragioni delle discoperte, ch'egli ha fatte nel Sistema del Mondo; e mercè di queste dimostri, qual Causa trattiene li corpi celesti nel loro corso. Ma egli sarà necessario per il bisogno di quelli, che non hanno pratica d' Astronomia, premeter'una breve descrizione del Sistema Planetario.

2. Questo Sistema è disposto nel modo, che segue. Nel mezzo è collocato il Sole: Intorno ad esso girano continuamente sei globi, e sono questi li sei Pianeti Primarj. Quello, ch'è il più vicino al Sole, è chiamato Mercurio, quello, che segue, Venere; quel, che a questo succede, si è la nostra terra, di là è Marte, dopo questo Giove, e il più lontano di tutti Saturno. Oltre questi si sono scoperti nel presente Sistema dieci altri corpi, che muovono intorno alcuno di questi Pianeti Primarj nella stessa maniera, che quelli fanno intorno il Sole. Si chiamano questi Pianeti Secondarj. Il più cospicuo fra di loro è la Luna, che muove intorno la nostra terra: quattro corpi muovono similmente intorno a Giove, e cinque intorno Saturno. Si gli uni, come gli altri si chiamano comunemente Satelliti; e non può alcun di loro vedersi senza Telescopio. Non è impossibile, che si possano dare più Pianeti Secondarj, oltre questi; sebbene li nostri stromenti non ne hanno ancora discoperto alcun'altro. Questa disposizione del Sistema Planetario, o Solare è rappresentata dalla fig. 89.

3. Il medesimo Pianeta non è sempre distante dal Sole egualmente ma la distanza mediocre di Mercurio è tra $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{5}$ della distanza della ter-

terra dal Sole: Venere è distante dal Sole presso a poco $\frac{3}{4}$ della distanza della terra; la distanza media di Marte è alquanto di più, che una volta, e mezza la distanza della terra; la distanza pur media di Giove eccede cinque volte la distanza della terra, e qualche cosa tra $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{4}$ parte di questa distanza: la media distanza di Saturno appena è più che 9. volte, e mezza la distanza tra la terra, e il Sole: ma la distanza media tra la terra, e il Sole è in circa 217 $\frac{1}{8}$ semidiametri del Sole.

4. Tutti questi Pianeti muovono in una maniera da Occidente in Oriente; e de' Pianeti Primarj il più lontano è il più lungo a finire il suo corso intorno al Sole. Il periodo di Saturno manca di 16. giorni, per farlo di 29. anni, e mezzo. Il Perido di Giove è di 12. anni, meno 50. giorni incirca. Quello di i Marte decade da 12. anni interi di circa 43. giorni. La Rivoluzion della terra fa l'anno. Venere compie il suo periodo, in 224 $\frac{2}{3}$ giorni, e Mercurio in 88. incirca.

5. Il corso di ogni Pianeta giace per tutto in un Piano, o in una superfizie piana, in cui trovasi il Sole; ma non tutti li Pianeti muovono nello stesso piano, sebbene li differenti Piani, in cui essi muovono, s' incrocicchiano fra di loro formando piccoli angoli. Tutti questi piani si tagliano un l'altro in linee, che passano per il Sole; perchè il Sole giace nel piano di ciascun'orbita. Questa inclinazione delle differenti Orbite fra di loro, è rappresentata nella fig. 90. La linea, per cui il piano di un orbita taglia quello del moto della terra, si chiama la linea dei nodi di questa orbita.

6. Ciascun Pianeta muove intorno al Sole in una linea, che abbiamo di sopra mentovata sotto il nome di Ellipsi; (*a*) la quale insegnerò quì più particolarmente a descrivere. Aveva detto, com'ella è prodotta nel Cono; ora mosterò, come si forma in un piano. Piantate due spilli sopra un piano, come in A, e in B nella fig. 91. A questi legate una cordella A C B di qualche lunghezza; poi le applicate un terzo spillo D talmente, che la faccia star tesa; e in questa maniera portando intorno questo spillo, la sua punta descriverà un'ellipsi. Se per li punti A, B si meni la linea retta E A B, che termini nell'ellipsi ai punti E, F, questa sarà la linea più lunga di quante possono esser menate dentro della figura, e si chiama l'Asse maggior dell'ellipsi. La linea G H menata perpendicolare a quest' asse E F, sicchè passi il mezzo di esso, si chiama l'asse minore. Li due punti A, e B si chiamano li Fochi. Ora ciascun Pianeta muove intorno al Sole in una linea di questa sorte, talmente, che il Sole si trovi in uno dei Fochi, essendo A per esempio il luogo del Sole: E sarà il punto, dove il Pianeta si accosterà più appresso, che mai, al Sole, e in F ne sarà rimotissimo. Il punto E si chiama il Perielio

a *Lib.* 1 *C.* §. 822

del

del Pianeta, ed F l'Afelio. In G, e in H è nel suo mezzo, o nella mediocre distanza; perchè la distanza A G, od A H è veramente il mezzo tra A E la minima, ed A F la massima distanza. Nella fig. 92. è rappresentato, come l'asse maggiore di ciascun'orbita è situato in riguardo dell'altre. La proporzione tra la massima, e minima distanza de'Pianeti dal Sole non è la medesima in differenti Pianeti. In Saturno la proporzion della massima distanza alla minima, è alquanto meno, che la proporzione tra 9. e 8. ma più vicina a questa, che alla proporzion di 10. a 9. In Giove la proporzion' è un poco più grande, che di 11. a 10. In Marte ella eccede la proporzione di 6. a 5. Nella terra ella è incirca di 30. a 29. In Venere si accosta a quella di 70. a 69. E in Mercurio ella non decade molto dalla proporzione di 3. a 2.

7. Ciascun di questi Pianeti muove talmente nella sua ellipsi, che la linea menata dal Sole al Pianeta accompagnandolo nel suo moto, descriverà intorno al Sole eguali spazj in tempi eguali, nella maniera, che si è detto al Capo delle forze centripete. (a) Vi è ancora una certa relazione tra il maggior'asse di queste ellipsi, e li tempi, in cui fanno li Pianeti le loro rivoluzioni in esse. La qual relazione si può esprimer così. Sia dinotato il periodo di un Pianeta dalla lettera A; l'asse maggiore della sua orbita, da D; il periodo di un'altro Pianeta sia dinotato da B; e l'asse magiore dell'orbita di esso dalla lettera E. Allora se C suppongasi aver la medesima proporzione a B, che B ad A; e similmente se F abbia ad E la medesima proporzione, che E a D; e G pure si faccia aver la medesima proporzione ad F, che E a D; avrà A la medesima proporzione a C, che D a G.

A	D
B	E
C	F
	G

(a) Lib. 1. Cap. 3. § 29.

8 Li Pianeti Secondarj muovono intorno li loro Primarj rispettivi pressocchè nella stessa maniera, che questi intorno al Sole. Ma li moti de'Secondarj saranno di poi più pienamente spiegati (b); E vi è, oltre li Pianeti, un'altra sorte di corpi, che secondo tutta la probabilità muovono pure intorno al Sole; io intendo le Comete; la cui spiegazione più ampia io riserbo al luogo, in cui avrò a trattarne particolarmente.

(b) Cap. 3. del pres. Lib.

9. Oltre, e lungi da questo Sistema sono collocate le Stelle Fisse. Elleno son tutte così rimote da noi, che gli uomini sembrano incapaci di far'alcuno sforzo per estimarne la distanza. Il loro numero è eccedente. Oltre a due, o tre mille, che noi vediamo con l'occhio nudo; li Telescopj ne presentano alla nostra vista un vasto numero: e più saranno perfezionati questi stromenti, più, e più ne discopriremo. Sono questi senza dubbio globi luminosi, simili al

nostro

nostro Sole, e disposti per una vasta estensione di spazio, ciascuno de' quali è da supporre, che faccia lo stesso uffizio, che il nostro Sole, somministrando luce, e calore a certi Pianeti, che muovono intorno a loro. Ma queste conghietture non sono da proseguirsi in questo luogo.

10. Passerò dunque al dissegno particolare di questo capo, e a dimostrare, che non vi è materia sensibile, collocata nello spazio, per entro a cui muovono li Pianeti.

11. Che questi non soffrano sensibil resistenza da alcuna tale materia, è evidente, per la convenienza, che passa tra le osservazioni di differenti Astronomi di diverse età, circa il tempo, in cui si è trovato, che li Pianeti vengono a compier li loro Periodi. Ma ella era opinion di Descartes, (*a*) che li Pianeti potessero esser ritenuti nei loro corsi per mezzo di una materia fluida, la quale circolando continuamente all'intorno, trasportasse seco pur li Pianeti. Vi è un' apparenza, che sembra favorir questa opinione; ed è, che il Sole gira intorno il suo proprio asse dal lato stesso, che muovono li Pianeti. La terra pure gira intorno il suo asse dal lato stesso, che la Luna muove intorno la terra: E Giove da quella parte, che li suoi satelliti si aggirano intorno ad esso; Egli potrebbe dunque supporsi, che se tutta la Region de' Pianeti fosse riempita di una materia fluida, il Sole girando intorno al suo asse, verrebbe a comunicar moto primieramente a quella parte del fluido, che gli fosse contigua, e a propagare per gradi un simil moto alle parti più rimote. Nella stessa maniera la terra potrebbe comunicar moto a questo fluido, ad una distanza sufficiente per far girare la Luna; e Giove comunicarne un simile, sino alla distanza de' suoi satelliti. Il Sig. Cav. If. Nevvton ha esaminato in particolare ciò, che potrebbe risultar da un moto, come si è questo; (*b*) e trova, che le velocità, con cui le parti di questo fluido muoverebbero in differenti distanze dal centro del moto, non si accordino punto al moto osservato in differenti Pianeti; per esempio, che il tempo di una intera circolazione del fluido, in cui nuoterebbe Giove, avrebbe al tempo di una intera circolazione di quello, in cui è la terra, una proporzion maggiore di quello, che il Periodo di Giove abbia al Periodo della terra. Ma ei prova ancora, (*c*) che un Pianeta non può circolar in un tal fluido, in modo d'esser lungamente conservato nel suo corso, senza che il Pianeta, e il fluido contiguo siano della medesima densità, ed il Pianeta sia portato insieme con lo stesso grado di moto, che il fluido. Vi è ancora un'altra rimarca fatta su questo moto dal nostro Autore, ed è, che qualche forza vivificante dovrebb' esser necessariamente al centro di questo moto. (*d*) Il Sole in particolare, comunicando

a *Princ. Phil. Part. 2.*

b *Phil. Princ. Math. Lib. II. prop. 2. & Schol.*

c *Ibid. Prop. 53.*

d *Princ.*

moto

phil. prop. 52. coroll. 4.

moto al fluido ambiente, perderebbe egli stesso tanto di moto, che al fluido ne impartisse; senza che qualche Principio attivo risieda nel Sole, per rinovar continuamente il suo moto. Se il fluido è infinito, questa perdita graduale di moto continuerà, finchè tutto venga arrestato; (a) e se il fluido è limitato, questa perdita di moto continuerà fin'a tanto, che non verrà ad esser più veloce una rivoluzione nel Sole, che nelle parti estreme del fluido; cosicchè il tutto s'aggirerebbe insieme su l'asse del Sole, agguisa di un sol globo solido. (b)

a Ibid.

b Coroll. 11.

12. Egli è in oltre da osservarsi, che come li Pianeti non muovono in circoli perfetti, intorno al Sole, vi è una maggior distanza tra le lor' orbite in alcuni luoghi, che in alcuni altri. Per esempio, la distanza tra l'orbita di Marte, e di Venere è di una metà più vicina in una parte delle lor' orbite, che nel luogo opposto. Ora il fluido, in cui è nuotante la terra muoverebbe men rapido, quando fosse maggior l' intervallo tra le orbite contigue; e per l'opposto, quando lo spazio si ristringesse, la terra muoverebbe meno lentamente, che quando quello è più largo (c)

a Ved. ib. Schol. post prop. 53.

13. Dippiù, se il nostro globo della terra nuotasse in un fluido di una densità eguale alla terra stessa, o sia in un fluido più denso dell'acqua; tutti li corpi quì posti in moto su la superfizie della terra, dovrebbero sperimentarne una gran resistenza; laddove, per gli sperimenti del Sig. Cav. If. Nevvton, menzionati nel capo precedente, li corpi, che cadono perpendicolarmente, scendendo per l'aria, non provano incirca che $\frac{1}{860}$ parte di quella resistenza, che soffrirebbero cadendo in somigliante guisa per l'acqua.

14. Il Sig. Cav. If. Nevvton fa ancora un'altra applicazione di queste sperienze, ed esamina con esse la quistion generale, che concerne il pieno assoluto dello spazio. Secondo Aristotile, tutti gli spazj sarebbero pieni, senza che vi si desse la menoma vacuità. Descartes abbracciò la stessa opinione, e suppose perciò una sottil materia fluida, che penetrasse tutti li corpi, e riempisse perfettamente li loro pori Li Filosofi Atomisti, che suppongono tutti li corpi fluidi, e solidi esser composti di minutissimi, ma solidi atomi, asseriscono, che nissun fluido, per quanto siano sottili le particelle, o gli atomi, che lo compongono, può fare giammai un pieno assoluto, perchè è impossibile, che alcun corpo possa passar per un fluido, senza metter le sue particole in qualche moto, separandole almeno in parte l'une dalle altre, e così cagionando continuamente de' piccioli moti; con che si sforzano gli Atomisti di provare, che un vacuo, o qualche spazio esente d'ogni materia, sia assolutamente necessario in natura. Contro lo spazio ripieno di una tal sostanza

fluida

fluida, il Sig. Cav. If. Nevvton oppone, che tutti li corpi in moto dovrebbero incontrar'una resistenza senza misura in un fluido così denso, da riempier' assolutamente tutto lo spazio, per cui egli è sparso. Nè si creda di sfuggir questa obbiezione, attribuendo a questo fluido particelle così minute, e liscie, da poter rimuover fra di loro ogni coerenza, o strofinamento; con che venisse a perdersi tutta la resistenza, che altrimenti cotesto fluido apporterebbe a' corpi, che sono in moto; imperciocchè prova il Sig. Cav If. Nevvton, nella maniera di sopra riferita, che li fluidi resistono per una Potenza d' inattività delle loro particole; e che l'acqua, e l'aria resistono quasi del tutto per questa ragione : cosicchè questo sottil fluido, per quanto minute, e lubriche ne siano le parti, se tutto fosse così denso, che l'acqua, resisterebbe prossimamente, come fa l'acqua; e come quello, le cui parti fossero assolutamente unite insieme senza alcuno spazio di mezzo, dovrebb'essere di gran lunga più denso, che l' acqua; resisterebbe più che l' acqua, in proporzione della sua maggior densità; se non si volesse supporre, che la materia, di cui questo fluido è composto, non sia dotata dello stesso grado d' inattività, ch'è nell'altra materia. Ma se voi spogliate una sostanza di una proprietà così universale, e spettante a tutto il resto della materia, appena senza improprietà di parlare si potrebbe quella chiamar con lo stesso nome.

15. Il Sig. Cav. If. Nevvton fa ancora uno sperimento, per provare, se le parti interne de' corpi soffrano qualche resistenza. E il risultato sembra invero in favore di qualche piccolo grado di resistenza; ma così poco considerabile, che lascia incerto, se l'effetto provenga da qualche altra occulta cagione. (*a*)

a Princ. Phil. p. 316.317.

CAPITOLO II.

Concernente la Causa, che trattiene in moto li Pianeti Primarj.

POichè li Pianeti muovono per uno spazio vuoto, e in cui non ritrovano resistenza; essi muoverebbero per una linea retta senza fine, come tutti li corpi, che si son posti una volta in moto, se fossero lasciati a loro stessi. Ora è dunque da spiegare, che sorte di azione sopra di loro, li porti attorno del Sole. Tratterò quì de' Pianeti Primarj solamente, e discorrerò de' secondarj apparte nel Capitolo appresso. E' stato quì innanzi dichiarato, che questi Pianeti Primarj muovono attorno il Sole talmente, che una linea stesa dal Sole al Pianeta, nell'accompagnarlo col suo moto, passerebbe per ispazj eguali in porzioni eguali di tempo (*b*) E questa sola

b Cap. I. §. 7.

proprietà nel moto de' Pianeti prova, che sono continuamente soggetti all'azione di una Potenza, diretta costantemente verso del Sole, come al centro. Una tal proprietà per tanto della Causa, che trattiene li Pianeti ne' loro corsi è una Potenza Centripeta, il cui centro è il Sole.

2. Dippiù nel Capo su le forze Centripete (*a*) è stato osservato, che se l'azione di una Potenza Centripeta, fosse susseguentemente applicata in tutti li punti al moto di un corpo, intorno d'un centro, il corpo verrebbe portato in qualche linea curva, qualunque si fosse, la cui concavità riguarderebbe, a prenderla ovunque, il centro della forza. E' stato pure rimarcato, che la intensione della Forza Centripeta, in ciascun luogo, devesi didurre dalla natura di quella linea, in cui muove il corpo. (*b*) Ora poichè ciascun Pianeta si muove in una Ellipsi, ed il Sole è collocato in un de' suoi fochi; il Signor Cav. Isacco Nevvton quindi conchiude, che la forza di questa Potenza è reciprocamente in proporzion duplicata della distanza del Sole. Questo si ricava dalle proprietà, che li Geometri hanno discoperte nell' Ellipsi. Il progresso di tutto il Raziocinio non è proprio per esser quì esteso; proccurerò solo di spiegare quello s'intende per proporzion reciproca duplicata. Ciascun di questi termini, proporzion reciproca, e proporzion duplicata è stato già definito. (*c*) Il lor significato, quando sono così uniti, è come segue. Supponete un Pianeta mosso nell' orbita A B C (fig. 93.) intorno il Sole in S. Quando si dice, che la Potenza Centripeta, che agisce su 'l Pianeta in A, ha quella proporzione alla Potenza, che su B agisce, ch'è la reciproca della proporzion duplicata della distanza S A alla distanza S B; s'intende, che la Potenza in A abbia alla potenza in B la duplicata di quella proporzione, che ha la distanza S B alla distanza S A. La proporzion reciproca duplicata si può ancora spiegar co' numeri, come segue. Supponete varie distanze aver l'una all'altra proporzioni espresse dai numeri 1., 2., 3., 4., 5.; val'a dire, che la seconda distanza sia doppia della prima, la terza tre volte, la quarta quattro, e la quinta cinque volte così grande, che la prima. Moltiplicate ciascuno di questi numeri per sè stesso, ed 1. moltiplicato per 1. produrrà pur' 1., 2. moltiplicato per 2. produrrà 4., 3. per 3. sarà 9., 4. per 4. sarà 16., 5. per 5. darà 25. Ciò fatto, le frazioni $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{25}$, esprimeranno rispettivamente la proporzione, che la Potenza Centripeta in ciascuna delle seguenti distanze ha alla stessa nella prima distanza: imperciocchè alla seconda distanza, ch'è doppia della prima, la Potenza Centripeta sarà una quarta parte solamente della Potenza alla prima distanza; alla terza la Potenza sarà solamente una nona parte della prima; alla quarta una sedicesima; ed alla quinta una ventesima quinta parte della stessa prima Potenza.

a Lib. 1. cap. 3.

b Lib. 1. c. 3. §. 29.

c Ib. c. 2. §. 30. 17.

3. Così trovasi la proporzione, in cui questa Potenza Centripeta va scemando, secondo, che la distanza dal Sole si aumenta, nella

circon.

circonferenza del moto di un Pianeta. Come addivenga, che il Pianeta sia portato intorno al Sole da questa Potenza centripeta con un perpetuo girare, innalzandosi talvolta dal Sole, poi scendendo altrettanto basso, e quindi sia portato di nuovo così in alto, che per lo innanzi, ascendendo alternativamente, e discendendo senza fine, apparirà da quello, che si è scritto di sopra concernente le forze centripete; imperciocchè l'orbite de' Pianeti rassomigliano nella figura la linea curva, proposta nel § 17. del Capo su queste forze (*a*)

a *Lib.* 1. *Cap.* 3.

4. Ma in oltre per sapere, se questa forza centripeta si estenda ovunque con la medesima proporzione, e in conseguenza se tutti li Pianeti sono capaci d'influsso mercè questa Potenza, il nostro Autore procede così. Cerca qual relazione vi debba essere tra li Periodi di differenti Pianeti, purchè essi vengano portati in giro da una stessa Potenza, che decresca in tutti con la porporzion mentovata; e trova, che il Periodo di ciascuno in questo caso avrebbe la medesima relazione all'asse maggiore della sua orbita, che abbiamo di sopra dichiarato (*b*. E ciò mette fuori di dubbio, che differenti Pianeti son portati verso il Sole, nella medesima proporzione alle loro distanze, che lo è ciascuno nelle sue proprie. E quindi in ultimo luogo giustamente si conchiude, che vi è una tal Potenza, che opra intorno il Sole, nella predetta proporzione, in tutte le distanze da esso.

b *Cap.* 1. §. 7.

5. Questa Potenza, quando si rapporta ai Pianeti, il nostro Autore la chiama centripeta, e quando al Sole, Attrattiva; le ha dato pure il nome di Gravità, perchè l'ha trovata della medesima natura, che la Potenza di Gravità, che osservasi su la nostra terra, come apparirà dopo (*c*). Con tutti questi nomi egli pretende di significar solamente una Potenza, vestita della proprietà, che ora dicemmo; ma in nissun modo ha inteso di rapportar questi nomi alla causa di un tal'effetto. In un luogo particolare, dove usa la parola di Attrazione, ci avverte espressamente, ch'ella non importa altra cosa, che una Potenza dirigente un corpo verso un centro, senza alcun rapporto alla cagione di questo, risieda ella nel centro, o provvenga da qualche impulso esterno. (*d*)

c *Cap.* 5. §. 8.

d *Princ. pag.* 60.

6. Ma in queste dimostrazioni si sono trascurate certe minute ineguaglianze nel moto de' Pianeti; il che non si è fatto senza avvertenza; perocchè qualunque ne sia le cagione, l'effetto è molto poco considerabile, esendo di una piccolezza così eccedente, che alcuni Astronomi hanno giudicato proprio di sorpasarlo affatto (*e*) Sebbene l'eccellenza di questa Filosofia è tale, che maneggiata da un sì grande Geometra, ch'è il nostro Autore, basterebbe a rintracciar le ultime variazioni delle cose nelle loro cagioni. Le ineguaglianze, che si sono osservate comuni a tutti li Pianeti, non sono, che il moto degli Afelj, e dei Nodi. L'asse transversale di ciascun'orbita non riman sempre fisso,

e *Street in Astron. Carolin.*

O 2 ma

ma muove intorno al Sole con un moto progressivo assai lento; nè li Pianeti persistono costantemente negli stessi Piani, ma si cangiano questi, e le linee, secondo cui li medesimi si tagliano fra di loro scambievolmente, e ciò per certi gradi insensibili. La prima di queste ineguaglianze, ch'è il moto degli Afelj, potrebbe spiegarsi, supponendo, che la gravitazion dei Pianeti inverso al Sole, sia un poco differente dalla proporzion reciproca duplicata quì innanzi esposta; ma la seconda, ch'è il moto de' Nodi, non si può spiegare, con alcuna forza, diretta incontro al Sole; perocchè una tale non dà al Pianeta alcun'impulso laterale, per portarlo dal Piano del suo moto in un'altro, ma per necessità dee venire da qualche altro centro. Resta dunque da discoprire, ove questa Potenza abbia a porsi. Si prova, come nel seguente Capo lo spiegheremo, che li tre Pianeti Primarj, Saturno, Giove, e la Terra, che hanno Satelliti raggirati attorno di loro, sono dotati della Potenza di far, che i corpi, in particolare questi Satelliti, gravitino incontro a loro con una forza, ch'è reciprocamente in proporzion duplicata delle loro distanze; e li Pianeti, per tutti que'riguardi, onde cadono sotto il nostro esame, sono così somiglianti, e dello stesso ordine, che non rimane da porre in quistione, se abbiano tutti la medesima proprietà. Quantunque sia sufficiente per il presente nostro disegno averla provata solamente in Giove, ed in Saturno; perocchè questi Pianeti contengono una quantità di materia, assai più grande, che gli altri, e proporzionalmente li superano nella Potenza. (a) ma una volta riconosciuto l'influsso di questi due Pianeti, egli è evidente, come vengano li Pianeti a cangiar di continuo li loro Piani; imperciocchè movendo ciascuno in un Piano differente, l'azion di Giove, e di Saturno su gli altri, sarà obbliqua al Piano de'loro moti, e perciò li porterà in altri nuovi successivamente, e per gradi. La medesima azione di questi due Pianeti su'l resto cagionerà similmente un moto progressivo dell' Afelio; talchè non vi sarà necessario di ricorrer'all'altra causa per questo moto, che prima era caduta in pensiero; ch'era la Gravitazion de' Pianeti verso il Sole, differente da una precisa proporzion reciproca duplicata delle Distanze. E in ultimo luogo l'azione scambievole di Giove, e di Saturno fra di loro, produrrà ne' loro moti le medesime ineguaglianze, che le loro azioni congiunte producono nel rimanente. Tutto ciò si fà nel modo stesso, in cui dal Sole si producono questa sorte d'ineguaglianze, e più altre, nel moto della Luna, e degli altri Pianeti Secondarj: e perciò si comprenderà meglio da quello dirassi nel Capo in appresso seguente. Le altre irregolarità nel moto de' Pianeti Secondarj trovano quì similmente luogo; ma sono troppo minute, per esser'osservabili; perocchè sono prodotte, e rettificate alternativamente, per la maggior parte nel tempo di ciascuna Rivoluzione.

a Ved. Cap. 5. §. 9. &c.

ne; laddove il moto degli Afelj, e dei Nodi, che cresce di continuo, in una lunga serie d'anni diviene sensibile. Nondimeno alcune di queste irregolarità si possono discerner' in Giove, e in Saturno, ma principalmente in Saturno; imperocchè quando Giove, che va più presto di Saturno, si approssima a congiunzione con esso, la sua azione sopra Saturno, ritarderà alquanto il moto di questo Pianeta, e per l'azion reciproca di Saturno, resterà egli medesimo accelerato. Dopo la Congiunzione, Giove accelererà ancora Saturno, e sarà pure ritardato dallo stesso grado, ond'era innanzi ritardato, e di nuovo accelerato. Qualsivogliano altre ineguaglianze siano prodotte nel moto di Saturno dall'azion di Giove su questo Pianeta, saranno bastantemente rettificate, collo stabilire il Foco dell' ellipsi di Saturno, che altrimenti sarebbe nel Sole, nel comun centro di Gravità del Sole, e di Giove. E tutte le ineguaglianze nel moto di Giove, cagionate dall' azion di Saturno sopra di esso sono molto meno considerabili, che le irregolarità nel moto di Saturno. (*a*)

7. Questo solo Principio dunque che abbiano il Pianeti un potere non meno, che il Sole, di far gravitare li corpi incontra a loro, che di fatto si prova, che lo abbiano, col moto de' Pianeti secondarj, spiega tutte le irregolarità, relativamente ai Pianeti, osservate fin'ora dagli Astronomi.

a *Ved. Nevvt. Princ. Lib. 3. Prop. 13*

8. Il Sig. Cav. If. Nevvton dopo di questo passa a far' un miglioramento in Astronomia, con l'applicar questa Teoria ad una ulterior correzione de' loro moti. Imperciocchè come abbiamo quì osservato, che li Pianeti possedono un Principio di gravitazione, non meno, che il Sole; così spiegheremo più lungamente di poi, come la terza legge del moto, che fa l'azione, e la riazione eguali, si applichi a questo caso; (*b*) e come il Sole non solamente attrae ciascun Pianeta, ma viene attratto egli stesso da loro, la forza, con cui il Sole si adopera sopra il Pianeta, avendo alla forza, che riagisce nello stesso tempo incontro al Sole, la proporzione, che la Quantità di materia nel Sole può aver'alla quantità di materia nel Pianeta. Da quest'azione scambievole tra il Sole, e il Pianeta, il Sig. Cav. If. Nevvton prova, che il Sole, ed il Pianeta descriveranno intorno il lor comun centro di gravità delle simil ellipsi; e che l'asse transversale dell' ellipsi così descritta intorno del Sole mobile, avrà all'asse transversale dell' ellipsi, che si descriverebbe intorno al Sole in quiete nello stesso tempo, quella medesima proporzione, che le quantità di materia solida nel Sole, e nel Pianeta insieme hanno alla prima delle due medie proporzionali tra questa quantità, e la quantità di materia, ch' è solamente nel Sole. (*c*)

b *Cap. 5. §. 10.*

c *Princ. Lib. 1. prop. 60.*

9. Di sopra, ove dimostrava, come si trova un Cubo, che abbia una certa proporzione ad un'altro Cubo (*d*) le linee F T, e T S sono due

d *Lib. 1.*

Cap. 2. §. 80. due medie proporzionali tra EF, ed FG; e contando da EF, FT si chiama la prima, ed FS la seconda di queste medie. In numeri tali medie proporzionali si ritrovano così. Supposti A, e B due numeri, e che si proponga da trovar C prima, e D seconda di queste due medie proporzionali tra di loro;

A C
B D

Primieramente moltiplico A per sè stesso, ed il prodotto per B; C sarà il numero, che in Aritmetica chiamasi la Radice Cubica di quest'ultimo Prodotto; val'a dire, essendo il num. C moltiplicato per sè stesso, e questo prodotto di nuovo moltiplicato per lo stesso numero C, darà il prodotto quì mentovato. Nella stessa maniera D è la radice Cubica del prodotto di B moltiplicato per sè stesso, e di questo moltiplicato ancora per A.

10. Si dimanderà forse, come questa correzione può esser'ammessa, quando innanzi si era trovata la Causa del moto de' Pianeti, col supporre, che il Sole sia centro della Potenza, che agisce sopra di loro; imperciocchè secondo la presente correzione sembra, che questa Potenza sia diretta piuttosto verso il lor comun centro di gravità. Ma come prima si conchiudeva, che il Sole fosse il centro, a cui era diretta la Potenza, che agisce su li Pianeti; perchè gli spazj descritti intorno al Sole in tempi eguali erano eguali; così prova il Sig. Cav. If. Nevvton, che se il Sole, e li Pianeti muovano intorno al lor comun centro di gravità, nondimeno ad un'occhio posto nel Pianeta, gli spazj, che apparisc ono descritti intorno al Sole, avranno la medema relazione a' tempi della lor descrizione, che vi avrebbero gli spazj reali, se fosse il Sole in quiete. (*a*) Io diceva in oltre, che supponendosi li Pianeti muover'intorno al Sole in quiete, e venir' attratti da una Potenza, che ovunque agisse con gradi di forza in una proporzion reciproca duplicata delle distanze; li Periodi de' Pianeti devono osservar la medesima relazione, che hanno trovata gli Astronomi, alle sue distanze. Ma quì non si suppone, che le osservazioni degli Astronomi assolutamente convengano con le ultime differenze; e la presente correzione non cagiona alcun disviamento dalle osservazioni degli Astronomi, quanto son'elleno differenti fra di loro. Imperciocchè in Giove, in cui questa correzione è massima, appena ella monta alla 3000. ma parte dell'asse intero.

a Princ. Phil. Lib. 1. prop. 58. 58. corol. 3.

11. Non trovo fuor di proposito in questa occasione far menzion d'una riflessione, che ha fatta il nostro Eccellente Autore, sopra queste piccole inegualità dei moti de' Pianeti, che contiene in sè un forte argomento Filosofico contro l'eternità del Mondo. Ella è questa, che coteste inegualità devono crescer continuamente per lenti gradi, fino a tanto, che infine la presente forma di natura si renda inetta ai propositi, a cui ora serve. (*b*) Nè può desiderarsi una più convincente prova contro l'eternità della presente costituzione di cose, che questa,

b Nevv. Optic. p. 378.

sta, che un certo periodo d'anni la dee portar'a un fine.. So, che questo pensiero del nostro Autore è stato rappresentato fino come empio, e non meno, che una riflession tendente al disprezzo della saggezza dell'autore del mondo, col farlo caduco. Ma io credo, che una decision così fiera doveva farsi con una singolar cautela. Imperciocchè se la rimarca sopra le irregolarità de' moti celesti sia vera infatti, come realmente lo è, la imputazione tornerebbe sopra coloro, che asserisco-no quella esser derogatoria alla Sapienza Divina. Certamente noi non potiamo pretender di conoscere tutti li fini di un Creatore infinitamente Saggio nel far'il Mondo; nè per tanto si potrebbe prender'a determinare, quanto egli abbia disegnato di far, che duri: ed egli basta, che duri il tempo, che ha preteso il suo Autore. Il corpo d'ogni animale mostra Sapienza illimitata del suo Autore, non meno, e per qualche riguardo anche più, che l'ampia forma della Natura; e pure vediamo, che essi tutti non sono destinati a sussistere che per un piccolo spazio di tempo.

12. Non vi ha quì duopo di vantaggio di parlare de' Pianeti Primarj; saranno considerati in appresso li moti de' secondarj.

CAPITOLO. III.

Del Moto della Luna, e degli altri Pianeti Secondarj.

L'Eccellenza di questa Filosofia sufficientemente apparisce dall' estendersi, come abbiamo riferito, alle più minute circostanze dei moti de' Pianeti Primarj; ciò non ostante, questo non ha proporzione col grande successo, con cui si applica ai moti de' Secondarj. Imperciocchè ella non spiega solamente tutte le irregolarità, da cui si sapeva esser disturbati li loro moti; ma ha discoperte tali altre complicazioni, che giammai gli Astronomi furono abili a distinguerle, e ridurle sotto a' suoi proprj Capi. Ma si dovevano poi queste didurre dalle lor Cause, che questa Filosofia ha poste in luce, e ne ha da quelle dimostrata talmente la dipendenza, che non solo ne restiamo istruiti in generale, ma potiamo ancora calcolarne li gradi. Il Sig. Cav. If. Nevvton ne ha dati parecchj Saggj, ed ha ancora trovato il metodo di ridurre il moto della Luna così compitamente a regola, che ha formata una Teorìa, con la quale si può in ogni tempo computar'il luogo di questo Pianeta, assai prossimamente; o con tutta quanta l'esattezza si fa de' luoghi degli stessi Pianeti Primarj; il ch'è molto al di là di quanto hanno mai fatto li più grandi Astronomi.

2. La prima cosa dimostrata di questi Pianeti Secondarj si è, che son'eglino portati verso il lor Primario rispettivo, nella stessa maniera, che gli Primarj sono attratti dal Sole: che ciascun Pianeta Secon-

dario

dario è trattenuto nella sua orbita da una Potenza diretta verso il centro del Pianeta Primario, intorno a cui il Secondario si aggira; e che la Potenza, di cui ricevono l'influsso li Secondarj di uno stesso Primario, ha la medesima relazione alla distanza da esso Primario, che la Potenza, onde li Pianeti Primarj sono guidati, ha in riguardo alla distanza loro dal Sole. (a) Ciò si prova ne' Satelliti di Giove, e di Saturno, perchè si muovono in circoli, quanto noi potiamo osservare, ciascuno intorno li suoi Principali, con un corso eguale, ed uniforme, essendo questi il centro di ciascuna delle orbite, di quelli, e comparando li tempi, in cui fanno li suoi periodi differenti Satelliti di uno stesso Primario, si trova, che conservano la medesima relazione alle distanze de' suoi Primarj, che questi alle mediocri distanze loro dal Sole (b). Ora questi corpi muovendosi in circoli con un moto equabile, ciascun Satellite passerà per eguali porzioni della sua orbita in porzioni eguali di tempo; conseguentemente la linea menata dal centro dell'orbita, val'a dire, dal Pianeta Primario, al Satellite, passerà insieme con esso per ispazj eguali dentro porzioni eguali di tempo; il che prova, che la Potenza, per cui opra ciascun Satellite è trattenuta nella sua orbita, e diretta verso il Pianeta Primario, come al centro. (c) è manifesto pure, che la Potenza centripeta, che porta un corpo in un circolo ad essa con centrico, si adopera su'l corpo in tutti li tempi con la stessa forza. Ma il Sig. Cav. Is. Nevvton dimostra, che quando li corpi sono portati in differenti circoli da Potenze centripete, dirette ai centri di questi circoli, li gradi di forza in queste Potenze debbono compararsi, considerando la relazione tra li tempi, in cui li corpi percorrono li loro Periodi per questi circoli; (d) ed in particolare dimostra, che se li tempi Periodici abbiano quella relazione, che poco fa diceva aver li Satelliti di uno stesso Primario; le Potenze centripete sono reciprocamente in proporzion duplicata de' semidiametri dei circoli, o in questa proporzione alle distanze de' corpi dai centri. (e) Quindi ne segue che in Giove, e in Saturno, la Potenza centripeta di ciascuno, decresce con l'aumentar della distanza, nella proporzione stessa, che le Potenze, che si riferiscono al Sole, decrescono, con l'aumentarsi della distanza. Non pretendo quì, che questa proporzione delle Potenze centripete tenga tra la Potenza di Giove in qualche distanza, comparata con la Potenza di Saturno in qualche altra distanza, ma solamente nella mutazion delle forze di una Potenza spettante al medesimo Pianeta in differenti distanze da esso. Dippiù, quello che quì si scopre de' Pianeti Giove, e Saturno, per mezzo de' differenti Satelliti, che si aggirano intorno ognuno di loro, apparisce nella terra, col mezzo solamente della Luna; perchè trovasi, che si muove intorno alla terra in un' ellipsi, della stesa maniera, che fanno li Pianeti Primarj intorno al Sole, di alcune piccole irrego-

a Nevv. Princ. Lib. 3. prop. 1.

b Nevv. Princ. Lib. 3. pag. 390. 301. con-front. con la pag. 393

c Lib. 1. Cap. 3. §. 29.

d Princ. Phil. Lib. 1. prop. 4.

e Ibid. Coroll.

regolarità in fuori osservate nel suo moto, la causa delle quali sarà in particolare spiegata in ciò, che segue; dal che apparirà, che non si debbono far valere per una obbiezione contro la supposizion, che la terra si adoperi su la Luna nella stessa guisa, che fa il Sole su li Pianeti Primarj, ch'è dire, come gli altri Primarj Giove, e Saturno su' loro Satelliti. Certamente, poichè queste irregolarità possono altronde spiegarsi, non ci dobbiamo dipartir dalla regola d'induzione, così necessaria in Filosofia, che a'corpi simili si debbono attribuir simili proprietà, quando niuna ragione apparisce in contrario. Non potiamo dunque se non ascrivere alla terra una sorte stessa di azione sopra la Luna, che hanno gli altri Pianeti Primarj Giove, e Saturno sopra li loro Satelliti; che si conosce esser esattamente nella proporzione assegnata col metodo di comparar li tempi Periodici, e le distanze di tutti li Satelliti, che muovono intorno lo stesso Pianeta; con ciò restando compensata abbondantemente la insufficienza, in cui siamo di osservar l'esatta figura delle lor'orbite. Imperciocchè se un piccolo disviamento dell'orbita Lunare da una vera permanente ellipsi provenisse dall' azion della terra sopra la Luna, che non fosse in un'esatta reciproca duplicata proporzione della distanza, ed un' altra Luna si aggirasse intorno la terra, la proporzione tra li tempi Periodici di questa nuova Luna, e della presente, discoprirebbe molto più manifestamente l' aberrazione dalla mentovata Proporzione.

3. Col numero de' satelliti, che si muovono intorno a Giove, e Saturno, si misura la Potenza di ciascuno di questi Pianeti in una gran diversità di distanza; imperciòcchè la distanza del più rimoto, od estremo satellite in ciascuno di questi Pianeti eccede parecchie volte la distanza del più interno. In Giove hanno più comunemente gli Astronomi collocato l' interior satellite ad una distanza dal centro di questo Pianeta, eguale a $5\frac{2}{3}$ semidiametri del corpo di Giove, e questo satellite compie la sua rivoluzione in giorni 1. ed ore 18.$\frac{1}{2}$ incirca. Il satellite prossimo, che rivolgesi intorno a Giove in 3. giorni, ed ore 13.$\frac{1}{5}$ in circa, lo pongono ad una distanza di circa 9. de' sudetti semidiametri dal centro di Giove. Al terzo Satellite, che compie il suo periodo in 7. giorni, ed ore $3\frac{2}{3}$ prossimamente, assegnano una distanza di $14\frac{2}{5}$ semid. incirca. Ma l'estremo Satellite lo rimuovono a $25\frac{1}{3}$ semid. e questo fa il suo corso nel tempo incirca di 16. giorni, $16\frac{1}{2}$ ore. (*a*) In Saturno vi è ancora una più grande diversità nella distanza di varj Satelliti. Per le osservazioni del Cassini il giovine, celebre Astronomo in Francia, che il primo discoprj tutti questi Satelliti, salvo uno, che era noto per l'innanzi, il più interno è distante $4\frac{1}{2}$ semid. incirca di Saturno dal suo centro, e si raggira intorno ad esso in giorni 1. ore $21\frac{1}{3}$ incirca. Il prossimo Satellite è lontano circa $5\frac{3}{4}$ semid. e fa il suo periodo in 2. giorni, ore $17\frac{2}{3}$ incirca. Il terzo è alla distanza di 8. semid. incirca, e

(a) *Nevv. Princ. Phil. Lib. III. p. 390.*

P fa

fa la sua Rivoluzione nel tempo prossimamente di 4. giorni, ore 12. $\frac{1}{2}$. Il quarto Satellite, che fu discoperto la prima volta dal grande *Huygens*, è in una distanza prossima a $18\frac{2}{3}$ semid. e si muove intorno a Saturno in 15. giorni, $22\frac{2}{3}$ ore incirca. Il più rimoto è distante 56. semid. e fa la sua rivoluzione in 79. giorni, e $7\frac{4}{7}$ ore incirca (*a*). Oltre questi Satelliti appartiene a Saturno un'altro corpo di una sorte singolare. Questo si è un'anello rilucente, largo, e piatto, che cinge all'intorno il Pianeta. Il diametro del suo giro più rimoto supera il doppio del diametro di Saturno. *Huygens*, che fu il primo a descrivere quest'Annello, fa, che tutto il suo diametro abbia a quel di Saturno la proporzione di 9. a 4. Il fu R. Sig. Pound fa questa proporzione un poco più grande, che quella di 7. a 3. Le distanze dei Satelliti di questo Pianeta vengono comparate dal Cassini col diametro dell' Anello. Li suoi numeri gli ho ridotti a quelli di sopra, secondo la proporzione di Mr. Pound tra li diametri di Saturno, e del suo Anello. Come apparisce, che quest' Anello non sia ovunque attaccato a Saturno, così la distanza di Saturno dal termine interior dell' Anello sembra maggiore della larghezza dell'Anello. Le distanze, che quì abbiam date de' parecchj Satelliti di Giove, e di Saturno, si possono concepir piuttosto sulla relazione alla proporzione, che quelli appartenenti ad uno stesso Pianeta Primario hanno fra di loro, che per rapporto ai numeri stessi, che quì innanzi si sono esposti, per ragione della difficoltà, che vi ha in misurare con la maggior' esattezza li diametri de'Pianeti Primarj; come si spiegherà dipoi, quando verremo a trattare de' Telescopj: (*b*) Secondo le osservazioni del sopraccitato Mr. Pound, in Giove la distanza del Satellite interiore dovrebb'esser piuttosto di 6. semid. incirca, del secondo $9\frac{1}{2}$, del terzo 15. e del più rimoto $26\frac{1}{3}$. (*c*) e in Saturno la distanza del Satellite, che gli è più vicino, 4. semid., del secondo $6\frac{1}{4}$, del terzo $8\frac{1}{4}$, del quarto $20\frac{1}{3}$. E del quinto 59. (*d*) Comunque sia, la sola cosa necessaria per il punto, ch'è nelle mani, è la proporzione tra le distanze de' Satelliti di uno stesso Pianeta Primario.

a *Ibid. p.* 391. 392.

b *Lib. III. cap.* 4.

c *Nevv. Princ. phil. Lib. III. pag.* 391

d *Ibid. pag.* 392.

4. Ma oltre ciò la forza, con cui la terra opra in differenti distanze, vien confermata dalla seguente considerazione, ancora più espressamente, che dal precedente ragionamento analogico. Egli apparirà, che se la Potenza della terra, con cui questa ritiene la Luna nella sua orbita, si supponga agire in tutte le distanze tra la terra, e la Luna, seguendo la regola mentovata; questa Potenza sarà valevole a produrre su'corpi, vicino alla superfizie della terra, gli effetti tutti, che si attribuiscono al Principio di gravità. Ciò trovasi col seguente metodo: A (nella fig. 94.) rappresenti la terra, B la Luna, BCD l'orbita Lunare, un po'differente da un circolo, di cui A è il centro. Se la Luna in B venisse abbandonata a sè stessa, per muover con la velocità, che

ha

ha nel punto B, laſcerebbe l'orbita, e correrebbe dritta dritta per la Linea B E, che tocca l'orbita in B. Supponete, che la Luna muova in queſta maniera da B in E nello ſpazio di un minuto di tempo. Per l'azion della terra ſu la Luna, onde queſta vien ritenuta nella ſua orbita, la Luna realmente ſi troverà al fine di queſto minuto nel Punto F, d'onde menando una linea retta ad A, verrà lo ſpazio B A F nel circolo, eguale allo ſpazio triangolare B E A; talchè la Luna nel tempo, che muoveſſe da B in E, laſciata a sè ſteſſa, riceverebbe un' impulſo verſo la terra da E in F. E quando il tempo, in cui la Luna paſſa da B in F, è così piccolo, come quì un ſolo minuto, la diſtanza tra E, ed F appena è differente dallo ſpazio, per cui la Luna diſcenderebbe nel tempo ſteſſo, ſe cadeſſe direttamente da B verſo A, ſenz'altro moto. A B diſtanza della terra, e della Luna è incirca 60. ſemid. della Terra, e la Luna compie la ſua rivoluzione intorno la terra, in 27. giorni, 7. ore, e 43. minuti incirca: ſi troverà dunque con un computo, che lo ſpazio E F ſarà quì incirca $16\frac{1}{8}$ piedi. Conſeguentemente, ſe la Potenza, onde la Luna vien ritenuta nella ſua orbita, è maggiore, vicino alla ſuperfizie della terra, che alla diſtanza della Luna, in proporzion duplicata di queſta diſtanza; il numero de' piedi, per cui un corpo diſcenderebbe, vicino alla ſuperfizie della terra, per l'azione di queſta Potenza ſopra di lui, in un minuto di tempo, ſarebbe eguale a $16\frac{1}{8}$ moltiplicati due volte per lo numero 60. che ſarebbe 58050 Si può trovare col Pendolo, con quale velocità cadano li corpi, vicino alla ſuperfizie della terra: (*a*) e con le più eſatte ſperienze ſe trova, che per lo ſpazio di $16\frac{1}{8}$ piedi diſcendono in un ſecondo di tempo; e gli ſpazj ſcorſi da' corpi cadenti eſſendo in proporzion duplicata de' tempi del lor cadere, (*b*) il numero de' piedi, che un corpo deſcriverebbe nel ſuo cadere, vicino alla ſuperfizie della terra, in un minuto di tempo, ſarà eguale e $16\frac{1}{8}$ moltiplicati due volte per 60. ch' è lo ſteſſo, che quanto ſarebbe la Potenza, che agiſce ſopra la Luna.

a *Ved. Lib.* 1. *Cap.* 2. §. 60. 64.
b *Ibid.* §. 17.

5. Si ſuppone in queſto computo, che la terra ſia in quiete, laddove ſarebbe ſtato più eſatto, ſupponendola in moto, con la Luna, intorno il lor comun centro di gravità; come s'intenderà facilmente per quello ſi è detto nel Capo innanzi, ove ſi è provato, che il Sole è ſoggetto ad un ſimil moto intorno il ſuo comun centro di gravità, e de' Pianeti. L'azione pure del Sole ſu la Luna, che ſpiegaſi in quel, che ſegue è ſtata quì traſcurata; e il Sig. Cav. Iſ. Nevvton dimoſtra, che facendoſi tutte due queſte conſiderazioni, il preſente computo converrà meglio con una diſtanza alquanto maggiore tra la terra, e la Luna, ch'è quella di $60\frac{1}{2}$ ſemid. della terra, la qual diſtanza è più conforme alle oſſervazioni Aſtronomiche.

6. Queſto computo ſomminiſtra una prova in aggiunta, che l'azion

della terra conserva la medesima proporzione, che quì si pretende. Innanzi io diceva, ch'era ragionevole il conchiuder così per induzione dai Pianeti Giove, e Saturno; perocchè essi oprano in questa maniera. Ma ora la stessa cosa sarà evidente col non cavar'altra conseguenza da ciò, che si vede in questi Pianeti, se non che la Potenza, per cui li Pianeti primarj agiscono sopra li secondarj, si estende per tutto l' intervallo di mezzo, sicchè ella operi in ciascuna parte dello spazio frapposto. In Giove, e Saturno questa Potenza è sì lontana dall'esser confinata ad una piccola estension di distanza, che non solo giunge a' varj satelliti in differenti distanze, ma ancora da un Pianeta all'altro, anzi per tutto il sistema Planetario. (*a*) Conseguentemente non vi è apparenza di ragione, per cui questa Potenza non operi a tutte le distanze, nelle superfizie di questi Pianeti, e più lungi. Ma quindi ne segue, che là Potenza, che ritiene la Luna nella sua orbita, è la medesima, che quella fa gravitar li corpi, vicino alla superfizie della terra. Imperciocchè, se la Potenza per cui la terra agisce su la Luna, fa discender li corpi vicino alla superfizie della terra, con quella velocità, che si trovano avere di fatto; è certo, che oltre questa, non agisce sopra di loro alcun' altra Potenza, perchè se ciò fosse, dovrebbero per necessità discender più presto. Ora da tutto questo si trova in fine evidente, che la Potenza nella terra, cui chiamiamo gravità, estendesi sopra la Luna, e diminuisce in proporzion duplicata dell' aumentarsi la distanza della terra.

a *Ved. C. 2. §. 6.*

7. Ciò pon fine alle discoperte, fatte nell' azione de' Pianeti primarj su li lor secondarj. La cosa da dimostrarsi in appresso si è, che il Sole opra similmente sopra di loro. A questo proposito è da osservare, che se il moto di un satellite, per cui egli muovesse intorno al suo primario in quiete, fosse aggiunto al moto stesso, che ha il primario, in riguardo sì alla direzione, che alla velocità, egli descriverebbe intorno al primario la medesima orbita, e con egual regolarità, che se il primario fosse realmente in quiete. La cagione di questo si è quella legge di moto, che fa, che un corpo vicino alla superfizie della terra, quando cade, discenda perpendicolarmente, sebben la terra sia in un moto così veloce, che se il corpo cadente non ne partecipasse, la sua discesa sarebbe notabilmente obbliqua; e che un corpo lanciato descriva nella maniera più regolare la stessa parabola, o sia lanciato nella direzione, in cui muove la terra, o nella direzione opposta, quando la forza lanciatrice sia la medesima. (*b*) Da questo noi apprendiamo, che se un satellite mosso intorno al suo primario con una perfetta regolarità, oltre questo moto partecipasse di tutto il moto del suo primario; avrebbe la medesima velocità progressiva, con cui il primario vien portato intorno al Sole; e verrebbe spinto con la medesima velocità, che il primario, incontro al Sole, in una direzion parallela al suo primario. E

b *La seconda delle Leggi del moto, di sopra stabilite, nel Lib. 1. C. 1.*

Per

Per lo contrario la mancanza d'una di queste cose, in particolare dell' impulso verso del Sole, produrrà delle grand' inegualità nel moto del Pianeta secondario. L'inegualità, che verrebbero a nascere dall' absenza di quest' impulso verso il Sole, sono così grandi, che dalla regolarità, che apparisce nel moto de' Pianeti secondarj, si prova, che il Sole comunica loro con la sua azione la medesima velocità, che dà al loro primario in una stessa distanza. Imperciocchè il Sig. Cav. If. Nevv. c'insegna, che dopo un'esame ha trovato, che se qualche satellite di Giove fosse attratto dal Sole più, o meno, che Giove stesso, alla medesima distanza, l'orbita di questo satellite, invece di esser concentrica a Giove, avrebbe il suo centro ad una maggiore, o minor distanza, che il centro di Giove dal Sole, prossimamente in proporzion sudduplicata della differenza tra l'azion del Sole sopra il satellite, e Giove; e perciò se un satellite non fosse attratto dal Sole, se non per un $\frac{1}{1000}$ più, o meno, che ne sia Giove alla medesima distanza, il centro dell'orbita di questo satellite sarebbe distante dal centro di Giove, non meno, che una quinta parte della distanza dell' estremo satellite da Giove; (*a*) ch'è per lo meno tutta la distanza del satellite il più interiore. Per una simil ragione li satelliti di Saturno gravitano verso il Sole, egualmente, che Saturno, ad una stessa distanza; e la Luna così ben, che la terra.

a Nevv. Princ. Phil. Lib. III. prop. 6. Pag. 401.

8. Così è provato, che il Sole agisce su li Pianeti secondarj così bene, che fa su li primarj, in distanze eguali; ma si troverà nell' ultimo capo, che l'azione del Sole sopra li corpi è reciprocamente in proporzion duplicata della distanza; dunque li Pianeti secondarj essendo talvolta più vicini al Sole che li Primarj, e talvolta più rimoti, non ricevono sempre l' azion del Sole nel grado stesso, che il loro primario, ma quando sono più vicini al Sole, ne sono più attratti, e quando più rimoti, sono attratti meno. Quindi nascono varie inegualità nel moto de' secondarj. (*b*)

b Nevv. Princ. Phil. Lib. III. propos. 22. 23.

9. Alcune di queste inegualità avrebbero luogo, quantunque la Luna, se non venisse disturbata dal Sole, movesse in un circolo concentrico alla terra, e nel piano stesso del moto della terra; altre dipendono dalla figura ovale, e dalla situazione obbliqua dell'orbita dalla Luna. Una di quelle del primo genere si è, che la Luna muove in maniera di non descrivere spazj eguali in tempi eguali; ma è di continuo accelerata, quando ella passa da un quarto ad esser nuova, o piena, ed è per l'opposto ritardata con gradi simili, nel ritornar dalla Luna nuova, o piena al susseguente quarto. Quì non consideriamo tanto il moto assoluto, quanto l'apparente in riguardo a noi, della Luna.

10. Li principj d'Astronomia insegnano a distinguer questi due moti. S (nella fig. 95.) rappresenti il Sole, A la terra, che muove nella sua orbita B C, D E F G l'orbita lunare, il luogo della Luna H. Supponete, che la terra siasi mossa da A in I. Poichè si ha dimostrato, che

la

la Luna partecipa assolutamente del moto progressivo della Terra; e similmente, che il Sole attrae la Luna, e la terra, ambedue egualmente, quando sono alla medesima distanza da lui, o che la media azion del Sole sopra la Luna è eguale alla sua azione sopra la terra; noi dobbiamo dunque considerar la terra, come movente con l'orbita della Luna; cosicchè quando è la terra da A rimossa in I, l'orbita della Luna sarà similmente rimossa dalla sua prima situazione a quella segnata da K L M N. Ora la terra essendo in I, se la Luna si trovasse in O, cosicchè O I fosse parallela ad H A, sebbene la Luna sarebbe mossa realmente da H in O, pure ad uno spettator su la terra, non comparirebbe punto, che si fosse mossa, perchè la terra medesima muoverebbe altrettanto; onde la Luna sembrerebbe nel luogo stesso, rispetto alle Stelle fisse. Ma se la Luna si osservi in P, parrà che siasi mossa, restando misurato il suo moto apparente dall'angolo O I P. E se l'angolo P I S fosse minore, che l'angolo H A S, la Luna si sarebbe approssimata più da vicino alla sua congiunzione col Sole.

11. Per venire ora alla spiegazione della mentovata inegualità nel moto della Luna; S (nella figura 96) rappresenti il Sole, A la terra, B C D E l'orbita della Luna, C il luogo della Luna, quando è nell' ultimo quarto. Quì ella sarà prossimamente alla medesima distanza dal Sole, che la terra. In questo caso dunque saranno attratte ambedue egualmente la terra nella direzione A S, e la Luna nella direzione C S. Quindi come la terra muovendo intorno al Sole, discende continuamente verso lui, così la Luna in questa situazione deve discendere altrettanto in ogni egual porzione di tempo; e perciò la posizione della linea A C in riguardo di A S, e il cangiamento, che il moto della Luna produce nell'angolo C A S, non sarà punto alterato dal Sole.

12. Ma sì tosto, che la Luna avanza da un quarto ad esser nuova, o in congiunzione, per esempio in G, l'azion del Sole sopra di lei farà un'effetto differente. Quì l'azion del Sole su la Luna applicandosi nella direzione GH parallela ad A S, se la sua azion su la Luna fosse eguale alla sua azione su la terra, nissun cangiamento verrebbe apportato dal Sole al moto apparente della Luna intorno alla terra. Ma ricevendo la Luna un maggior' impulso in G, che la terra in A, se il Sole agisse nella direzione G H, ciò nondimeno verrebbe ad accelerare la descrizione dello spazio D A G, e farebbe diminuir l'angolo G A D più presto di quel, che farebbe altrimenti. L'azion del Sole farà quest'effetto a causa dell'obbliquità della sua direzione a quella, in cui la terra attrae la Luna. Imperciocchè la Luna in questo modo vien' attratta da due forze obblique una all'altra, una, che l'attrae da G verso A, e l'altra da G verso H; perciò la Luna dee per necessità essere spinta verso D. Dippiù, perchè il Sole non agisce nella direzione G H parallela ad S A, ma

A, ma nella direzione G S obbliqua a questa, l'azion del Sole su la Luna, contribuirà per ragione di questa obbliquità ad accelerar di vantaggio il moto della Luna, supposto, che la terra in poco tempo siasi mossa da A in I, e non sia attratta dal Sole, il punto I sarà nella linea retta C E, che tocca l'orbita della terra in A: e supposto, che la Luna siasi mossa nello stesso tempo da G in K nella sua orbita, e che abbia in oltre partecipato il moto progressivo della terra; se si mena K L parallela ad A T, ed eguale ad essa, la Luna non essendo attratta dal Sole, dovrebbe ritrovarsi in L. Ma la terra dall'azion del Sole è rimossa da I: supponiamo, che ella discenda in M, su la linea I M N parallela ad S A; e se la Luna non fosse attratta, che appunto quanto, e nella medesima direzione, in cui si suppon quì esser'attratta la terra, sicchè avesse a discender nello stesso tempo su la linea LO parallela pure ad A S, sino alla distanza di P, onde L P fosse eguale ad I M, l'angolo P M N sarebbe eguale all'angolo L I N, val'a dire, la Luna non parrebbe più avanzata, che se nè dessa nè la terra fossero sottoposte all'azione del Sole. Ma ciò è fondato su la supposizione, che l'azion del Sole su la Luna, e su la terra sia eguale; laddove la Luna essendovi più soggetta che la terra, se l'azione del Sole attraesse la Luna nella linea L O parallela ad AS, egli l'attraerebbe tanto da far L P maggiore d'I M; e con ciò l'angolo P M N resterebbe minore dell'angolo L I N. Ma in oltre, come il Sole attrae la terra in una direzione obbliqua ad I N, la terra si troverà nella sua orbita pochissimo discosta dal punto M; quando ciò non ostante, la Luna è attratta dal Sole sempre più fuori della linea L O, di quel, che la terra fuori della linea I N; dunque questa obbliquità dell'azion del Sole diminuirà maggiormente l'angolo P M N.

13. Così la Luna al punto G riceve un'impulso dal Sole, onde viene accelerato il suo moto. Ed il Sole producendo quest'effetto in ogni luogo tra il quarto, e la congiunzione, la Luna moverà da un quarto con un moto continuamente più, e più accelerato; e perciò con l'acquistar di volta in volta nuovi gradi di velocità nella sua orbita, gli spazj, che saranno descritti in tempi eguali da una linea menata dalla terra alla Luna, non saranno ovunque, e per tutto eguali, ma quei verso la congiunzione saranno maggiori, che quei verso il quarto. Ora nel passaggio della Luna dalla congiunzion D al prossimo quarto, l'azion del Sole di nuovo ritarderà la Luna, finchè al prossimo quarto in E sia le restituita la primiera velocità, che aveva in C.

14. Quando la Luna muove da E per esser piena, o in opposizione col Sole, in B, ella è di nuovo accelerata; mentre il difetto dell'azion del Sole sopra la Luna, da quel, che opra su la terra, fa quì lo stesso effetto, che era prodotto innanzi dall'eccesso di quest'azione. Considerate, che la Luna in Q muova da E verso B; se la Luna fosse quì attratta

tratta

tratta dal Sole in una direzion parallela ad A S, pure oprando questo meno, che su la terra, secondo che la terra, discende verso il Sole, la Luna di qualche grado verebbe lasciata indietro. Dunque menando Q F parallela ad S B, uno spettator su la terra vedrebbe muover la Luna, come se fosse attratta dal punto Q nella direzione Q F, in un grado di forza eguale a quella, di cui l'azione del Sole sopra la Luna vien'a mancare dalla di lui azion su la terra. Ma l'obbliquità dell'azion del Sole fa ancora quì un'effetto. Nel tempo, che la terra sarebbe mossa da A in I, senza l'influsso del Sole, mettete, che la Luna sarebbe mossa nella sua orbita da Q in R. Menando dunque R T parallela ad A I, ed eguale alla stessa, per una ragion simile a quella innanzi, la Luna col moto della sua orbita, se non fosse attratta dal Sole, dovrebbe trovarsi in T. E perciò attratta, che si supponga in una direzione parallela ad A S, sarebbe nella linea T V parallela ad A S, per esempio in V V. Ma la Luna in Q essendo più lontana dal Sole, che la terra, ella ne sarebbe anche meno attratta; val'a dire T V V sarebbe minor d'I M, e prolungandosi la linea IM verso X, l'angolo XMVV sarebbe minore dell'angolo XIT, così per l'azion del Sole il passaggio della Luna da un quarto ad esser piena sarebbe accelerato, se il Sole agisse su la terra, e su la Luna in una direzione parallela ad A S: e l'obbliquità dell'azion del Sole aumenterà sempre più una tal'accelerazione. Imperciocchè l'azion del Sole su la Luna è obbliqua alla linea S A per tutto il tempo del passaggio della Luna da Q a T, e porterà la Luna fuori della linea T V verso la terra. Quì suppongo il tempo, in cui la Luna passa da Q a T così breve, che non passi oltre la linea S A; la terra pure mancherà di un poco dalla linea I N, come si è detto innanzi. Per queste cagioni l'angolo X M V V resterà ancora di vantaggio impiccolito.

15. La Luna nel passar dall'opposizione B al prossimo quarto verrà di nuovo ritardata con gli stessi gradi, ch'era innanzi accelerata nell'arrivar'all'opposizione. Imperciocchè quell'azion del Sole, che nel passaggio della Luna dà un quarto all'opposizione, le dà uno straordinario acceleramento, e diminuisce l'angolo, che misura la sua distanza dall'Opposizione; farà, che la Luna cangi dipoi lentamente il suo luogo, e ritarderà l'aumento del medesimo angolo, nel suo passaggio dall'opposizione al quarto seguente; val'a dire, non lascierà crescer tanto quest'angolo, quanto farebbe altrimenti. E così la Luna per l'azion del Sole sopra di lei è due volte accelerata, e due volte restituita alla sua prima velocità, in ciascun giro, ch'ella fa intorno alla terra. Questa inegualità del moto della Luna intorno la terra, si chiama dagli Astronomi la sua variazione.

16. L'altro effetto del Sole sopra la Luna si è ch'ei dà all'orbita della Luna ne'Quarti un grado di maggior curvatura, di quello che riceverebbe dall'azion sola della terra: e per l'opposto nella congiunzione, e nella opposizione l'orbita non è tanto piegata.

17.

17. Quando la Luna è in congiunzione col Sole nel Punto D, il Sole attraendo la Luna più efficacemente di quello fa la terra, la Luna in questa maniera è meno spinta verso la terra, di quel, che lo sarebbe altrimenti, e così l'orbita è meno incurvata; imperciocchè la Potenza per cui la Luna è spinta, verso la terra, essendo quella, per cui torce dal moto rettilineo, minore è questa Potenza, meno ella piegherà da quel corso. All'incontro, quando la Luna sta in opposizione, in B, è più lontana dal Sole, che la terra; e per ciò ne segue, che quantunque la terra, e la Luna tutte e due discendano continuamente verso il Sole, val'a dire, siano attratte dal Sole inverso di lui fuori del luogo, in cui altrimenti si muoverebbero; pure la Luna vi discende meno velocemente, che la terra; in quanto che la Luna in ogni dato spazio di tempo dopo il suo passaggio per il punto di opposizione si approssimerà meno alla terra di quel che sarebbe altrimenti, val'a dire, la sua orbita rispetto alla terra si accosterà più alla linea retta. Infine quando la Luna è in un quarto in C, ed è egualmente lontana dal Sole, che dalla terra, osservavamo innanzi, che la terra, e la Luna discenderebbero con egual passo verso del Sole, e per tanto questa discesa non apporterebbe alcun cangiamento all'angolo C A S; ma la lunghezza della linea C A deve per necessità essere raccorciata. Dunque la Luna muovendo da C verso la congiunzione col Sole, sarà portata più verso la terra dall'azion del Sole di quello che lo sarebbe dalla terra sola, se nè la terra, nè la Luna ricevessero impressione dal Sole: cosicchè da questo nuovo impulso l'orbita è resa più curva di quello altrimenti sarebbe. Lo stesso effetto verrà ancora prodotto nell'altro quarto.

18. Vn'altro effetto dell'azione del Sole conseguente a quello, che ora si è spiegato, è che sebbene la Luna non disturbata dal Sole potesse muover'in un circolo, che avesse per suo centro la terra; nondimeno per l'azion del Sole, se la terra fosse nel mezzo, nel centro dell'orbita Lunare, la Luna sarebbe più vicina alla terra, quando è nuova, e piena, che nei quarti Ciò sembrerà probabilmente difficile a prima vista; che la Luna abbia ad essere più vicina alla terra, dove ella vi è meno attratta, e più lontana dalla terra, quando vi è attratta di più. Il che nondimeno apparirà seguire evidentemente da questa causa, considerando ciò, che si ha dimostrato, che l'orbita della Luna in congiunzione, ed opposizione è resa men curva; imperciocchè meno curva è l'orbita della Luna, meno la Luna discenderebbe dal luogo, in cui si muovesse, senza l'azion della terra. Ora se la Luna muovesse da un luogo senza esser più disturbata da quest'azione, poichè ella avanzerebbe in una linea tangente della sua orbita in quel luogo, ella si allontanerebbe continuamente dalla terra; e perciò se la Potenza della terra sopra la Luna sia sufficiente a ritenerla in una medesima

distanza, la diminuzione di questa Potenza farà cresere la distanza, sebbene in un minor grado. Ma dall'altra parte, nei Quarti, essendo la Luna spinta più verso la terra, che per l'azion sola della terra, sarà portata ad approssimarsele; cosicchè in passando dall'opposizione, o Congiunzione ai quarti, la Luna ascende dalla terra, e passando dai quarti all'opposizione, o congiunzione, ella vi discende di nuovo, diventando più vicina in questi ultimi luoghi mentovati, che negli altri.

19. Tutte queste inegualità sopraddette sono di differenti gradi, secondo che il Sole è più, o meno distante dalla terra; di un maggior grado, quando la terra è più vicina al Sole, e di un minore, quando ella n'è più lontana. Imperciocchè nei quarti, più è vicina la Luna al Sole, più è grande l'aggiunta, che si fa all'azion della terra sopra di lei per quella, che vi fa il Sole; e nella congiunzione, ed opposizione, la differenza tra l'azion del Sole sopra la terra, e sopra la Luna è pur'altrettanto maggiore.

20. Questa differenza nella distanza tra la terra, e il Sole, produce un'altro effetto su'l moto della Luna; che fa dilatar l'orbita, quando è men rimota dal Sole, e divenir maggiore, che quando è ad una più grande distanza. Imperciocchè si prova dal Sig. Cav. If. Nevvton, che l'azion del Sole, per cui vien'a diminuire la Potenza della terra sopra la Luna, nella congiunzione, ed opposizione, è due volte così grande, che l'aggiunta si fa all'azion della terra per il Sole nei quarti; (*a*) cosicchè dopo tutto la Potenza della terra sopra la Luna vien diminuia dal Sole, e perciò ella è il più, che si possa, diminuita, quando l'azion del Sole è più forte, che mai; Ma come la terra con la sua approssimazione al Sole, minora il suo influsso, la Luna essendovi meno attratta, ascenderà gradualmente dalla terra; e come la terra nel suo allontanamento dal Sole, ricupera per gradi la sua prima Potenza, l'orbita della Luna dev'esser di nuovo contratta. Vengono di quà due conseguenze; che la Luna sarà più rimota dalla terra, quando la terra è più vicina al Sole; e che impiegherà maggior tempo nel formar la sua rivoluzione per l'orbita dilatata, che per la contratta.

b *Nevv Princ. Lib. 1. prop. 66. coroll. 7.*

21. Queste irregolarità il Sole produrrebbe nella Luna, se la Luna, senza ricever'inegualmente l'azione del Sole, descrivesse un circolo perfetto intorno la terra, e nel piano del moto della terra; ma sebbene niuna di queste suppposizioni abbia luogo nel moto della Luna, pure le mentovate inegualità vi troveranno luogo, salvo solamente qualche differenza in ordine a' suoi gradi; ma non muovendo la Luna in questa maniera, ella è soggetta ancora ad alcune altre inegualità. Imperciocchè come la Luna descrive, invece di un circolo concentrico alla terra, un'ellipsi, con la terra in un foco, l'ellipsi sarà sottoposta a varj cangiamenti. Ella non può conservar giammai costantemente la stessa posizione, nè meno la stessa figura; e perchè il

il piano di questa ellipsi non è lo stesso con quello dell'orbita della terra, la situazione del piano, in cui muove la Luna, cangierà continuamente; nè la linea, per cui ella taglia il piano dell'orbita della terra, nè l'inclinazione di questi piani fra di loro, rimarranno in ogni tempo le stesse. Tutte queste alterazioni si presentano ora da spiegare.

22. Io considererò primieramente li cangiamenti, che si fanno nel piano dell'orbita della Luna. Non movendo questa in un piano stesso con la terra, il Sole è rare volte nel piano dell'orbita della Luna, cioè solamente quando la linea fatta dalla comune intersecazione de' due piani, prolungata che fosse, passerebbe per il Sole, com'è rappresentato nella fig. 97. dove S denota il Sole, T la terra, A T B l'orbita della terra, descritta su'l piano di questo Schema; C D E F l'orbita della Luna; di cui la parte C E D è elevata di sopra, e la parte C F E depressa sotto del piano di questo schema. Quì la linea C E, per cui il piano di questo schema, ch'è il piano dell' orbita della terra, e il piano dell' orbita della Luna si tagliano un l'altro, essendo continuata, passa per il Sole in S. Quando ciò accade, l'azion del Sole è diretta nel piano dell'orbita della Luna, e non può attrarre la Luna fuori di questo piano, come apparirà evidentemente a ciascuno, che consideri il presente schema: imperciocchè supposta la Luna in G, e una linea retta menata da G ad S, il Sole attrae la Luna nella direzione di questa linea da G verso S: ma questa linea giace nel piano dell' orbita; e prolungata che fosse da S oltre G, la continuazione sarebbe nel piano C D E; imperciocchè il piano stesso, se si estendesse abbastanza, passerebbe per il Sole. Ma negli altri casi l'obbliquità dell'azion del Sole al piano dell'orbita farà cangiare continuamente questo piano.

23. Supposto in primo luogo, che la linea, in cui li due piani si tagliano fra di loro, sia perpendicolare alla linea, che congiunge la terra, e il Sole; T (nelle fig. 98. 99. 100. 101.) rappresenti la terra, S il Sole; il piano dello schema, quello del moto della terra, in cui sono collocati il Sole, e la terra. A C sia perpendicolare ad S T, che congiunge la terra, e il Sole, e la linea A C sia quella, in cui il piano dell'orbita della Luna taglia quello del moto della terra. Dal centro T descrivete nel piano del moto della terra il circolo A B C D; e nel piano dell'orbita della Luna il circolo A E C F, metà del quale A E C sia elevata sopra il piano di questo schema, e l'altra metà A F C altrettanto depressa sotto di esso.

24. Supponete ora la Luna muover dal punto A nella direzione del piano A E C. Ella sarà quì continuamente attratta fuori del suddetto piano dall'azione del Sole; imperciocchè questo piano A E C estendendosi, non passerà per il Sole, ma sopra di esso; cosicchè il Sole coll'attrar la Luna direttamente verso di sè, la spingerà continuamente più, e più da questo piano verso il piano del moto della terra,

in cui è egli stesso; facendola descriver la linea AKGHI, la quale sarà convessa verso il piano AEC, e concava al piano del moto della terra. Ma quì per questa Potenza del Sole, che si dice attrarre la Luna verso il piano del moto della terra, si dee intendere solamente quel tanto di più dell'azion del Sole sopra la Luna, di cui ella eccede l'azion del medesimo sopra la terra. Imperciocchè supponendo la figura precedente esser veduta dall'occhio, posto nel piano di questo schema, e nella linea CTA, dal lato di A, il piano ABCD apparirà come la linea retta DTB, (nella fig. 102.) ed il piano AECF come un'altra linea retta FG; e la linea curva AKGHI sotto la forma della linea TKGHI. Ora è chiaro, che la terra, e la Luna essendo attratte ambedue dal Sole, se l'azion del Sole su tutte due fosse egualmente forte, la terra T, e con essa il piano AECF, o la linea FTE, in questo schema, sarebbero portati verso il Sole con egual passo, che la Luna, e perciò la Luna non ne sarebbe attratta fuori per l'azione del Sole; di una piccola obbliquità in fuori della direzion di quest' azione sopra la Luna, a quella dell'azion del Sole sopra la terra, che proviene dall' esser la Luna fuori del piano del moto della terra, e che non è considerabile; ma l'azion del Sole sopra la Luna essendo maggiore, che sopra la terra, tutto il tempo, che la Luna è più vicina al Sole, che la terra, ella sarà attratta fuori del piano AEC, o della linea TE da questo eccesso, e sarà fatta descriver la linea curva AGI, o TGI. Ma egli è costume degli Astronomi invece di considerar la Luna come movente in una tal linea curva, rapportar'il suo moto continuamente al piano, che tocca la vera linea, in cui muove nel punto, in cui la Luna in qualche tempo si trova. Così quando la Luna è nel punto A, il suo moto è considerato come nel Piano AEC, nella cui direzione allora ella comincia a muovere; e quando nel punto K (nella fig. 99.) il suo moto vien riferito al Piano, che passa per la terra, e tocca la linea AKGHI al punto K. Così passando la Luna da A in I cangerà continuamente il piano del suo moto. In qual maniera questo cangiamento proceda, ora spiegherò in particolare.

25. Il piano, che tocca le linea AKI nel punto K, (fig. 99.) tagli il piano dell'orbita della terra nella linea LTM; perchè la linea AKI è concava verso il piano, ABC, cade intieramente tra questo piano, e il piano, che la tocca in K: cosicchè il piano MKL taglierà il piano AEC, prima d'incontrarsi col piano del moto della terra; supposto, che nella linea YT, e nel punto A cada fra K, ed L. Da un semidiametro eguale a TY, o TL si descriva il semicircolo LYM. Ora ad uno spettatore su la terra, la Luna, quando è in A, sembrerà muover nel circolo AECF, e quando in K esser nel semicircolo LYM. Il moto della terra si fa nel piano di questo schema; e ad uno spettatore su la terra, il Sole sembrerà sempre muovere in questo

piano;

piano; Noi potremo dunque riferire l'apparente moto del Sole al circolo A B C D, descritto in questo piano intorno la terra; ora li punti, ove questo circolo, nel quale sembra muover'il Sole, taglia il circolo, in cui si osserva muover'a qualche tempo la Luna, si chiamano li Nodi dell'orbita della Luna in quel tempo, Quando la Luna si osserva muover nel circolo A E C D, li punti A, e C sono li Nodi dell'orbita; e quando ell'apparisce nel semicircolo L Y M, allora L, ed M sono li Nodi. Or'apparisce qui, da ciò, ch'è stato detto, che mentre la Luna ha mosso da A in K, uno dei Nodi è passato da A ad L, l'altro egualmente da C ad M. Ma il moto da A in L, e da C in M, è retrogado riguardo al moto della Luna, ch'è l'altro viaggio da A a K, e quindi verso C.

26. Dippiù l'angolo, che fanno il piano, in cui la Luna a qualche tempo apparisce, e il piano del moto della terra, si chiama l'inclinazione dell'orbita della Luna in quel tempo. Ora io passerò a dimostrare, che questa inclinazione dell'orbita, quando la Luna è in K, è minore, che quando ella era in A; ovvero, che il piano L Y M, che tocca la linea del moto della Luna in K, fa un'angolo minore col piano del moto della terra, o col circolo A B C D, di quello ch'il piano A E C faccia con lo stesso. Il semicircolo L Y M taglia il semicircolo A E C in Y; e l'arco A Y è minore, che L Y; e tutti e due insieme minori, che la metà di un circolo. Ma egli è dimostrato dagli Scrittori in quella parte d'Astronomia, che chiamasi Dottrina della sfera, che quando un triangolo è formato, come qui, da tre archi di un circolo, A L, A Y, ed Y L, l'angolo Y A B, fuori del triangolo è maggiore, che l'angolo Y L A di dentro, se li due archi A Y, YL presi insieme non arrivano ad un semicircolo; se li due archi fanno un semicircolo perfetto, li due angoli saranno eguali; ma se li due archi presi insieme passano un semicircolo, l'angolo interiore Y L A è maggiore dell'altro. (*a*) Qui dunque li due archi A Y, ed L Y presi insieme essendo minori di un semicircolo, l'angolo A L Y è minore, che l'angolo B A E. Ma dalla dottrina della sfera è evidente, ch' l'angolo A L Y è eguale a quello, in cui il piano del circolo L Y K M, ch'è il piano, che tocca la linea A K G H I in K, è inclinato al piano del moto della terra A B C; e l'angolo B A E è eguale a quello, in cui il piano A E C è inclinato allo stesso piano. Dunque l'inclinazione del primo piano è minore, che l'inclinazione dell'ultimo.

a Menelai. Sphaeric. Lib. 1. prop. 10.

27. Ora supposto, che la Luna sia avanzata al punto G (nella fig. 100.) e in questo punto si trovi distante dai suoi Nodi una quarta parte di tutto un circolo; o in altri termini sia nel mezzo tra li suoi due Nodi; in questo caso li Nodi si saranno ancora di più mossi, e l'inclinazione dell'orbita sarà più diminuita; imperciocchè supposto, che la linea A K G H I sia toccata al punto G da un piano, che pas-

si per

si per la terra T; l'intersecazione di questo piano con quello del moto della terra sia la linea N T O, e la linea T P la sua intersecazione col piano L K M. In questo piano sia descritto il circolo N G O dal semidiametro T P, o N T, che taglia l'altro circolo L K M in P: Ora la linea A K G I è convessa al piano L K M, che la tocca in K, e perciò il piano N G O, che la tocca in G, taglierà l'altro piano toccante fra G, e K; val'a dire, il punto P cadrà su questi due punti, e il piano continuato fino al piano del moto della terra, passerà oltre di L; cosicchè li punti N, ed O, o li luoghi de' Nodi, quando la Luna è in G, saranno più lungi da A, e C, che L ed M; ch'è a dire, si saranno mossi più indietro. In oltre, l'inclinazione del piano NGO al piano del moto della terra A B C è minore, che l'inclinazione del piano L K M allo stesso; imperciocchè quì ancora li due archi L P, ed N P presi insieme sono minori di un semicircolo, ciascun d'essi archi essendo minore di un quarto di circolo; poichè G N distanza della Luna in G dal suo nodo N, si suppone quì esser la quarta parte di un circolo.

28. Dopo, che la Luna ha oltrepassato G, il caso è diverso; imperciocchè allora que' due archi saranno maggiori, che li quarti del circolo, per il che l'inclinazione crescerà di nuovo, sebben li nodi moveranno sempre per una via. Supposto, che la Luna sia in H (nella fig. 101.) e che il piano, che tocca la linea A K G I in H, tagli il piano del moto della terra nella linea Q T R, e il piano N G O nella linea T V, e oltre questo, che il circolo Q H R sia descritto in questo piano; allora per la ragione di prima, cadrà il punto V tra H, e G; ed il piano R V Q passerà oltre l'ultimo piano O V N, facendo cadere i punti Q, ed R più lungi da A, e C, che N, ed O. Ma gli archi N V, V Q sono ciascun maggiore di un quarto di circolo, N V, ch'è il minore, essendo maggiore di G N, ch'è un quarto di circolo; e perciò li due archi N V, ed V Q insieme passano un semicircolo; ed in conseguenza l'angolo B Q V sarà maggiore dell' angolo B N V.

29. Infine, quando la Luna vien'attratta dall'azione del Sole per lungo nel piano del moto della terra, il nodo si sarà mosso ancor più, e l'inclinazione sarà cresciuta altrettanto, diventando qualche cosa di più, che la prima volta; imperciocchè la linea A K G H I essendo convessa a tutti li piani, che la toccano; la parte H I cadrà intieramente fra il piano Q V R, ed il piano A B C, cosicchè il punto I cadrà fra B, ed R; e tirando I T V V, il punto V V si farà più scostato da A, che Q. Ma egli è evidente, che il piano, il qual passa per la terra T, e tocca la linea A G I nel punto I, taglierà il piano del moto della terra A B C D nella linea I T V V, e sarà inclinato allo stesso con l'angolo H I B; cosicchè il nodo, ch'era dapprincipio

in

in A, dopo esser passato in N, L, e Q, arriva in fine al punto VV; come il nodo, ch'era dapprincipio in C, di là è passato successivamente per li punti M, O, ed R ad I; ma l'angolo H I B, che ora è l'inclinazione dell'orbita al piano dell'eclitica, manifestamente non è minore, che l'angolo E C B, ovvero E A B, ma piuttosto alquanto maggiore.

30. Così la Luna nel caso, che abbiamo d'innanzi, mentre passa dal piano del moto della terra, ai quarti, finchè ella torni di nuovo allo stesso luogo, ha li nodi della sua orbita, continuamente rimossi indietro, e l'inclinazione della sua orbita nel principio diminuisce, cioè finchè ella giunge a G, nella fig. 100. ch'è presso alla sua congiunzione col Sole, ma dipoi cresce di nuovo per gli stessi gradi, finchè dopo il ritorno della Luna al piano del moto della terra, la inclinazione dell'orbita è avantaggiata qualche cosa di più, di quello fosse la sua primiera grandezza, sebbene la differenza non è grande, perchè li punti I, e C non sono molto distanti un dall'altro. (*a*)

a Ved. Nevvt. Princ. Lib. 1. prop. 66. coroll. 10

31. Nella stessa maniera, se la Luna si fosse dipartita dal quarto in C, ell'avrebbe descritta la linea curva CX VV (nella fig. 98.) tra li piani A F C, e A D C, che sarebbe convessa al primo di questi piani, e concava all'altro; talchè quì ancora li nodi avrebbero continuamente riceduto, e l'inclinazione dell'orbita si sarebbe per gradi sempre più diminuita, finchè la Luna fosse arrivata presso alla sua opposizione col Sole in X; ma di là in poi l'inclinazione di nuovo s'aumenterebbe, finchè divenisse un poco più grande, di quello si trovava in principio. Questo apparirà facilmente dal considerare, che come l'azion del Sole sopra la Luna, eccedendo la sua azione sopra la terra, l'attrasse fuori del piano A E C verso il Sole, mentre la Luna passava da A in I; così mentr'ella passa da C in VV, essendo tutto quel tempo più lontana dal Sole, che la terra, ella sarà meno attratta; e la terra insieme col piano A E C F, sarà com'ella era, allontanata dalla Luna, in modo che il sentiero, che la Luna descrive, apparirà dalla terra, come faceva nel primo caso, essendo frastornata la Luna.

32. Questi sono li cangiamenti, a cui li nodi, e l'inclinazion dell'orbita della Luna soggiacciono, quando li nodi sono ne' quarti; ma quando li nodi col loro moto, e col moto del Sole insieme, giungono ad esser collocati tra il quarto, e la congiunzione, o la opposizione, il loro moto, ed il cangiamento fatto nella inclinazione dell'orbita sono in qualche cosa differenti.

33. Sia A G C H (nella fig. 103.) un circolo descritto nel piano del moto della terra, che abbia la terra in T per suo centro. Il punto al Sole opposto sia A, ed il punto G sia distante da A una quarta parte del circolo; li nodi dell'orbita della Luna siano situati nella linea B T D, e il Nodo B tra A, luogo, dove la Luna sarebbe piena, e G luogo dove la

ve sarebbe in un quarto. Supposto che B D E F sia il piano, in cui la Luna tende a muover, quando avanza dal punto B; perchè la Luna in B è più distante dal Sole, che la terra, ella sarà meno attratta dal Sole, e non discenderà verso lui così forte, che la terra; e in conseguenza ella lascierà il piano B E D F, che noi supponiamo accompagni la terra, e descriverà la linea B I R ad esso convessa, finchè ella giunga al punto K, dove ella sarà in un quarto; ma di quà in poi essendo più attratta, che la terra, la Luna cangierà il suo corso, e la parte seguente del sentiero, ch'ella descrive, sarà concava al piano B E D, o B G D, e continuerà concava allo stesso piano, finchè tagli questo piano in L, come appunto nel caso precedente. Ora io dico, che mentre la Luna passa da B a K, li nodi all' opposto di ciò, che si trovava nel caso d'innanzi, procederanno avanti, o muoveranno dalla stessa parte con la Luna; (*a*) e nell' istesso tempo l'inclinazione dell'orbita sarà aumentata. (*b*)

a *Ved. Nevvt. Princ. Lib. III. prop.30. pag.440*
b *ibid. Lib. I. prop.66. coroll.10*

34. Quando la Luna è nel punto I, il piano M I N passi per la terra, T, e tocchi il sentiero della Luna in I, tagliando il piano del moto della terra nella linea M T N, ed il piano B E D nella linea T O. Perchè la linea B I K è convessa al piano B E D, che la tocca in B, il piano N I M dee tagliare il piano B E D, prima d' incontrar' il piano C G B; e perciò il punto M discenderà da B verso G, ed il nodo dell' orbita della Luna essendo trasferito da B in M sarà promosso avanti.

35. Io dico ancora, che l'angolo O M G, fatto dal piano M O N col piano B G C è maggiore, che l'angolo O B G, fatto dal piano B O D con lo stesso. Ciò apparisce da quello si è di già spiegato; perocchè gli archi B O, O M sono ciascuno minore di un quarto di circolo, e perciò presi tutti e due in uno sono minori di un semicircolo.

36. Di nuovo ancora, quando la Luna è arrivata al punto K nel suo quarto, li nodi saranno promossi ancora più avanti, e sarà aumentata di vantaggio l'inclinazione dell'orbita. Sin'ora il moto della Luna è stato riferito al piano, che passando per la terra, tocca il sentiero della Luna nel punto, ov'ella si trova, secondo a che si è asserito, al cominciamento di questo discorso sopra li nodi, ch'egli è costume degli Astronomi così fare. Ma quì non può ritrovarsi nel punto K alcun tal piano; per l'opposto vedendo, che la linea del moto della Luna da una parte del punto K è convessa al piano B E D, e dall' altra parte concava allo stesso, non può passare alcun piano tra li punti T, e K, che non tagli la linea B K L in questo punto. Dunque invece di un tal piano toccante, noi ci serviremo quì di quello, ch'è equivalente, del piano P K Q, che con la linea B K farà un'angolo minore, che con ogni altro piano; imperciocchè questo piano fa, come toccasse la linea B K al punto K, tagliandola in modo, che nissun' altro piano si può tirare talmente, che passi tra la linea B K, ed il piano P K Q. Ora egli manife-

nifesto, che il punto P, o il nodo è rimosso da M verso G, cioè è stato promosso ancora più avanti; ed egli è pure palese, che l'angolo K P G, o l'inclinazione dell' orbita della Luna nel punto K, è maggiore, che l'angolo I;M G, per la ragione così spesso assegnata.

37. Dopocchè la Luna è passata al quarto, il suo sentiero essendo concavo al piano A G C H, li nodi, come nel caso precedente recederanno, finchè la Luna sia giunta al punto L; il che dimostra, che considerando tutto il tempo del passaggio della Luna da B ad L, al fine di questo li nodi si troveranno più retroceduti, o collocati più indietro, quando la Luna è in L, che quando è in B. Imperciocchè la Luna impiega un tempo più lungo in passare da K ad L, che da B a K: e perciò li nodi continuano a retroceder più lungamente, che a muover' innanzi; cosicchè il retrocedere supera il lor' avanzare.

38. Nella stessa guisa, mentre la Luna è nel suo passaggio da K ad L, l'inclinazione dell' orbita si fa minore, finchè la Luna giunga al punto, in cui ella è una quarta parte di circolo distante dal suo nodo, per esempio nel punto R; e di là in poi l' inclinazion cresce di nuovo. Poichè dunque l' inclinazione dell' orbita cresce, mentre la Luna sta passando da B in K, e diminuisce all'opposto solamente nel tempo, che la Luna sta passando da K ad R, e poi di nuovo cresce, finchè giunga in L; mentre la Luna passa da B ad L, l' inclinazione dell' orbita cresce più, di quello diminuisca, e sarà notabilmente maggiore, quando la Luna è giunta in L, che quando parte da B.

39. In simil guisa, nel mentre la Luna passa da L nell' altro lato del piano A G C H, il nodo resterà promosso innanzi, finchè la Luna è tra il punto L, e il prossimo quarto; ma poscia egli retrocederà, finchè la Luna venga a passare il piano A G C H di nuovo nel punto V, tra B, ed A: e perchè il tempo del passaggio, che fa la Luna dal punto L al prossimo quarto è minore, che il tempo tra questo quarto, e l' arrivo della Luna al punto V, il nodo avrà retroceduto più, che avanzato, cosicchè il punto V sarà più vicino ad A, che L a C. Così ancora l' inclinazione dell' orbita, quando la Luna è in V, sarà maggiore, che s' ella fosse in L; imperciocchè questa inclinazione cresce tutto il tempo, ch' è la Luna tra L, ed il prossimo quarto; ella decresce solo nel mentre la Luna passa da questo quarto a mezza strada tra li due nodi, e quindi di nuovo cresce, durante tutto il passaggio per l' altra metà della strada al prossimo nodo.

40. Così noi abbiamo accompagnata la Luna dal suo nodo nel quarto, e dimostrato, che in ciascun periodo della Luna li nodi avranno retroceduto, e con ciò si saranno approssimati ad una congiunzion col Sole, ma questa congiunzione verrà molto anticipata dal moto visibile del Sole stesso. Nell' ultimo schema, il Sole sembrerà muover da S verso VV. Supposto, che sembrasse essersi mosso da S ad VV nel mentre il

R nodo

nodo della Luna fosse retrocesso da B in V, menando la linea VVTX, l'arco V X rappresenterà la distanza della linea menata tra li nodi dal Sole, quando la Luna è in V; laddove l'arco B A rappresentava questa distanza, quando la Luna era in B. Questo moto visibil del Sole è molto maggiore, che quello del nodo, imperciocchè il Sole sembra compier la sua intiera rivoluzione per ciascun'anno; e il nodo non ne fa una, quasi che in 16 anni. Abbiamo veduto ancora, che quando il nodo era in quadratura, l'inclinazione dell'orbita della Luna diminuiva, finchè ella arrivava alla congiunzione, o all'opposizione, secondo ch'ella si discosta dal nodo; ma che dopo questo di nuovo cresceva, finchè al prossimo nodo diveniva un poco più grande, che al primo. Quando il nodo si è una volta rimosso dal quarto più vicino ad una congiunzione col Sole, l'inclinazione dell'orbita della Luna, quando la Luna arriva al nodo, è più sensibilmente aumentata, che quando era nel nodo precedente; crescendo per questa via più, e più, finchè il nodo arriva alla congiunzion col Sole; nel qual tempo, si è dimostrato di sopra, che il Sole non ha alcun potere di cangiar'il piano del moto della Luna; e in conseguenza non opera nulla o su li nodi, o su la inclinazione dell'orbita.

41. Si tosto, che li nodi per l'azion dal Sole sono partiti dalla congiunzione verso l'altro quarto, comminciano di nuovo a tornar indietro, come innanzi; ma l'inclinazione dell'orbita nell'arrivar della Luna a ciascun nodo seguente, è minore, che al precedente, finchè li nodi arrivano di nuovo ai quarti. Ciò apparirà, come segue. Nella fig 104. A rappresenti uno dei nodi della Luna, tra il punto di opposizione B, ed il quarto C. Il piano A D E passi per la terra T, e tocchi il sentiero della Luna in A. La linea A F G H sia il sentiero della Luna nel suo passaggio da A in H, dov'ella attraversa di nuovo il piano del moto della terra. Questa linea sarà convessa verso il piano A D E, finchè la Luna approda in G, dov'ella è nel quarto; e dopo ciò tra G, ed H la stessa linea sarà concava verso questo piano. Tutto il tempo, che questa linea è convessa verso il piano A D E, li nodi retrocederanno; e per lo contrario avanzeranno, mentre ella è concava a questo piano. Le quali cose tutte saranno facilmente intese con ciò, che innanzi si è spiegato distesamente. ma la Luna sta più a passare da A in G, che da G in H; perciò li nodi retrocederanno più lungamente di quel, che avanzino; in conseguenza dopo tutto, arrivata, che sarà la Luna in H, li nodi avranno già retroceduto, cioè il punto H cadrà fra B, ed E L'inclinazione dell'orbita decrescerà, finchè la Luna sia arrivata al punto F, nel mezzo tra A, ed H. Nel passaggio tra F, e G, crescerà l'inclinazione, ma descrescerà nuovamente nel restante del passaggio da G in H, e in conseguenza sarà minore in H, che in A. Simili effetti tanto rispetto ai nodi, quanto alla inclinazione dell'orbita avranno luogo nel seguente passaggio della Luna dall'altra parte del piano A B E

C, fia-

C, finchè da H ella giunge sopra di questo piano di nuovo in I.

42. Così l' inclinazione dell'orbita è massima, quando la linea tirata tra li nodi della Luna passerà per il Sole, e minima, quando questa linea giace ne' quarti, spezialmente se la Luna nello stesso tempo sia in congiunzione, o in opposizione col Sole. Nel primo di questi casi li nodi non avranno moto, in tutti gli altri, li nodi ciascun mese saranno retroceduti; e questo moto di retrogradazione sarà massimo, quando li nodi sono ne'quarti; imperciocchè in questo caso li nodi non hanno moto progressivo, durante tutto il mese, ma in tutti gli altri casi li nodi avanzano per qualche tempo, cioè qualunque volta la Luna è tra un quarto, e il nodo, ch'è meno distante dal quarto, che una quarta parte di circolo.

43. Resta solo da spiegare quelle irregolarità nel moto della Luna, che nascono dalla figura elliptica dell'orbita. Da ciò, ch'è stato detto al principio di questo capo apparisce, che la Potenza della terra su la Luna opera in proporzione duplicata reciproca della distanza; dunque la Luna, se non fosse sturbata dal Sole, muoverebbe intorno alla terra in una vera ellipsi, e la linea menata dalla terra alla Luna passerebbe per eguali spazi in porzioni eguali di tempo. Che questa descrizione di spazj sia alterata dal Sole, si è già dichiarato: è stato ancora dimostrato, che la figura dell' orbita cangia ciascun mese; che la Luna nuova, e piena è più vicina alla terra, e più rimota ne' quarti, di quel che sarebbe senza del Sole. Ora dobbiamo per cotesti cangiamenti menstrui, considerar l'effetto, che il Sole farà nelle differenti situazioni dell'asse dell' orbita in riguardo di questo luminare.

44. L'azione del Sole varia la forza, da cui la Luna è attratta verso la terra: ne' quarti la forza della terra è direttamente aumentata dal Sole; ne' Plenilunj, e Novilunj questa n'è diminuita; e nei siti frapposti l' influsso della terra ora vien'ajutato, ora minorato dal Sole. In questi luoghi di mezzo tra li quarti, e la congiunzione, od opposizione, l'azion del Sole è così obbliqua all'azion della terra su la Luna, che produce quell' alternativo acceleramento, e ritardamento del moto della Luna, che osservava innanzi chiamarsi variazione. Ma oltre quest' effetto, la potenza, per cui la terra attrae la Luna verso di se, non sarà in così piena libertà di agire con la stessa forza, che sarebbe, se il Sole non agisse del tutto sopra la Luna. E quest'effetto dell'azione del Sole, con cui egli rinforza, o indebolisce l'azion della terra, è quì sol da considerarsi; e per quest' influsso del Sole ne segue, che la Potenza, da cui la Luna è spinta verso la terra, non è perfettamente in proporzion reciproca duplicata della distanza. In conseguenza la Luna non descriverà una perfetta ellipsi. Una delle particolarità, in cui l'orbita della Luna sarà differente da una ellipsi, consiste ne'luoghi, dove il moto della Luna è perpendicolare alla linea menata da essa alla terra.

In una ellipsi; dopo che la Luna fosse partita in una direzion perpendicolare a questa linea menata da essa alla terra, e nella sua maggior distanza dalla terra, il suo moto diverrebbe un'altra volta perpendicolare a questa linea guidata tra lei, e la terra, e la Luna sarebbe nella sua minima distanza dalla terra, quando avesse compito mezzo il suo periodo; e compita l'altra metà, il suo moto diverrebbe ancora perpendicolare alla mentovata linea, e la Luna tornerebbe nel luogo, onde partissi, e avrebbe ricuperata la sua massima distanza. Ma la Luna nel suo moto reale, dopo essersi partita, come innanzi, talvolta fa più, che la metà di una rivoluzione, prima che il suo moto torni ad esser perpendicolare alla linea menata da esso lei alla terra, e la Luna si trovi alla sua più vicina distanza; e indi fa più, che un'altra metà di una intera rivoluzione, prima che il suo moto possa una seconda volta ricuperare la sua perpendicolar direzione alla linea menata dalla Luna alla terra, e la Luna arrivi di nuovo alla sua massima distanza dalla terra. Talvolta la Luna discenderà alla sua più vicina distanza, prima di aver fatta la metà di una rivoluzione, e ricupererà di nuovo la sua maggior distanza, prima di averne compita una intera. Il luogo, dove la Luna è alla sua maggior distanza dalla terra, si chiama l'apogeo della luna, e il luogo della minor distanza il perigeo. Questo cangiamento di luogo, dove la Luna successivamente perviene alla sua massima distanza dalla terra, si chiama il moto dell'apogeo. Ora proccurerò di spiegare in qual maniera il Sole cagioni il moto dell'apogeo.

45. Dimostra il nostro autore, che se la Luna fosse attratta verso la terra da una combinazion di due Potenze, una delle quali fosse reciprocamente in proporzion duplicata della distanza dalla terra, e l'altra in proporzion triplicata reciproca della medesima distanza; allora, sebben la linea descritta dalla Luna non sarebbe in realtà un'ellipsi, nondimeno il moto della Luna si potrebbe perfettamente spiegare con una ellipsi, il cui asse si facesse muovere intorno la terra; essendo questo moto *in conseguenza*, come gli Astronomi parlano, cioè dalla stessa parte, che si muove la Luna, se la Luna fosse attratta dalla somma di queste due Potenze, ma l'asse dovrebbe muovere *in antecedenza*, o dalla parte contraria, se la Luna fosse portata dalla differenza di queste Potenze. Ciò, che s'intenda per proporzion duplicata, sovente si è dichiarato; e in spezie, che se tre grandezze, come A, B, C, hanno una tal relazione, che la seconda B sia alla terza C, come la prima alla seconda, allora la proporzion della prima alla terza è la duplicata proporzion della prima alla seconda; Ora assumendo una quarta grandezza, come D, a cui C abbia la stessa proporzione, che A, a B, sarà la proporzione di A a D, triplicata della proporzione di A a B.

46. Questa è poi la maniera di rappresentar'il moto della Luna nel presente caso. T dinotando la terra (nelle fig. 105. 106.) la Luna si sup-

ſuppone nel punto A, ſuo apogeo, o nella maſſima diſtanza dalla terra, movente nella direzione AH, perpendicolare ad AB, e portata verſo la terra da due forze, quali abbiamo deſcritte. Per quella potenza ſola, ch'è reciprocamente in una proporzion duplicata della diſtanza, ſe la Luna parte dal punto A con un grado proprio di velocità, potrà eſſer deſcritta l'ellipſi AMB. Ma ſe la Luna ſia portata dalla ſomma delle due mentovate Potenze, e la velocità di eſſa nel punto A ſia aumentata in una certa proporzione; (a) o ſe la velocità ſia diminuita in una certa proporzione, e la Luna ſia portata dalla differenza di queſte Potenze; in ambedue queſti caſi la linea AE, che ſarà deſcritta dalla Luna ſi determina così. Sia il punto M quello, dove la Luna ſarebbe arrivata in un dato ſpazio di tempo, ſe foſſeſi moſſa nell'ellipſi AMB. Menate MT, e ſimilmente CTD in tal maniera, che l'angolo ATM abbia la ſteſſa proporzione all'angolo ATC, che la velocità, con cui dev'eſſere ſtata deſcritta l'ellipſi AMB alla differenza tra queſta velocità, e quella, con cui la Luna deve muovere dal punto A per deſcrivere il ſentiero AE. L'angolo ATC ſi prenda verſo la Luna (come nella fig. 105.) ſe la Luna ſia attratta dalla ſomma delle Potenze; e dall'altra parte [come nella fig. 106.) ſe dalla loro differenza. Indi la linea AB ſia moſſa alla poſitura CD, e l'ellipſi AMB alla ſituazione CND, coſicchè il punto M ſia traſferito in L: allora il punto L cadrà ſul ſentiero della Luna AE.

a Qual ſia queſta proporzione, ſi può conoſcer dal coroll. 2. prop. 44. Lib. 1. Princ. Phil. Nevvt.

47. Il moto angolare della linea AT, con cui ella è portata alla ſituazione CT, rappreſenta il moto dell'apogeo; per mezzo di cui il moto della Luna potrebbe intieramente ſpiegarſi con l'ellipſi AMB, ſe l'azion del Sole ſopra di eſſa foſſe diretta al centro della terra, e reciprocamente in proporzion triplicata della diſtanza della Luna da eſſo. Ma ciò non eſſendo così, l'apogeo non moverà nella maniera regolare teſtè deſcritta. Comunque ſi ſia, è da oſſervare, che nel primo dei due precedenti caſi, in cui l'apogeo avanza, l'intera Potenza centripeta creſce più, col diminuir della diſtanza, che ſe l'intera Potenza foſſe reciprocamente in proporzion duplicata della diſtanza; perchè n'è una ſola parte in queſta proporzione, e l'altra parte, che vi è aggiunta per far tutta la Potenza, creſce di vantaggio al diminuir della diſtanza. Dall'altra parte, quando la Potenza centripeta è la differenza tra queſte due, ella creſce meno al diminuir della diſtanza, che ſe foſſe ſemplicemente in proporzion reciproca duplicata della diſtanza. Dunque ſe noi ſcegliamo a ſpiegar'il moto della Luna con un'ellipſi, (come è più conveniente, il fare per gli uſi aſtronomici, e per la ragione del piccolo effetto della Potenza del Sole, mentre così facendo, il ſuddetto moto ſi ſpiegherà ſenz'alcun ſenſibil'errore;) potiamo raccoglier'in generale, che quando la Potenza, per cui la Luna è attratta alla terra, col variar la diſtanza, creſce in una proporzion

mag-

maggiore di quello che è la proporzion duplicata reciproca della distanza diminuita, si deve ascriver' all'apogeo un moto detto di conseguenza; ma che quando l'attrazione cresce in una proporzion minore, della già nominata, l'apogeo deve avere un moto di antecedenza. (a) Hà poi osservato il Sig. Cav. If. Nevvton, che il primo di questi casi succede, quando la Luna è in congiunzione, ed opposizione; e l'altro, quando la Luna è nei quarti; cosicchè nel primo l'apogeo muove, secondo l'ordine dei segni, e nell'altro per la via opposta. (b) Ma, come innanzi è stato detto, il disturbo apportato dal Sole all'azion della terra nella congiunzione, ed opposizione, essendo due volte così grande, che nei quarti, (c) l'apogeo avanzerà con una velocità più grande di quello che retroceda, e dentro lo spazio di un'intera rivoluzione della Luna sarà portato in conseguenza. (d)

48. In appresso è dimostrato dal nostro autore, che quando la linea A B coincide con quella, che congiunge la terra, e il Sole, il moto progressivo dell'apogeo, quando la Luna è in congiunzione, o in opposizione, eccede il regressivo nelle quadrature più, che in alcun'altra situazione della linea A B. (e) All'incontro, quando la linea A B fa angoli retti con quella, che congiunge la terra, ed il Sole, il moto retrogrado sarà più considerabile, (f) e si trova esser così grande, che supera il progressivo: talchè in questo caso l'apogeo nel termine d'un'intera rivoluzione della Luna, è portato in antecedenza. Nondimeno per le considerazioni dell'ultimo paragrafo il moto progressivo supera l'altro; talchè in somma il moto dell'apogeo si fa in conseguenza, come hanno trovato gli astronomi. Dippiù la Linea A B cangia per lenti gradi la sua situazione riguardo a quella, che unisce la terra, ed il Sole; onde le ineguaglità nel moto della Luna provenienti da quest'ultima considerazione sono molto più grandi di quelle, che provengono dall'altra. (g)

a Princ. Phil. Nevvt. Lib. I. prop. 45. coroll. 1

b Lib. I. propos. 66. coroll. 7.

c Ved. § 9. di questo Cap.

d Phil. Nevvt. Princ. Mat. Lib. I. prop. 66 coroll. 8.

e Ibid. cor 8.

f Ibid.

g Ibid.

49. In oltre questo moto irregolare nell'apogeo è accompagnato con un'altra ineguaglità nel moto della Luna, che non può spiegarsi sempre con la medesima ellipsi. L'ellipsi in generale si chiama dagli Astronomi un'orbita eccentrica. Il punto della intersecazione dei due assi si chiama il centro della figura; perchè tutte le linee tirate per questo punto dentro l'ellipsi da un lato all'altro, sono divise nel mezzo da questo punto. Ma il centro, intorno a cui si aggirano li corpi celesti, giacendo in un foco fuori di questo centro della figura, cotteste orbite si dicono eccentriche; e dove la distanza del foco da questo centro ha la maggior proporzione a tutto l'asse, quest'orbita si chiama la più eccentrica: e in una tal'orbita la distanza del foco alla più lontana estremità dell'asse ha la maggior proporzione alla distanza dell'estremità più vicina. Ora qualunque volta l'apogeo della Luna muove in conseguenza, il moto della Luna dev'essere riferito ad un'orbita

più

più eccentrica, che quella descriverebbe la Luna, se tutta la Potenza, da cui viene attratta nel suo passaggio dall'apogeo, cangiasse in una reciproca proporzion duplicata della distanza dalla terra, e così la Luna descrivesse un'ellipsi immobile, e quando l'apogeo muove in antecedenza, il moto della Luna si dee riferire ad un'orbita meno eccentrica. Nella prima delle due figure ultimamente mentovate, il vero luogo della Luna L cade fuori dell'orbita A M B, a cui si riferisce il suo moto; quindi l'orbita A L E veramente descritta dalla Luna, è meno incurvata nel punto A di quel, che sia l'orbita A M B; dunque l'orbita A M B è più bislunga, e più differente da un circolo, di quello sarebbe l'ellipsi, la cui curvatura in A fosse eguale a quella della linea A L B; val'a dire, la proporzion della distanza della terra T dal centro dell'ellipsi al suo asse sarà maggiore nell'ellipsi A M B, che nell'altra; ma quest'altra è l'ellipsi, che la Luna descriverebbe, se la Potenza, che opera sopra di lei, variasse in una reciproca proporzion duplicata della distanza. Nella seconda figura, quando l'apogeo retrocede, il luogo della Luna L cade dentro l'orbita A M B, e perciò quest'orbita è meno eccentrica, che l'orbita immobile, che la Luna descriverebbe. Di questo la verita è evidente, imperciochè quando l'apogeo avanza, la Potenza, ond'è portata la Luna nel suo discender dall'apogeo, cresce più col diminir della distanza, che in porporzion duplicata di essa distanza, e in conseguenza essendo la Luna attratta più efficacemente verso la terra, vi discenderà più davvicino. Dall'altra parte, quando l'apogeo retrocede, la Potenza agente sopra la Luna, cresce col diminuir della distanza, meno, che in proporzion duplicata di questa; e perciò la Luna è meno spinta verso la terra, e non vi discenderà così presto.

50. Or supposto nella prima di queste figure, che l'apogeo A sia nella situazione, dove si va accostando alla congiunzione, o all'opposizione del Sole; in questo caso il moto progressivo dell' apogeo è più, e più accelerato. Qui supposto, che la Luna dopo esser discesa da A per l'orbita A E, quanto è fino ad F, dove ella perviene alla sua maggior distanza dalla terra, ascenda di nuovo per la linea F G; perchè il moto dell'apogeo è qui continuamente accelerato, la causa del suo moto costantemente deve andar crescendo, val'a dire, la Potenza, onde la Luna è attratta alla terra, con l'aumentarsi della distanza, nell'ascender la Luna da F, diminuirà in una maggior proporzione, che quella, in cui cresceva col diminuir della distanza nel discender la Luna ad F. E in conseguenza la Luna ascenderà più alto, che alla distanza A T, onde ella discendeva, dunque la proporzion della maggior distanza della Luna alla minore è cresciuta. E quando la Luna di nuovo discende, la Potenza cresce ancora col diminir della distanza, più, che nell'ultimo ascender quella diminuis-

se

ſe con l'aumentarſi di queſta: la Luna perciò dee diſcender verſo la terra più vicino, che innanzi faceva, e la proporzione della maggior diſtanza alla minore, creſcere ancora di vantaggio. Così finchè l'apogeo avanza verſo la congiunzione, o la oppoſizione, la proporzione della diſtanza maſſima alla minima tra la terra, e la Luna, creſcerà continuamente, e l'orbita elliptica, a cui rapportaſi il moto della Luna, ſarà reſa più, e più eccentrica.

51. Sì toſto, che l'apogeo ha paſſata ha congiunzione, o la oppoſizione col Sole, il ſuo moto progreſſivo ſi diminuiſce, e ſeco ancora la proporzione della diſtanza maſſima alla minima tra la terra, e la Luna; e quando l'apogeo divien regreſſivo, continuerà ancora la diminuzion di queſta proporzione, fino a tanto, che l'apogeo perviene al quarto; d'onde queſta proporzione, e la eccentricità dell'orbita creſceranno di nuovo. Così l'orbita della Luna è al ſommo eccentrica, quando l'apogeo è in congiunzion col Sole, o in oppoſizione ad eſſo, e lo è meno che mai, quando l'apogeo ſi ritrova nei quarti.

52. Queſti cangiamenti nei nodi, nella inclinazion dell'orbita al piano del moto della terra, nell'apogeo, e nella eccentricità, variano conforme le altre inegualità nel moto della Luna, ſecondo la differente diſtanza della terra dal Sole; creſcendo eſſi quanto è maggior la loro cauſa, ch'è quanto più la terra è vicina al Sole.

53. Ho detto al cominciar di queſto Capo, che il Sig. Cav. Iſ. Nevvton ha computata la preciſa quantità di molte inegualità nella Luna. L'accelerazion del ſuo moto, che chiamaſi variazione, quando è maſſima, fa allontanarſi la Luna dal luogo, in cui altrimenti ſi troverebbe, qualche coſa di più, che $\frac{1}{2}$ grado. (*a*) Nella fraſe degli Aſtronomi un grado è $\frac{1}{360}$ parte di tutto il giro della Luna, o di qualche Pianeta. Se la Luna ſenza l'impedimento dal Sole, deſcriveſſe un circolo concentrico alla terra, il Sole farebbe approſſimar la Luna più appreſſo alla terra nella congiunzione, e oppoſizione, che nei quarti, nella proporzione incirca di 69. a 70. (*b*) Abbiamo avuta occaſione di dire già innanzi, che li nodi formano il lor periodo, preſſocchè in 19. anni. Ciò ſi trova da gli Aſtronomi con le oſſervazioni; e li computi del noſtro autore aſſegnano loro lo ſteſſo periodo. (*c*) L'inclinazione dell'orbita della Luna, quando è minore, è un'angolo, ch' è incirca $\frac{1}{18}$ parte di quello, che ſi forma da una perpendicolare, e la differenza tra la maſſima, e la minima inclinazione dell'orbita ſi determina per un computo del noſtro autore di $\frac{1}{18}$ incirca della minima inclinazione. (*d*) E queſto pure ſi accorda con le oſſervazioni degli aſtronomi. Il moto dell'apogeo, e li cangiamenti della eccentricità il Sig. Cav. Iſ. Nevvton non gli ha computati. L'apogeo fa la ſua rivoluzione in 8. anni, e 10. meſi incirca. Quando l'orbita della Luna è al ſommo eccentrica, la maſſima diſtanza tra eſſa, e la terra alla minima

a *Princ. Lib. 3. prop. 29.*

b *Ibid. prop. 28.*

c *Ibid. prop. 32*

d *Nevv Princ. p. 459.*

ma è proffimamente nella proporzione di 8.a 7.1.;quando l'orbita è nel minor grado eccentrica, queſta proporzione appena è di 12.a 11.

54. Dimoſtraſi ancora dal Sig. Cav. If Nevvton, come confrontando li periodi del moto dei Satelliti, che girano intorno Giove, e Saturno, con il perido della noſtra Luna intorno la terra, e li periodi di quei Pianeti intorno al Sole con il periodo del moto della noſtra terra, le inegualità nel moto di quei Satelliti poſſano didurſi dalle inegualità nel moto della Luna; ſalvo ſolamente ciò, che riguarda quel moto dell'aſſe dell'orbita, che nella Luna fa il moto dell'apogeo; impercioocchè l'orbite di quei Satelliti,quanto noi potiamo ſcoprire a quella diſtanza, ſembrando poco, o nella eccentriche, queſto moto in quanto didotto dalla Luna dev'eſſere diminuito.

CAPITOLO. IV.

Delle Comete.

NEl primo de'due precedenti Capi è ſtata ſpiegata la Potenza, che trattiene in moto que'corpi celeſti, il cui corſo era ſtato ben determinato dagli Aſtronomi. Nell'ultimo Capo noi abbiamo dimoſtrato, come queſte Potenze ſono ſtate applicate dal noſtro autore a fare una diſcoperta più perfetta del moto di que'corpi, il cui corſo non eraſi inteſo per avanti, che imperfettamente; imperciocchè alcune delle inegualità, che abbiamo deſcritte nel moto della Luna, erano incognite a tutti gli Aſtronomi. In queſto Capo paſſiamo a trattare d'una terza ſpezie di corpi celeſti, il cui vero moto non fu giammai compreſo innanzi, che il noſtro Autore ſcriveſſe; di modo che qui il Sig. Cav. Iſ. Nevvton non ha ſolamente ſpiegate le cauſe del moto di queſti corpi, ma ha fatta ancora la parte di un'Aſtronomo, col diſcoprire quali ſono li loro moti.

2. Che queſti corpi non ſiano meteore della noſtra aria, è manifeſto; perocchè eſſi ſorgono, e tramontano nella ſteſſa maniera, che il Sole, e le Stelle. Gli Aſtronomi erano andati innanzi nelle ricerche, che riguardano queſti corpi, quanto baſtava per provar con le loro oſſervazioni, che muovono negli ſpazj eterj lungi di ſopra alla Luna; ma non avevano affatto alcuna vera nozione del ſentiero, che deſcrivevano. L'opinion prevalente innanzi il noſtro autore ſi era, che muoveſſero in linee rette, ma in qual parte del Cielo, non ſi determinava. Deſcartes (*a*) gli allontanò lungamente al di là della sfera di Saturno, ritrovando il moto retto loro attribuito, inconſiſtente col Fluido vorticoſo, col quale egli ſpiega il moto de'Pianeti, come abbiamo di ſopra riferito. (*b*) Ma il Sig. Cav. Iſ. Nevvton prova diſtintamente con oſſervazioni Aſtronomiche, che le Comete paſſano per

a *In Princ. Phil. part. 3. §. 41.*

b *Cap. 1. §. 11.*

la region de' Pianeti, e sono ordinariamente invisibili ad una minore distanza, che quella di Giove. (*a*)

3. E quindi trovando, che le Comete sono evidentemente dentro la sfera dell'azione del Sole, conchiude, che devono muover necessariamente intorno al Sole, come fanno li Pianeti: (*b*) Li Pianeti muovono in ellipsi; ma non è necessario, che ogni corpo sottopposto all'influsso del Sole, abbia a muover'in questo genere particolar di linea. Il nostro autore però prova, che la Potenza del Sole essendo reciprocamente in proporzion duplicata della distanza, ciascun corpo, su cui egli opera, deve o cader'a basso direttamente, o muover' in qualche sezion conica; delle quali linee ho di sopra osservato, che si danno tre sorte, l'ellipsi, la Parabola, e l'Iperbola. [*c*] se un corpo, che scende verso il Sole sì basso, che l'orbita di un Pianeta, muove con un moto più veloce, che il Pianeta, questo corpo descriverà un'orbita di una figura più bislunga, che quella del Pianeta, ed avrà almeno un'asse più lungo. La velocità del corpo può essere così grande, che muova in una Parabola, e passato che sia una volta sopra del Sole, ascenda per sempre, senza ritornar più; ma il Sole sarà collocato nel Foco di questa Parabola. Con una velocità ancora maggiore il corpo muoverà in un' Iperbola. Ma egli è di gran lunga più probabile, che le Comete muovano in orbite elliptiche, sebbene di una forma bislunga, o con la frase degli Astronomi, molto eccentrica, come si rappresenta nella fig. 107. ove S è il Sole, C la Cometa, ed ABDE la sua orbita, in cui la distanza di S, ed E eccede di gran lunga quella di S ed A. Quindi è, che elleno talvolta si trovano in una distanza moderata dal Sole, ed appariscono dentro la regione Planetaria; e talora ascendono a vaste distanze molto al di là dell'orbita di Saturno, e così divengono invisibili. Che in questa guisa muovano le Comete, si prova dal nostro autore con calcoli fondati su le osservazioni, che hanno fatte gli Astronomi di varie Comete. Questi calcoli furono fatti dal Sig. Cav. If. Nevvton su la Cometa che apparve verso l'ultimo termine dell'anno 1680. e il cominciamento dell' anno seguente: (*d*) ma il Dottissimo Halley proseguì questi computi più a lungo in questa, e in varie altre Comete: (*e*) li quali computi sono fatti sopra proposizioni degnissime dell'incomparabil'ingegno del nostro autore, cosicchè appena si sarebbero scoperte d'alcuno, che non possedesse l'ultima forza dell'invenzione.

4. Questi computi dipendono da questo Principio, che l'eccentricità dell'orbite delle Comete è così grande, che se quelle sono realmente elliptiche, pure si approssimano tanto alla parabola in quella parte di loro, in cui cadono sotto alla nostra vista, che possono prendersi per tali senza alcun sensibil'errore: (f) come nella fig. precedente la Parabola è pochissimo differente nella sua parte inferiore verso A dalla

a *Nevv. Princ. Phil. Lib. 3 Lem. 4.*
b *Lib. 3. Prop. 40.*
c *Lib. 1. c. 2. §. 82.*
d *Princ. Phil. Lib. 3. pag. 495. 500.*
e *Ibid. p. 500. e 520. &c.*
f *Princ. Phil. L. 3. Prop. 40.*

ellipsi

ellipsi DEAB. Sopra del qual fondamento insegna il nostro grand'Autore un metodo di ritrovare con tre osservazioni fatte sopra una Cometa la Parabola; che più prossimamente conviene con la sua orbita. (*a*)

5. Ora ciò, che conferma tutta questa teorìa sopra ogni sorte di dubio, si è, che li luoghi delle Comete, computati nelle orbite, che il metodo quì mentovato assegna loro, convengono con le osservazioni degli Astronomi nello stesso grado di esattezza, che li computi dei luoghi de' Primarj Pianeti fanno ordinariamente ritrovare; e ciò nelle Comete, li cui moti sono molto straordinarj. (*b*)

6. Insegna di poi il nostro Autore a far'uso di alcuna piccola aberrazione dalla Parabola, che si osserverà, per determinare, se l'orbite delle Comete sono elliptiche, o no, e così discoprire, se la medesima Cometa ritorna con un certo Periodo. (*c*) E dopo esaminata la Cometa del 1680. con la regola stabilita per questo dissegno, ritrova, che la sua orbita conviene più esattamente con una ellipsi, che con una Parabola, sebbene l'ellipsi sia tanto eccentrica, che la Cometa non potrebbe compier'il suo periodo in essa, che in più di 500. anni. (*d*) Sopra di questo ha osservato il Dottor Halley, che si fa menzion nella storia di una Cometa con una gran coda somigliante a questa, essersi veduta innanzi in tre volte distinte; la prima delle quali fu nella morte di Giulio Cesare, e ciascuna volta era distante dalla prossima antecedente di 575. Egli computò dunque il moto di questa Cometa in una tal'orbita elliptica, come importerebbe questo numero di anni, per la rivoluzione di un corpo per essa: e questi computi convengono eziandio più perfettamente con le osservazioni fatte su questa Cometa, di quello che farebbero con alcun'orbita Parabolica. (*e*)

7. Il comparar'insieme le differenti apparenze di una medesima Cometa, è la sola via di discoprir certamente la vera forma dell'orbita: imperocchè è impossibile di determinar con esattezza la figura di un'orbita così eccessivamente eccentrica, con osservazioni fatte in una sola parte di essa; e perciò il Sig. Cav. If. Nevvton (*f*) propone di comparar le orbite su la supposizione, che siano Paraboliche, delle Comete, secondo che apparisçono in diversi tempi; imperciocchè se trovasi la medesima orbita esser descritta da una Cometa in diversi tempi, con tutta la probabilità sarà la medesima Cometa, che la descrive. E quì egli rimarca col Dottor Halley, che la stessa orbita prossimamente conviene con due apparenze di una Cometa, nella distanza d'uno spazio di circa 75. anni (*g*) cosicchè se queste due apparenze sono realmente di una stessa Cometa, l'asse transversale della sua orbita sarebbe incirca 18. volte quello dell'orbita della terra; e la Cometa nella sua massima distanza dal Sole, sarebbe stata rimota non meno, che 35. volte, quanto è la distanza media della terra.

8. E questo sembra essere il più breve periodo di qualcuna delle Co-

a *ibid. Prop.* 41.
b *ibid. p.* 522.
c *ibid. Prop.* 42
d *Princ. Phil. e dis.* 2. *p.* 464 465.
e *ibid. e dis.* 3. *p.* 501. 502.
f *ibid. p.* 519.
g *ibid. p.* 520.

mete. Ma ciò sarà ulteriormente confermato, se la stessa Cometa tornerà una terza volta dopo un altro periodo di 75. anni. Sebbene non è d'aspettare, che le Comete conservino la stessa regolarità, che li Pianeti, nei loro Periodi, perchè la grand'eccentricità delle lor'orbite le rende soggette a soffrir delle considerabili alterazioni dall'azion de' Pianeti, e delle altre Comete sopra di loro.

9. Sono dunque da prevenire troppo grandi disturbi nel loro moto per coteste cagioni, come ha osservato il nostro Autore; imperocchè mentre li Pianeti girano tutti prossimamente nello stesso Piano, le Comete sono disposte in più piani molto differenti, e per tutte le parti del Cielo distribuite; e quando si trovano nella loro massima distanza dal Sole, e muovono il più lentamente, potrebbero esser rimosse tanto, da trovarsi fuori della sfera di una scambievole azione. (a) Ciò corrisponde ancora più in quelle Comete, che movendo con la maggior lentezza nell' Afelio, o nella più rimota distanza dal Sole, discendono vicinissime a lui, collocando l'Afelio di queste alla massima altezza dal Sole. (b)

a Nevv. Princ. Phil. p. 525.

b Ibid.

10. Il nostro Filosofo essendo condotto da questo Principio ad esplicar li moti delle Comete, nella maniera ora riferita, quindi prende occasione di comunicarci li suoi pensieri su la loro natura, ed il loro uso. A questo fine egli prova primieramente, che devono esser corpi solidi, e compatti, nè in alcun modo sorte di vapori, o luce, o sostanza esalata dai Pianeti, e dalle Stelle; perchè nella prossima distanza, in cui si accostano alcune Comete al Sole, l'immenso calore, a cui troverebbonsi esposte, non potrebbe se non dissipar', e sciogliere una tal lucida volatil sostanza. In particolar la Cometa menzionata del 1680. discese così vicina al Sole, che non era lontana dalla sua superfizie appena una sesta parte del diametro di lui. Nella qual situazione sarebbe stata esposta, come dal calcolo apparisce, ad un grado di calore 28000. volte maggiore di quello, con cui il Sole agisce su la nostra terra; e perciò avrebbe contratto un grado di calore 2000. volte più grande, che quello di un ferro rosso infocato. (d) Ora una sostanza, che duri a un calor così intenso, senza esserne dispersa in vapori, dee necessariamente esser fissa, e solida.

c Ibid. p. 508.

d Ibid.

11. Si dimostra pure, che le Comete sono sostanze opache, che risplendono per un lume riflesso, imprestato loro del Sole. (e) Ciò si prova per l'osservazione che le Comete, sebbene si accostino alla terra, pure diminuiscono di splendore, se nello stesso tempo si allontanino dal Sole: all'opposto si trova, che crescono quotidianamente in chiarezza, quando avanzano verso il Sole, sebben si discostano dalla terra. (f)

e Ibid. p. 484.

f ibid. p. 482. 83.

12. Le Comete dunque a questo riguardo rassomigliano li Pianeti; ambedue sono corpi duri, opachi, e si aggirano in Sezioni Coniche intorno al Sole. Ma dippiù le Comete, come la nostra terra, sono da un'

un'atmosfera circondata. L'aria, che noi respiriamo, chiamasi l'Atmosfera della terra; ed è probabilissimo, che tutti gli altri Pianeti siano involti di un simil fluido. Per verità quì si trova una differenza tra li Pianeti, e le Comete. L'atmosfere de' Pianeti sono di una sostanza così raffinata, e sottile, che difficilmente si potrebbero discerner' in qualche distanza, per la ragione della piccola quantità del lume, che riflettono, salvo solamente il Pianeta di Marte. Vi è in questo qualche piccola apparenza di una sostanza tale, che lo circondi, siccome le Stelle, che vengono da esso coperte, dicesi, che si osservano per piccolo spazio offuscate, innanzi, che il suo corpo giunga al di sotto di loro; come se la luce nel suo avvicinarsi, venisse intercetta dalla di lui atmosfera. Ma l'atmosfere, che circondano le Comete, sono così grosse, e fisse, che riflettono copiosamente la luce. Sono ancora a proporzione de' corpi, cui sono intorno, maggiori, che quelle de' Pianeti; se potiamo degli altri giudicare dalla nostra aria; imperciocchè si è osservato delle Comete, che la luce viva, che apparisce nel mezzo di esse, ch'è riflettuta dal corpo solido, appena è una nona, o decima parte di tutta la Cometa.

13. Io parlo solamente del Capo delle Comete, la cui più lucida parte è circondata da una luce più debole; non passando quella ordinariamente una nona, o decima parte di tutto il corpo in larghezza. (*a*) La loro forma è in apparenza particolare; niuna cosa della stessa natura appartenendo nel minor grado ad alcun'altro de' corpi Celesti. Di quest'apparenze vi sono parecchie opinioni; il nostro Autore le riduce a tre. (*b*) Le due prime, ch'egli propone, sono da lui riggettate; ma la terza n'è approvata. La prima è, che quelle vengano da un tratto di lume, trasmesso per il capo della Cometa, nella maniera, in cui si vede una striscia di luce, quando il Sole illumina un luogo oscuro, per mezzo di un picciol buco. Questa opinione, come osserva il Sig. Cav. If. Nevvton, discuopre li suoi Autori totalmente inesperti ne' Principj d'Optica, imperciocchè quella striscia di luce, veduta in una camera oscura, proviene dalla riflessione del lume Solare che provien dalla polvere, e da' corpuscoli, che nuotano nell'aria; imperciocchè li raggi stessi della luce non si veggono, se non dall'esser riflettuti al occhio da qualche sustanza, sopra cui cadono. (*c*) L'altra opinione esaminata dal nostro Autore è quella del celebre Descartes, che s' immagina esser queste apparenze la luce della Cometa, refratta nel passare a noi; e che fa perciò una bislunga rappresentazione; come fa la luce del Sole, quando vien refratta dal Prisma, nell'accennato sperimento, che farà una gran parte del terzo libro di questo discorso. (*d*) Ma questa opinione è tutta in un tempo distrutta da questa sola considerazione, che li Pianeti non sarebbero più immuni, che le Comete da una tale refrazione; anzi dovrebbero aver' una forma più ampia, e brillante,

a *Ibid. p.* 481

b *Ibid. p.* 509

c *Ved. il luogo. c.*

d *Ib. e Cartes. Princ. Phil. p.* 3. §. 134 *cc.*

di

di quelle, perchè la luce de' Pianeti è più vigorosa. Nondimeno, il nostro Autore ha giudicato proprio di aggiunger' alcune altre obbiezioni contro la suddetta opinione; per esempio, che queste apparenze non sono vajate di colori, come l' immagine prodotta dal prisma, ciò, ch' è inseparabile dalla inegual refrazione, che produce la sproporzionata lunghezza della immagine. Ed in oltre quando la luce nel suo passaggio da differenti Comete alla terra descrive il medesimo sentiero nel Cielo, la refrazione di quella dovrebbe esser per necessità la medesima per tutti li riguardi. Ma ciò è contrario all' osservazione; imperciocchè la Cometa del 1680. a 28. di Dicembre, e l' anteriore dell' anno 1577. li 29. Dicembre, compar, nell' istesso luogo del Cielo vero cioè aggiacenti alle medesime Stelle fisse, essendo pure la terra nel luogo stesso tutte, e due le volte; nondimeno la forma dell'ultima Cometa decadeva dall' opposizion del Sole un poco verso il North, e la forma della prima declinava dall' opposizion del Sole cinque volte tanto verso il Sud. (*a*)

a Vid. Phil. Natur. Princ. math. p. 511.

14. Vi sono dell' altre insussistenti opinioni, sebbene men considerate, che queste, che abbiamo ora avanzate su questo particolare. Il nostro eccellente Autore le sorpassa, affrettando l' esplicazione di ciò, ch' egli pensa esser la vera causa di quest' apparenza. Cred' egli, che certamente ciò debbasi attribuire all' esalazioni, e a' vapori del corpo, e della grossa Atmosfera delle Comete, per il calore del Sole; perchè tutte le apparenze si accordano perfettamente con questo sentimento; La forma non è se non piccola, durante il tempo, che la Cometa discende verso il Sole, ma si dilata ad un grado smisurato, sì tosto, che la Cometa ha passato il suo perielio: il che dimostra, che l'apparenza dipende dal grado di calore, che la Cometa riceve dal Sole: E che l'intenso calore a cui le Comete nella maggior vicinanza al Sole sono esposte, faccia da loro esalare una quantità di vapori, è la più ragionevol supposizione, massime se consideriamo, che in quelle libere, e vacue regioni, l' esalazioni ascendono più facilmente, che sopra la superfizie della terra, ove sono soppresse, e impedite dal sollevarsi per il peso dell' aria sovrastante; come troviamo nelle sperienze fatte co' vasi vuotati d' aria, in cui dopo la rimozione dell' aria, varie sostanze fumeranno, e scaricheranno esalazioni, che prima all' aria scoperta non ne tramandavano punto. La forma delle Comete, nella maniera, che fa un vapore, è sempre nel piano delle sue orbite, ed opposta al Sole, se non che nella sua parte superiore inclina verso le parti, che la Cometa ha lasciate nel suo moto; rassomigliando perfettamente al fumo di un carbone ardente, il quale ne ascende a drittura perpendicolare, se il carbone sta fisso, ma s' è in moto, ne sale obbliquamente; declinando dal moto del carbone. Ed oltre questo la forma delle Comete può paragonarsi per un' altro rispetto a questo fumo, che tutti e due

loro

sono più densi, e più compatti dal lato convesso, che dal concavo. L'apparenza del capo della Cometa, dopo aver passato il suo perielio, differente da quel, ch'era innanzi, conferma grandemente questa opinione della lor forma; imperciocchè il fumo sollevato da un calore intenso, è più nero, e più grosso, che quando è sollevato da un minore; e secondo ciò il capo delle Comete in qualche distanza dal Sole, osservasi men risplendente, e chiaro dopo il Perielio, che innanzi, come se fosse oscurato da un tal fumo più denso.

15. Le osservazioni dell'Hevelio su l'atmosfere delle Comete apportano ancora più lume alla stessa opinione; poichè riferisce, che l'atmosfere, spezialmente quelle parti di loro, vicine al Sole, sono notabilmente contratte, in vicinanza del Sole, e di poi nuovamente dilatate.

16. Per dare un' idea più compita di queste forme delle Comete, stabilisce il nostro autore una regola, con cui si possa determinare in qualche tempo, quando il vapore nell'estremità di quelle forme, cominci ad ascender dal capo della cometa. Con questa regola si trova, che non è composta la forma di una Cometa d'un vapore passaggiero, disperso sì tosto, che si è levato, ma ch'è di una lunga durata; mentre quasi tutto il vapore, che levavasi circa il tempo del Perielio dalla Cometa del 1680. continuava ad accompagnarla, ascendendo per gradi, e venendo rinfrancato costantemente da nuova materia, che faceva un'apparenza contigua alla Cometa. Da questo computo si trova, che le forme delle Comete partecipano d'un'altra proprietà dei vapori ascendenti, che quando ascendono con la massima velocità, sono il meno incurvate.

17 La sola obbiezione, che può farsi contra questa opinione, è la difficoltà di spiegare, come una sufficiente quantità di vapori possa esser sollevata dall'atmosfera di una Cometa, a riempiere que' vasti spazj, per li quali si estende talvolta la loro forma. Questa il nostro Autore la rimuove col seguente computo: la nostra aria essendo un fluido elastico, come innanzi è stato detto, (*a*) è più densa quì presso alla superfizie della terra, dov'è compressa da tutta l'aria di sopra, che in distanza dalla terra, dove ha un minor peso, che le sovrasta. Io ho osservato, che la densità dell'aria è reciprocamente proporzionale al peso, che la preme. Quindi computa il nostro Autore, a qual grado di rarità l'aria si dee dilatare, secondo questa regola, in un' altezza eguale al semidiametro della terra, e trova, che un globo d'aria, come quella, che noi respiriamo quì su la terra, che abbia un pollice solamente di diametro, se fosse dilatato al grado di rarità, che l'aria dee avere all'altezza accennata, riempirebbe tutta la region de' Pianeti, sino alla sfera di Saturno, e oltre questa. Ora se l'aria in una maggior' altezza sarà sempre più infinitamente rarefatta, e la superfizie dell'atmosfere delle Comete è

a *Lib. I. Cap. 4. §. 11.*

te è ordinariamente dieci volte incirca così lontana dal centro della Cometa, che la superfizie della Cometa stessa, il vapore, che compone quest' apparenze, può ben supporsi così dilatato, che una moderata quantità di materia può riempier tutto quello spazio, che quelle si vedono occupare. Sebbene per verità l' atmosfere delle Comete essendo grosse, possono difficilmente rarefarsi nella forma, che hanno, a quel grado così grande, che può la nostr' aria nelle medesime circostanze; spezialmente potendo esser tal volta condensate si dalla gravitazion loro nel Sole, che dal gravitare scambievolmente una su l'altra; il che si dimostrerà poi esser' una proprietà universale di tutta la materia. (*a*) Il solo scrupolo, che resta, si è, come la luce possa esser riflettuta tanto da un vapor così raro, che porta questo computo. Per rimuover la difficoltà, osserva il nostro Autore, che la più risplendente di queste forme appena apparisce più brillante, che un tratto di lume Solare trasmesso in una Camera oscura per un buco di un semplice pollice in diametro; e che le più piccole Stelle fisse sono visibili per entro a quelle senza alcuna sensibil diminuzione della loro chiarezza.

a Cp. 5

18. Tutte queste considerazioni mettono fuori di dubbio, che questa è la vera natura delle forme delle Comete. Nulla si ha detto per verità, che spieghi quelle figure irregolari, sotto cui queste forme vien riferito, che talvolta siano comparse; ma poichè niuna di queste apparenze è stata giammai ricordata dagli Astronomi, che al contrario, ne attribuiscono una simile a tutte le Comete, il nostro Autore con gran giudizio diduce tutte queste accidentali rifrazioni dall' intervento delle nuvole, o dalle parti della via Lattea contigue alle Comete. (*b*)

b Nevv. Princ. Phil. Natur. a pag. 509. ad 517.

19. La discussione di quest' apparenze delle Comete ha posto il Sig. Cav. Is. Nevvton in alcune specolazioni concernenti il lor' uso, che io non posso se non estremamente ammirare, rappresentandoci nel più gran lume immaginabile l'estension della Provvidenza del grand' Autore della Natura, che oltre l'aver forniti il globo della terra, e senza dubbio il rimanente de' Pianeti così abbondantemente d'ogni cosa necessaria per il sostentamento, e la continuazione delle numerose spezie di piante, e di animali, ch'egli ha create, ha provveduto in quà, e in là un numeroso equipaggio di Comete, di gran lunga eccedente il numero de' Pianeti, per rettificar continuamente, e ristorare la loro gradual decadenza, ch'è l'opinione del nostro Autore, concernente le stesse. (*c*) Imperciocchè essendo le Comete sottoposte ad un tal grado ineguale di calore, ora essendone accese con un grado il più intenso, ed ora appena ricevendo alcun sensibile influsso dal Sole; difficilmente si può supporre, che siano destinate per alcun' uso costante, come li Pianeti. Ora le forme, ch'esse rappresentano, simili in tutto all' altre sorte di vapori, si dilatano secondo che ascendono, e per conseguenza sono a poco a poco disperse, e disciolte per tutta la region de' Pianeti, e quindi

c Lib. III pag. 515

di non possono, che esser raccolte ne' Pianeti, secondo che passano per le lor'orbite: imperciocchè avendo questi una Potenza di far gravitare tutti li corpi incontro a loro, come nel seguito di questo discorso si proverà; (*a*) questi vapori saranno in progresso di tempo condotti in questo, o in quell' altro Pianeta, che verrà ad agire più fortemente sopra di loro. E penetrando nell' atmosfere della terra, e d'altri Pianeti, si può ben supporre, che contribuiscano alla rinnovazion della faccia delle cose, in particolare a supplir la diminuzione cagionata nelle parti umide dalla vegetazione, e putrefazione. Imperciocchè li vegetabili sono nutriti dall'umido, e dalla putrefazione convertiti in parti grosse di terra secca; e una sostanza terrestre sempre va a fondo ne' liquori, che si fermentano; onde le parti secche de'Pianeti devono perciò crescer continuamente, e le fluide venir meno, anzi in una sufficiente lunghezza di tempo restar' esauste, se non venga loro supplito per un qualche simile mezzo. Ella è ancora opinione del nostro Autore, che le più sottili, e attive parti dell'aria, da cui principalmente dipende la vita delle cose, sono a noi derivate, e supplite dalle Comete. Tanto son'elleno lontane dall'annunciarci alcuna sciagura, o cosa infausta, cui li naturali timori degli uomini sono così atti a suggerire dall' apparenza di qualche cosa straordinaria, e sorprendente.

a Cap. 5

20. Che queste forme delle Comete abbiano un qualche simil uso importante, sembra ragionevole, se consideriamo, che questi corpi non tramandano quei fumi puramente per la lor' approssimazione al Sole; ma sono formati di una tessitura, che li dispone in un modo particolare a fumar' in tal guisa: imperciocchè la terra senza tramandar' alcun simil vapore, si trova più che la metà dell' anno in minor distanza dal Sole, che la Cometa dell'anno 1664. e 1665. quando era nella sua maggior vicinanza ad esso; similmente le Comete del 1682. e 1683. non si accostarono mai al Sole più vicine di Venere, che d'una settima parte incirca ed erano all' incontro più che d'una metà lontane, quanto n'è Mercurio; pure non lasciavano di formar queste apparenze.

21. Dalla grande approssimazione della Cometa del 1680. il nostro Autore ricava un'altra specolazione: imperciocchè se il Sole ha un' atmosfera intorno a sè, pare che la Cometa menzionata sia discesa quanto basta vicina al Sole, per entrarvi dentro. S'è così, ella dev' essere stata ritardata in parte dalla resistenza, che avrà incontrata; e per conseguenza nella seguente sua discesa al Sole ella se gli accosterà più, che ora; in questo modo ella incontrerà una maggior resistenza, e verrà ancora più ritardata. L'evento di che sarà infine, ch'ella darà nella superfizie del Sole, e suppliraffi con ciò a qualche decrescimento, che gli può esser' accaduto per una lunga emission di luce, o altrimenti. E qualche cosa di simile a questo, conghiettura il nostro Autore, che possa esser' il caso di quelle Stelle fisse, che per nuovi gradi di splendore ci

sono state visibili per un certo tempo, sebbene ordinariamente sono sparite alla nostra vista. Vi ha invero una sorta di Stelle fisse, che appajono, e spariscono in regolari, ed eguali intervalli; una causa fissa si dee quì ricercare: queste Stelle muovono per avventura intorno al proprio asse, come fa il nostro Sole, (a) ed hanno qualche parte del loro corpo più lucida, che l' altra, onde abbiansi a vedere, quando la parte più lucida è verso noi, e svaniscano dalla vista, quando ci rivoltano la parte oscura.

a Ved. Cap. I. §. 11.

22. Se il Sole diminuisca realmente come è stato quì suggerito, è difficile a provare; nondimeno o sia così, o la terra cresca, o sia l'uno, e l'altro, è reso probabile dall'osservazion dell'Halley; (b) imperciocchè comparando la proporzione, che il tempo periodico della Luna aveva altre volte a quello del Sole, con la proporzione, ch'è al presente tra di loro, si trova, che la Luna è in parte accelerata in riguardo del Sole. Ma se il Sole diminuisce, li periodi de' Pianeti Primarj saranno allungati; e se la terra cresce, li periodi della Luna raccorciati: come apparirà dal seguente Capo, in cui proverassi, che la Potenza del Sole, e della terra è il risultato della medesima Potenza riposta in tutte le lor parti, e che questo principio di produr gravitazione negli altri corpi è proporzionale alla materia solida di ciascun corpo.

b Nevv. Princ. Phil. p. 525. 526. Un computo di tutte le Stelle delle due sorte, che sono comparse negli ultimi 150. anni può vedersi nelle Transaz. Filos. vol. 29. nu. 346.

CAPITOLO V.

Dei Corpi del Sole, e de' Pianeti.

1. Il nostro Autore dopo aver discoperto, che li moti celesti si fanno per una forza estesa dal Sole, e dai Pianeti Primarj, segue questa Potenza nei più profondi recessi di questi corpi stessi, e prova, che la medesima accompagna le menome particelle, di cui sono quelli composti.

2. Per un preliminare a questo egli dimostra primieramente, che ciascun de' corpi celesti ne attrae il resto, e tutti li corpi, con un differente grado di forza, secondo che la forza dello stesso corpo attraente si adopera sopra gli altri esattamente in proporzione della quantità di materia nel corpo attratto. (c)

c Nevv. Princ. Phil. Lib. III. prop. 6.

3. La prima prova, ch'egli ne apporta, è cavata dalle sperienze fatte sopra la terra. Si è dimostrato di sopra, che la Potenza, la quale influisce sopra la Luna, è la medesima, che questa quì nella superfizie della terra, e che noi chiamiamo gravità. (d) Ora uno degli effetti del Principio di gravità si è, che tutti li corpi discendono per questa forza dalla medesima altezza in tempi eguali. Di ciò si ha presa già tutta la notizia; essendo stati inventati metodi per dimostrar, che la sola causa, per cui si osserva, che alcuni corpi discendono dalla medesima altez-

d Cap. 3. §. 6.

altezza più presto, che alcuni altri, è la resistenza dell'aria. Tanto abbiamo innanzi riferito, (*a*) e quindi provato, che li corpi resistendo ad ogni mutazione del loro stato, di quiete in moto, o di moto in quiete, in proporzione della quantità della materia, che contengono; la Potenza, che può muover differente quantità di materia egualmente, dev' esser proporzionale alla quantità. La sola obbiezione sarebbe quì, che si può difficilmente esser certo, se questa proporzione nell'effetto della gravità sopra differenti corpi sia perfettamente esatta, in virtù di queste sperienze; per la ragione, che la gran velocità, con cui cadono li corpi, previene tutta la nostra abilità a determinar' il tempo della loro discesa con tutta la ricercata esattezza. Per rimediar dunque a questo inconveniente, il nostro Autore sostituisce altri più certi sperimenti in luogo di quelli, che si fanno nel cader de' corpi. Il Pendulo è fatto vibrare dal Principio stesso, che fa discender li corpi: essendo la Potenza di gravità, che mette questo, non meno, che gli altri, in moto. Ma se la palla di un pendulo, della stessa lunghezza, che un' altro, fosse più, o meno attratta in proporzion della quantità della materia solida, ch'è nella palla, il pendulo dovrebbe conforme a ciò muover più, o men presto dell'altro. Ora le vibrazioni de' penduli continuano per una buona pezza di tempo, e il numero delle vibrazioni che fanno, possono facilmente determinarsi, senza sospetto d' errore; cosicchè questo sperimento può portare a quel grado di esattezza, che si vuole; ed il nostro Autore ci assicura di aver esaminate con questo metodo varie sostanze, come oro, argento, piombo, vetro, arena, sal comune, legno, acqua, e frumento; nei quali tutti ha trovato, che non vi era il minor difetto dalla proporzion mentovata, sebbene abbia fatti gli sperimenti in modo, che nei corpi dello stesso peso una differenza nella quantità della loro materia minore, che una millesima parte del tutto, sarebbe stata nondimeno sensibile. (*b*) Egli apparisce dunque, che tutti li corpi discendono per la Potenza di gravità quì presso alla superfizie della terra, con uno stesso grado di velocità. Noi abbiamo di sopra osservato, che questa discesa è secondo la proporzione di 16.$\frac{1}{2}$ piedi nel primo secondo di tempo dal cominciamento della loro caduta. E' stato ancora osservato, che se qualche corpo, il quale cadesse quì alla superfizie della terra, fosse scagliato in alto all' altezza della Luna, egli scenderebbe di là con lo stesso grado di velocità, con cui è attratta la Luna verso la terra: e perciò la Potenza della terra sopra la Luna sta nella medesima proporzione alla potenza, che avrebbe sopra quel corpo alla stessa distanza, come la quantità di materia nella Luna, sta alla quantità, che fosse in quel corpo.

a *L. 1. Cap. 2. §. 24.*

b *Nevvt. Princ. Fil. Lib. III. Prop. 6.*

4. Così l' asserzione proposta è provata nella terra; che la Potenza della terra sopra di ogni corpo, ch' ella attrae, sia alla medesima distanza dalla terra, proporzionale alla quantità della materia solida, ch' è

T 2 nel

nel corpo attratto. Quanto al Sole, è stato dimostrato, che la Potenza della sua azione sopra uno stesso Pianeta Primario è reciprocamente in proporzion duplicata della distanza; e che la Potenza del Sole diminuisca per tutto nella medesima proporzione, il moto delle Comete, che traversano tutta la region de'Pianeti, lo testifica. Questo prova, che se qualche Pianeta fosse rimosso dal Sole a qualsisia altra distanza, il grado della sua accelerazione verso il Sole pur resterebbe reciprocamente in proporzion duplicata della sua distanza. Ma egli è stato ancora dimostrato, che il grado di accelerazione, ch'dà il Sole a ciascun Pianeta, è reciprocamente in una proporzion duplicata della sua distanza. Il che tutto combinato insieme mette fuori di dubbio, che la Potenza del Sole sopra ciascun Pianeta, rimosso nel luogo di quallunque altro, gli darebbe la stessa velocità di discesa, che desse all'altro; e in conseguenza, che l'azion del Sole sopra differenti Pianeti, alla medesima distanza, sarebbe proporzionale alla quantità di materia, ch'è in ciascuno. E'stato dippiù dimostrato, che il Sole attrae li Pianeti Primarj, e li lor rispettivi Secondarj, quando sono nella medesima distanza, in maniera di comunicar'ad entrambi lo stesso grado di velocità; e perciò la forza, con cui opera il Sole su li Pianeti Secondarj, sta nella stessa proporzione alla forza, con cui alla medesima distanza attrae li Primarj, come la quantità della materia solida nel Pianeta Secondario sta alla quantità della materia, ch'è nel Primario.

5. E'dunque provata questa proprietà d'ambe le sorte di Pianeti, rispetto al Sole. E pertanto il Sole possede una qualità, che trovasi nella terra, di agire su'corpi in un grado di forza proporzionale alla quantità di materia, ch'è nel corpo, che riceve l'influsso.

6. Che la Potenza di attrazione, di cui sono dotati gli altri Pianeti, sia differente da quella della terra, si può difficilmente supporlo, se noi consideriamo la somiglianza, che passa tra questi corpi; e che non ve n'abbia a questo riguardo, si prova ancora co'Satelliti di Saturno, e di Giove, che sono attratti dal lor rispettivo Primario, secondo la stessa legge, val'a dire, nella stessa proporzion'alle loro distanze, che sono li Primarj attratti dal Sole; cosicchè quanto si è conchiuso del Sole, rispetto a'Pianeti Primarj, può di questi giustamente conchiudersi rispetto a'lor Secondarj, e in conseguenza di questo, rispetto a tutti gli altri corpi, ch'essi attirano ciascun corpo in proporzion della quantità di materia solida, che esso contiene.

7. Quindi ne segue, che quest'attrazione si estende e ciascuna particella di materia nel corpo attratto; e che non vi è alcuna, qualsisia porzion di materia esente dall'influsso di questi corpi, a cui abbiamo provato, che questa Potenza attrattiva appartenga.

8. Prima, che ci avanziamo più oltre, potiamo quì rimarcare, che questa Potenza attrattiva del Sole, e dei Pianeti di già apparisce, che

sia

sia totalmente della stessa natura in tutti; imperciocchè ella opera in tutti nella stessa proporzione alla distanza, e nella stessa maniera sopra ciascuna particola della materia. Questa Potenza dunque nel Sole, e ne' Pianeti non è di una natura differente da questa Potenza nella terra; che si è già provata la stessa, che quella noi chiamiamo Gravità. (*a*)

9. E questa ci apre una via da provare, che la Potenza attrattiva posta nel Sole, e nei Pianeti, appartiene ancora a cadauna parte di essi; e che le loro Potenze rispettive sopra il medesimo corpo sono proporzionali alla quantità della materia, di cui sono eglino composti; per esempio, che la forza, con cui la terra attrae la Luna, sta alla forza, con cui la medesima è attratta dal Sole alla stessa distanza, come la quantità della materia solida, che si contien nella terra, stassi alla quantità contenuta nel Sole. (*b*)

10 La prima di quest'asserzione è una evidente conseguenza dell' altra. Prima di passar'alla prova, bisogna dimostrar, che la terza Legge del moto, che fa l'azione, e la riazione eguali, ha luogo in queste Potenze attrattive. La più rimarcabil forza attrattiva, dopo la Potenza di Gravità, è quella, per cui opra la calamita attrae il ferro. Ora se una calamita si ponga su l'acqua, e sia sostentata da qualche sostanza particolare, da un legno, o corteccia d' albero, cosicchè ella vi stia nuotando; e se un pezzo di ferro vi si faccia similmente star'a galla dell' acqua; sì tosto, che la calamita comincerà ad attrarre il ferro, questo muoverà verso quella, ed ella muoverà verso il ferro, e quando s'incontrano, si arresteranno l'un l'altro, e resteranno attaccati insieme senza alcun moto. Ciò prova, che le velocità, con cui s'incontrano, sono reciprocamente proporzionali alla quantità della materia solida, ch'è in cadaun corpo; e che la calamita attraendo a sè il ferro, ne riceve ella stessa altrettanto di moto, prendendo questa parola in senso Filosofico rigoroso, (*c*) quanto ella ne comunica al ferro; imperciocchè fu dichiarato di sopra, esser'un'effetto della percossa di due corpi, che s'eglino s'incontrano con velocità reciprocamente proporzionali a' rispettivi corpi, saranno arrestati dal concorso, se non se la loro elasticità li metta in un nuovo moto: ma se incontransi con qualche altra velocità, riterranno qualche moto, dopo l'incontro. (*d*) L'ambra, il vetro, la cera spagna, ed altre sostanze acquistano per istroffinamento una Potenza, che per esser rimarcabile particolarmente nell'ambra, è detta elettrica. Con questa Potenza, durante qualche tempo dopo lo stroffinamento, attraggono a sè de' corpi leggieri, se sono portati entro la Sfera della loro Attività. Dall' altra parte Mr. Boyle ha trovato, che se un pezzo d'ambra sospendasi da una cordella in una perpendicolar positura, ella stessa sarà portata verso il corpo, su'l qual'è stata fregata, se questo corpo le sarà posto vicino.

a *Cap. 3. §. 6.*

b *Nevv. Princ. Phil. Lib. 3. prop. 7. coroll. 1.*

c *Ved. Lib I. Cap. 1. §. 25.*

d *Ibid. §. 5. e 6.*

no. Così nella calamita, come ne'corpi elettrici noi ascriviamo ordinariamente la Potenza ad un corpo particolare, la cui presenza noi troviamo necessaria per produrre l'effetto. La calamita, ed un pezzo di ferro attireranno l'un l'altro, ma in due pezzi di ferro non si osserva ordinariamente alcun tal'effetto: noi chiamiamo dunque questa Potenza attrattiva la Potenza della calamita: sebbene vicino alla calamita due pezzi di ferro ancora si attireranno l'un l'altro. In simil guisa lo strofinamento dell'ambra, del vetro, o di altri simili corpi, sin'a tanto, che comincino a riscaldarsi, essendo necessario per produr qualche azione tra questi corpi, ed altre sostanze, noi ascriviamo la Potenza elettrica a questi corpi. Ma in tutti questi casi a parlare correttamente, e a non estender oltre a quello che vediamo, il senso delle nostre espressioni; noi potiamo dir solamente, che la vicinanza della calamita, e di un pezzo di ferro è accompagnata da una Potenza, da cui sono spinti l'un verso l'altro, la calamita, e il ferro; e che lo strofinamento de'corpi elettrici fa nascer'una Potenza, onde questi corpi, ed altre sostanze scambievolmente si attraggono. Così noi dobbiamo intender' ancora nella Potenza della gravità, che due corpi vengono ad avvicinarsi uno all'altro per l'azion di questa Potenza. Quando il Sole attrae un Pianeta, il Pianeta ancora attrae il Sole; ed il moto, che riceve il Pianeta dal Sole, sta al moto che il Sole stesso riceve, come la quantità della materia solida nel Sole sta alla quantità della stessa nel Pianeta. Sin'ora per cagione di brevità, in parlando di queste forze, le abbiamo generalmente ascritte al corpo, ch'è meno mosso, come quando chiamiamo la Potenza attrattiva del Sole, quella, che agisce tra il Sole, ed un Pianeta; ma a parlar correttamente, noi dovremmo piuttosto chiamarla in tutti li casi la forza, che agisce tra il Sole, e la terra, tra il Sole, e Giove, tra la terra, e la Luna, &c. imperciocchè tutti e due li corpi sono mossi da una Potenza, che opera tra di loro, nella stessa maniera, che quando due corpi sono legati insieme da una cordella, se questa cordella o inumidita, o altrimenti venga a restringersi, e con ciò li corpi abbiano ad approssimarsi, ella comunicherà ad ambedue lo stesso grado di moto, e li farà accostarsi insieme con velocità reciprocamente proporzionali ai rispettivi corpi. Da questa scambievole azione tra il Sole, e li Pianeti ne segue, com' è stato innanzi osservato, (*a*) che il Sole, e li Pianeti muovono ciascun' intorno al lor comun centro di gravità. H rappresenti il Sole (nella fig 108.) B un Pianeta, C il lor comun centro di gravità. Se questi corpi fossero un tempo in quiete, per la loro scambievole attrazione si approssimerebbero l'uno all'altro con tali velocità, che il lor comun centro di gravità resterebbe in quiete, e li due corpi infine s' incontrerebbero in questo punto. Se il Pianeta B ricevesse un'impulso, come nella direzione della linea B, questo impedirebbe li due

a *Cap.* 2. §. 8.

cor-

corpi dal concorrer' insieme, ma il lor comun centro di gravità sarebbe portato in moto nella direzione della linea C F equidistante da B E. In questo caso il Sig. Cav. Is. Nevvton prova. (*a*) che il Sole, e il Pianeta descriverebbero intorno il loro comun centro di gravità orbite similari, nel mentre il centro procederebbe con un moto uniforme su la linea C F; e così il sistema de' due corpi muoverebbe tutto col centro di gravità senza fine. Ma per trattenere il sistema in un medesimo luogo, sarebbe necessario, che quando il Pianeta ricevesse il suo impulso nella direzione BE, il Sole ancora ne ricevesse un'altro per la parte opposta, talchè il centro di gravità C si arrestasse senza alcun moto; imperciocchè se questi cominciassero una volta a muoversi, senza dar' alcun moto al loro comun centro di gravità, questo rimarrebbesi mai sempre fisso.

a *Nevv. Princ. Lib. 1. prop.63.*

11. Con questo può intendersi, in qual maniera l'azione tra il Sole, e li Pianeti è scambievole. Ma noi dimostrammo qui innanzi, (*b*) che la Potenza, la qual'agisce tra il Sole, e li Pianeti, è perfettamente della stessa natura con quella, che agisce tra la terra, e li corpi nella sua superfizie, o tra la terra, e le sue parti, e con quella, che agisce tra li Pianeti Primarj, e li loro Secondarj; dunque tutte queste azioni debbono ascriversi alla stessa causa. (*c*) Egli è stato altresì provato, che in differenti Pianeti la forza dell'azion del Sole sopra ciascuno di quelli alla medesima distanza, è proporzionale alla quantità della materia solida nel Pianeta; (*d*) dunque la riazione di ciascun Pianeta sopra del Sole alla medesima distanza, o il moto, che il Sole riceverebbe da ciascun Pianeta, è ancora proporzionale alla quantità della materia nel Pianeta; ch'è quanto dire, che questi Pianeti alla medesima distanza agiranno su lo stesso corpo con gradi di forza proporzionali alla quantità della materia solida di ciascuno.

b §. 8.

c *Ved. Introd.* §. 23.

d §. 4. 5.

12. In appresso diduce il nostro Autore da ciò, chè è stato ora provato, quest'altra conseguenza non men sorprendente, ch'elegante; che ciascuna delle particelle, di cui li corpi del Sole, e de' Pianeti sono formati, esercita la sua Potenza di gravitazione con la medesima legge, e nella stessa proporzione alla distanza, che li corpi grandi, che sono da quelle composti. A questo fine egli dimostra primieramente, che se un globo fosse composto di parti, che attraesero quelle di qualche altro corpo reciprocamente in proporzion duplicata delle loro distanze, tutto il globo attirerebbe le stesse in proporzion reciproca duplicata delle loro distanze dal centro del globo; purchè il globo fosse in tutto d'una densità uniforme. (*e*) E da questo il nosto Autore diduce il rovescio, che se un globo agisce sopra corpi distanti, con la legge testè specificata; e la Potenza del globo nasca dall' eser quello composto di particole attrattive; ciascuna di queste sarà attraente con la medesima proporzione. (*f*) La maniera di dedur questo, non è spie-

e *Nevv. Princ. Phil. Lib. 1. prop. 74.*

f *ibid. corol. 3.*

gata

gata per esteso dal nostro Autore, ma ella si è, come segue. Si suppone, che un globo agisca sopra le particole di un corpo, fuori di esso, costantemente in proporzion reciproca duplicata delle loro distanze dal suo centro, e perciò alla medesima distanza del globo, da qualsisia lato si trovi il corpo, il globo agirà egualmente sopra di lui. Ora poichè se le parti, di cui il globo è composto, agissero sopra quelle di fuori in proporzion duplicata reciproca delle loro distanze, tutto il globo agirebbe sopra di loro nella maniera, ch' egli fa; ne segue, che se le particole del globo non hanno alcune di loro questa proprietà, alcune debbano agir più forte, alcune più debolmente di quel che porta la detta proporzione: e se questa è la condizione del globo, è chiaro, che quando il corpo attratto è in una tal situazione rispetto al globo, che in maggior numero le particole più fori siano più vicine ad esso, sarà il corpo attratto più efficacemente; che quando girando il globo, una maggior quantità delle parti deboli sarà la più vicina al corpo, sebbene la distanza del corpo rimanga la medesima dal centro del globo. Il che è contrario a ciò, ch'è stato dapprincipio osservato, che il globo da tutti li suoi lati opera con la medema forza alla stessa distanza. Quindi apparisce, che nissun'altra costituzione del globo si può accordare con questo.

13. Da queste proposizioni si raccoglie ancora, che se tutte le parti di un globo attirano tutte le parti di un' altro nella proporzione tante volte mezionata, il globo attraente agirà sopra l'altro nella stessa proporzione alla distanza tra il centro del globo, che attrae, ed il centro di quel, ch'è attratto; (*a*) e dippiù, che questa proporzione tiene ancora, sebbene o un de' globi, o tutti, e due siano composti di parti dissimilari, alcune più rade, altre più dense; purchè solamente tutte le parti dello stesso globo egualmente distanti dal centro siano omogenee. (*b*) E ciò ancora, se due globi si attraggono scambievolmente l'un l'altro. (*c*) Il che tutto mette fuori di contraddizione, che questa proporzione ha luogo, con tanta esattezza appresso, o in vicinanza della superfizie de' globi attraenti, quanto alle maggiori distanze da essi loro.

a Lib. 1. prop 75 & Lib. 3. prop. 8.
b Lib 1. prop. 76
c ib. coroll. 5.

14. Così il nostro Autore, senza una pomposa presunzione di spiegar la cagione della gravità, vi ha fatto un passo importantissimo, dimostrando, che questa Potenza ne' corpi maggiori dell'Universo deriva dalla medesima Potenza posta in ciascuna particola della materia, che li compone; e in conseguenza, che questa proprietà non è men, che universale a qualunque materia, sebben questa Potenza sia troppo piccola per produrre qualche visibil' effetto su' piccoli corpi, tra' quali noi siamo, mercè la loro scambievol' azione d'un sopra l'altro. (*d*) Nelle Stelle fisse in vero non abbiamo una prova particolare, che abbiano questa Potenza; imperciocchè non abbiamo apparenze per dimostrare

d Ved. L. 3. prop. 7. Coroll. 1.

ſtrare, che o agiſcano con queſta forza, o ſiano con queſta legge all'altrui azione ſoggette. Ma poichè queſta Potenza ſi trova appartenere a tutti li corpi, ſu' quali ſi eſtendono le noſtre oſſervazioni; e vediamo, ch'ella non è alterata da cangiamento alcuno nella forma de'corpi, ma che gli accompagna coſtantemente in qualunque forma, ſenza diminuzione, reſtando ſempre proporzionale alla quantità della materia ſolida di ciaſcun d'eſſi; una tal Potenza dee dunque ſenza dubbio appartenere univerſalmente a tutta la materia.

15. Ella è dunque queſta una Legge Univerſale della materia; che ſi raccomanda non meno per eſſer' ella così piana, e ſemplice, che per le ſorprendenti diſcoperte, a cui ella ci porta. Con queſto Principio noi conoſciamo il peſo differente, che uno ſteſſo corpo avrà ſu la ſuperfizie del Sole, e di diverſi Pianeti; e col medeſimo noi potiamo giudicare della compoſizione di queſti corpi celeſti, e ſapere la denſità di ciaſcuno; qual'è formato di una più compatta, e qual di una più rara ſoſtanza. Gli averſarj di queſta Filoſofia riflettano quì, ſe caricando queſto Principio con l'appellazione di una qualità occulta, o di perpetuo miracolo, o con altri termini di diſprezzo, queſto ſia baſtante per ritrarci dal coltivarlo: poichè queſta qualità, ch'eſſi chiamano occulta, ci porta a conoſcere tali coſe, che ſarebbe ſtata riputata follìa da ciaſcuno, prima che ſi diſcopriſſero, fino il congĥietturare, che le noſtre facoltà aveſſero giammai ad arrivar così lungi.

16. Vediamo, quanto naturalmente ſiegua tutto ciò da' Principj antecedenti in que' Pianeti, che hanno ſatelliti, moventi intorno a loro. Per mezzo dei tempi, in cui queſti Satelliti formano le loro rivoluzioni, comparati con le loro diſtanze dal ſuo riſpettivo Primario, ſi conoſcerà la proporzione tra la Potenza, con cui un Primario attrae li ſuoi Satelliti, e la forza, con cui un'altro attrae li ſuoi; e la proporzione della Potenza, con cui un Pianeta attrae il ſuo ſecondario, alla Potenza, con cui attrae un corpo nella ſua ſuperfizie, ſi determina comparando la diſtanza del Pianeta ſecondario dal centro del ſuo Primario, con la diſtanza della ſuperfizie di queſto dal centro ſteſſo: e quindi ſi ricava la proporzione tra la Potenza della gravità nella ſuperfizie di un Pianeta, e la gravità, ch'è nella ſuperfizie di un'altro. Per un ſimil metodo di comparar li tempi periodici di un Pianeta Primario intorno al Sole, con la rivoluzione di un Satellite intorno al ſuo Primario, può trovarſi la proporzione della gravità, o del peſo di un corpo ſopra la ſuperfizie del Sole, alla gravità, o al peſo dello ſteſſo corpo ſopra la ſuperfizie del Pianeta, che porta in giro il Satellite.

17. Con queſte ſorte di computo ſi ritrova, che il peſo di uno ſteſſo corpo, ſopra la ſuperfizie del Sole, ſarà 23. volte incirca così grande, ch'egli è quì ſopra la ſuperfizie della terra, ma 10. volte incirca, quanto ſopra la ſuperfizie di Giove; e preſſo a 19. volte, quanto ſopra la ſuperfizie di Saturno. (*a*)

[a] *Nevv. Princ. Lib. 3. prop. 8. corol. 3.*

18. La quantità della materia, che compone ciascun di questi corpi, è proporzionale alla Potenza, che hanno sopra d'un corpo ad una data distanza. In questa maniera si trova, che il Sole contiene 1067. volte quanto di materia è in Giove; Giove 158. $\frac{1}{2}$ volte, quanto ve n'ha nella terra; e 2. $\frac{1}{2}$ volte, quanto ve n'è in Saturno. (*a*) Il diametro del Sole è circa 92. volte il diametro della terra; quel di Giove 9. e quel di Saturno 7. volte incirca.

a *Ibid. coroll. 2.*

19. Comparando la quantità della materia in questi corpi, e le loro grandezze, si trova, che da' loro diametri si deducono realmente le loro densità rispettive: essendo la densità di ciascun corpo misurata dalla quantità della materia, contenuta sotto una stessa mole, com'è stato di sopra rimarcato. (*b*) Così trovasi, che la terra è 4. volte e $\frac{1}{4}$ più densa di Giove; Saturno ha una densità tra $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$ di quella di Giove; ma il Sole ha una quarta parte solamente della densità della terra. (*c*) Dal che il nostro autore ricava questa considerazione; che il Sole è rarefatto dal suo gran calore, e che dei tre Pianeti nomati il più denso è più vicino al Sole, che il più raro; siccome era ragionevole l'aspettare, che li corpi più densi ricercassero maggior calore, per agitar' e metter' in moto le loro parti; ma al contrario li Pianeti, che sono più rari, sarebbero stati resi inutili al lor' uffizio, se fossero stati esposti al calor dei più densi. Così l'acqua de' nostri Mari, rimossa che fosse alla distanza di Saturno dal Sole, rimarrebbesi in un perpetuo agghiacciamento; e s'ella fosse vicina al Sole, quanto Mercurio, non sarebbe, che continuamente bollire. (*d*)

a *Lib. 3. Cap. 4. §. 2.*
c *Ibid. coroll. 2.*
d *Ibid.*

20. Le densità dei tre Pianeti Mercurio, Venere, e Marte, che non hanno Satelliti, non possono assegnarsi espressamente; ma da quello si trova negli altri, è probabilissimo, ch'essi pure abbiano una tal differenza di gradi in densità, che universalmente il Pianeta più vicino al Sole, sia fatto d'una sostanza più fissa.

CAPITOLO VI.

Delle Parti Fluide dei Pianeti.

QUesto globo, che noi abitiamo, è composto di due parti, di terra solida, che ci dà il fondamento, per sostentarvici, e di Mari, ed altre acque, che somministrano le piogge, e li vapori necessarj per render la terra fruttifera, e produttiva di quello, che si ricerca per lo sostentamento della vita. E che la Luna, sebbene Pianeta Secondario, sia composta in somigliante guisa, generalmente si crede, per li differenti gradi di luce, che appariscono nella sua superfizie; supponendosi fluide le parti del Pianeta, che riflettono una luce debole, ed imbeonsi de' raggj del Sole, mentre più copiosamente li riflet-

riflettono le parti solide. Alcuni invero non riconoscono per concludente quest'argomento; ma che si possano distinguere, o no le parti fluide dal resto nella superfizie della Luna, nondimeno è probabilissimo, che vi si dia una tal differenza di parti, e con più di ragione ancora potiamo ascriver lo stesso agli altri Pianeti Primarj, che rassomigliano ancora più la nostra terra. Questa è ancora circondata da un'altro fluido, ch'è l'aria; e abbiamo già rimarcato, che probabilmente il resto de'Pianeti è circondato da qualche cosa di simile. Queste parti fluide in particolare impegnano l'attenzione del nostro Autore, e per la ragione di alcune rimarcabili differenze particolari ad esse, e per certi effetti ancora, ch'esse fanno sopra tutti li corpi, a cui appartengono.

2. E'stato di già trattato de'fluidi in generale, per rapporto all'effetto, che fanno su li corpi solidi moventi per entro ad essi, (*a*) ora dobbiamo considerarli per rapporto all'operazione della Potenza di gravità sopra di loro. Da questa Potenza son'eglino resi pesanti, come tutti gli altri corpi, in porporzione della quantità di materia, che in essi è compresa. E in ogni quantità di un fluido, le parti di sopra premono quelle di sotto, quanto un corpo solido preme un'altro, su cui giace. Ma io considererò quì particolarmente un'effetto della pressione de' fluidi su'l fondo del vase, entro a cui son contenuti. La forza sostenuta dal fondo di un tal vase non è semplicemente il peso della quantità del fluido nel vase; ma è eguale al peso di quella quantità del fluido, che sarebbe contenuta in un vase dello stesso fondo, e di una larghezza eguale per tutta l'estension del vase, quando questo fosse riempito alla medesima altezza, che quella, a cui è riempito il vase proposto. Supponete, che l'acqua contenuta nel vase A B C D (fig. 109.) lo riempia all'altezza E F. Quì egli è manifesto, che se una parte del fondo, come G H, ch'è direttamente sottoposta a qualche parte dello spazio E F, si consideri separatamente, apparirà insieme, che questa parte sostiene il peso di tanto fluido, quanto perpendicolarmente le sta di sopra all'altezza di E F; cioè a dire, menandosi le due perpendicolari G I, ed H K; la parte G H del fondo sostenterà tutto il peso del fluido rinchiuso tra queste due perpendicolari. E dippiù, io dico, che ogni altra parte del fondo egualmente larga, che questa, sosterrà pure un'egual pressione. La parte L M sia supposta della stessa larghezza, che G H. Quì menandosi le perpendicolari L O, ad M N, la quantità dell'acqua contenuta tra queste perpendicolari non è sì grande, che quella contenuta tra le perpendicolari G I, ed H K; ciò non ostante, io dico, che la pressione sopra L M sarà eguale a quella sopra G H. Ciò apparirà dalle seguenti considerazioni. Egli è evidente, che se fosse rimossa la parte dal vase tra O, ed N, l'acqua incontinenti ne scorrerebbe fuori, e si abbasserebbe la superfizie E F;

a Lib. 1.

impercioCChè essendo tutte le parti dell'acqua egualmente gravi, ella deve immantinenti comporsi a nivello, se non ne sia impedita dalla forma del vase, che la contiene. Dunque poichè all'acqua non è permesso il levarsi dal lato NO del vase, egli è manifesto, ch' ella premerà contro NO con qualche grado di forza. E con altre parole, l'acqua tra le perpendicolari LO, ed MN fa sforzo per estendersi con un certo grado di forza; o parlando più giusto, l'acqua ambiente preme questa colonna, e tende a farla crescer'ad una maggior lunghezza. Ma poichè questa colonna d'acqua è sostenuta tra NO, ed LM, ciascuna di queste parti del vase sarà egualmente premuta dalla Potenza, con cui questa colonna fa sforzo per estendersi. In conseguenza LM sostiene questo sforzo oltre il peso della colonna d'acqua tra LO, ed MN. Per conoscer'il grado di questa forza espansiva, sia rimossa la parte ON del vase, e si prolunghino le perpendicolari LO, ed MN; indi per mezzo di un cannello piantato sopra NO, l'acqua s'infonda tra queste perpendicolari fino a PQ altezza eguale ad EF. Quì l'acqua tra le perpendicolari LP, MQ è di un'altezza eguale a quella della superfizie più alta dell'acqua nel vase; dunque l'acqua nel vase non può con la sua pressione forzarla a salir più alto, nè questa colonna abbassarsi; perchè se ciò fosse, si elevarebbe l'acqua nel vase ad un'altezza maggiore, che l'altra. Ma quindi egli segue, che il peso dell'acqua contenuta tra PO, e QN è una bilancia giusta alla forza, con cui la colonna tra LO, ed MN procura di estendersi. Così la parte LM del fondo, che sostien questa forza, e il peso dell'acqua tra LO, ed MN, è premuta da una forza eguale al peso unito dell'acqua tra LO, ed MN; e di quella tra PO, e QN: val'a dire, ella è premuta da una forza eguale al peso di tutta l'acqua contenuta tra LP, ed MQ. E questo peso è eguale a quello dell'acqua contenuta tra GI, ed HK, ch'è il peso sostenuto dalla parte GH del fondo. Ora ciò verificandosi di ciascuna parte del fondo DC, egli è evidente, che se un'altro vase RSTV si faccia d'un fondo eguale al fondo BC, e sia per tutta la sua altezza d'una medesima larghezza, quando questo vase si riempia d'acqua così alto, che n'è riempito il vase ABCD, li fondi di questi due vasi saranno da una egual forza premuti. Se il vase fosse più largo alla sommità, che al fondo, è manifesto, che il fondo sosterrà la pressione di tanto fluido, quanto ve n' ha perpendicolarmente sopra di esso, e li lati del vase sosterranno il resto. Questa proprietà de'fluidi è un corollario d'una propos. del nostro autore; (a) d'onde ancora egli diduce gli effetti della pressione de'fluidi su li corpi, che in quelli si trovano: e sono, che ciascun corpo più grave d'un fluido, andrà a fondo del vase, in cui si contiene il fluido; e nel fluido peserà quanto il proprio peso eccede quello d'una quantità eguale del fluido; un corpo, che non si può comprimere, della stessa densità,

a Lib. 2. propof. 2. coroll. 2.

che

che il fluido, resterà ovunque si ponga nel fluido, senza patir la minima mutazione o nel luogo, o nella figura, dalla pression di un tal fluido, e non vi sarà più alterato, che le parti stesse del fluido. Ma ogni corpo, di minor densità del fluido, nuoterà nella superfizie di questo, e una parte solamente ne verrà ricevuta dentro il fluido. La qual parte sarà egual nella mole ad una quantità del fluido, il cui peso sia eguale al peso di tutto il corpo; imperciocchè in tal modo le parti del fluido sotto al corpo soffriranno un' egual pressione a quella, cui sostiene ogni altra parte del fluido, tanto sotto della superfizie, quanto son queste.

3. In appresso, per rapporto all'aria, noi abbiamo fatta menzione di sopra, com'essendo l'aria, che circonda la terra, un fluido elastico, la Potenza della gravità farà sopra di lei quest'effetto, che le parti più basse verso la superfizie della terra, siano più compatte, e compresse insieme dal peso dell'aria, che le sovrasta, che le parti più alte, le quali sono premute da una minor quantità d'aria, e perciò sostengono un minor peso. (*a*) E' stato ancora osservato, che il nostro autore ha stabilita una regola per computar' il grado esatto della densità nell' aria a tutte le altezze dalla terra. (*b*) Ma qui è da considerarsi distintamente un'altro effetto, che nasce dall'esser l'aria premuta dalla Potenza di gravità. Essendo l'aria elastica, e in uno stato di compressione, ogni corpo tremolante propagherà il suo moto per l'aria, e vi ecciterà vibrazioni, che diffondendosi da questo corpo, si estenderanno a grandi distanze. Questa è la causa efficiente del suono; imperciocchè questa sensazione è prodotta dall' aria, che conforme le sue vibrazioni, percuote l'organo dell' udito. Come questa materia era estremamente difficile, così il successo del nostro grande Autore è maraviglioso.

a *Cap.* 4. § 17.
b *ibid.*

4. Io m'ingegnerò di spiegar' alquanto diffusamente la sua dottrina su quest' articolo. Ma antecedentemente a questo si dee dimostrare ciò, che in generale egli ha esposto della pressione propagata per gli fluidi, e ciò ancora, ch'egli ha provato intorno a quel moto simile all' onde, che si vede su la superfizie dell' acqua, allorchè resta agitata dal gettarvi dentro qualche cosa, o dal moto reciproco di un dito, ec

5. In ordine alla prima di queste cose, egli è provato, che la pressione diffondesi per gli fluidi non solo avanzando a drittura in linee rette, ma ancora lateralmente, pressocchè con una stessa forza, e facilità. Del che si propone un'esempio comune nello sperimento; ch' è, di agitar la superfizie dell'acqua con un moto reciproco del dito innanzi, e indietro solamente; imperciocchè sebbene il dito non le dia alcun moto circolare, pure le onde eccitate nell' acqua, si diffonderanno da ciascun lato della direzione del moto, e circonderanno il dito ben tosto. Nè quello, che osserviamo ne'suoni, è differente da questo,

ſto, che non ſi avanzano ſolo in linee rette, ma odonſi, quantunque una montagna vi ſia frappoſta, e quando entrano in una camera per una parte di eſſa, ſi ſpargono per tutti gli angoli; nè già per rifleſſione dalle muraglie, come alcuni ſi ſono immaginati, ma per quanto il ſenſo può giudicare, direttamente dalla parte, per cui entrano.

6. Come le onde vengano ad eccitarſi nella ſuperfizie di un'acqua ſtagnante; ſi può concepire così. Suppoſta in qualche luogo l'acqua elevata ſopra del reſto in forma di una piccola collinetta, l' acqua immediatamente ſi abbaſſerà, e farà levarſi quella, che la circonda, ſopra il nivello delle parti più rimote, a cui il moto non può eſſer comunicato per più lungo tempo. E dippiù l' acqua col profondarſi acquiſterà, come tutti li corpi in cadendo, una forza, che la porterà più in giù del nivello della ſuperfizie, finchè infine la preſſione dell'acqua ambiente prevalendo, ella ſi alzerà di nuovo, e ciò con forza eguale a quella, con cui diſcendeva, che la porterà ancora ſopra il nivello. Ma frattanto l'acqua ambiente, prima innalzata, calerà, come quella faceva, profondandoſi ſotto al nivello; e così facendo, non ſolo ſi leverà l'acqua, che prima abbaſſavaſi, ma quell'ancora appreſſo, ch'è fuori di eſſa. Coſicchè al preſente oltre la prima collinetta, avremo un'annello, che la circonda, a qualche diſtanza pur'elevato ſopra il piano della ſuperfizie, e tra di loro l'acqua s'abbaſſerà ſotto il rimanente della ſuperfizie. Dopo di queſto, la prima collinetta, e la nuova formata intorno a guiſa d'annello, diſcenderanno; elevandoſi l'acqua tra di loro, che prima era depreſſa, e così pure la parte aggiacente della ſuperfizie di fuori. Così verranno a ſpargerſi ſucceſſivamente quelle onde in forma d'annelli un fuori dell' altro. Imperciocchè come la collinetta profondandoſi produce un'annello, e queſto cadendo fa ſorger la collinetta, ed un ſecondo annello; così la collineta, ed il ſecondo annello profondandoſi inſieme, ſorgono il primo, ed un terzo annello; indi queſto primo, ed il terzo annello abbaſſandoſi, ſorgono la prima collinetta, il ſecondo, ed un quarto annello; e così di continuo, finchè il moto per gradi ſi eſtingue. Ora egli è dimoſtrato, che queſti annelli aſcendono, e diſcendono nella maniera, che fa un pendolo; diſcendendo con un moto continuamente accelerato finchè reſtano a nivello con la ſuperfizie piana del fluido, ch'è la metà dello ſpazio, per cui diſcendono; ed eſſendo nuovamente ritardati per que'gradi ſteſſi, ond'erano prima accelerati, finchè reſtano depreſſi ſotto della ſuperfizie piana, quanto innanzi vi erano al di ſopra ellevati: egli è ancora dimoſtrato, che queſt'aumentazione, e diminuzione di velocità ſi fa co'gradi ſteſſi, che quelli di un pendulo, che ſcorre per una cicloide, e la cui lunghezza foſſe una quarta parte della diſtanza tra le due onde aggiacenti; e dippiù, che ad ogni annello di nuovo prodotto, ciaſcuna volta, un pendulo d' una lunghezza quattro volte eguale

eguale alla prima, cioè eguale all'intervallo tra le sommità delle due onde, compisce una oscillazione. (*a*)

7 Ora questo ci apre la strada ad intender'il moto susseguente ai tremori dell'aria, eccitati dalle vibrazioni de' corpi risuonanti; il che dobbiamo concepire, che si faccia nel modo seguente.

a Vid. Nevvt. Lib. II. Prop. 46.

8. Nella fig. 110. A, B, C, D, E, F, G, H rappresentino una serie di particole dell'aria, a distanze eguali fra di loro: I K L una corda musicale, di cui mi servirò per un corpo tremolante, e sonoro, per render' il concetto più semplice, che si può. Supponete questa corda distesa tra li punti I, ed L, e a forza tenuta nella situazione I K L, cosicchè nel suo punto di mezzo K ella divenga contigua alla parte A: poi comincj a ritrarsi da questa situazione premendo contro A, che con ciò sarà posto in moto verso B; ma le parti A, B, C essendo equidistanti, la Potenza elastica, per cui B fugge A, eguaglia la Potenza, con cui egli scappa da C, e da questa vien bilanciata; dunque la forza elastica, onde B è respinto da A, non porrà B in alcun grado di moto, finchè A è portato dal moto della corda più vicino a B, di quel che B è a C; ma tosto, che ciò sia fatto, la parte B resterà mossa verso C, e fatta approssimarsi a C, farà muover' anche questa; la quale con questo avanzamento similmente metterà in moto D; e così seguitando; dunque la parte A essendo mossa dalla corda, le parti seguenti dell'aria B, C, D, ec. resteranno successivamente mosse. In oltre, se il punto K della corda muove innanzi con una velocità accelerata, talchè la parte A muova contro B di un passo avanzante, e guadagni terreno a questa, approssimandosi sempre di vantaggio, A coll'approssimarsi premerà più contro B, e le darà ancora più della velocità, per la ragione, che quanto diminuisce la distanza tra le parti, tanto cresce la Potenza elastica, per cui si fuggono una l'altra. Quindi la particola B non men, che A, avrà il suo moto accelerato per gradi, e in questa maniera si approssimerà sempre più a CE, per la stessa cagione C si approssimerà sempre più a D; e così delle altre. Ora supponete, poichè l'agitazione di queste particole si è dimostrato, ch'è successiva, e che segue una l'altra, ch' E sia la più lontana particola, che vien mossa, nel mentre la corda muove dalla sua situazion curva I K L, a quella di una linea retta, come I K L; ed F la prima, che rimane senza moto, ma solo in punto di esser mossa lei pure. Allora le particole A, B, C, D, E, F, G, quando il punto K è mosso in K, avranno acquistata la disposizione, rappresentata dai punti aggiacenti a, b, c, d, e, f, g, in cui *a* è più vicino a *b*, che *b* a *c*, e *b* più vicino a *c*, che *c* a *d*, e *c* più vicino a *d*, che *d* ad *e*, e *d* più vicino ad *e*, ch' *e* ad *f*, e finalmente *e* più vicino ad *f*, che *f* a *g*.

9. Ma avendo poi la corda ricuperata la sua situazion rettilinea I K L, ne verrà alterato il moto, che indi ne segue; imperciocchè il punto

to K, il quale prima avanzava con un moto sempre più accelerato, sebben con la forza, che ha acquistata, continuerà a muover dello stesso modo, che innanzi, finchè sia avanzato pressocchè tanto innanzi, quanto era prima rimosso indietro; ciò non ostante il moto di esso resterà da quì in poi diminuito. L'effetto di questo su le particole a, b, c, d, e, f, g sarà, che quando la corda si sarà il più lungi avanzata, e sarà per tornar indietro, queste particole si troveranno collocate in una contraria disposizione; cosicchè *f* sarà più vicina a *g*, che *e* ad *f*; ed *e* più vicina ad *f*, che *d* a *e*; e così delle altre, finchè arriviate alle prime *a*, *b*, la cui distanza sarà allora o prossimamente, o del tutto quella di prima. Il che tutto si farà più palese nel modo, che segue. La distanza di presente tra *a* e *b* è tale, che la Potenza elastica, con cui *a* rispinge *b* è abbastanza forte, per conservar questa distanza, sebbene *a* avanza con la velocità, con cui la corda riassume la sua figura retta, ed il moto della particella *a* essendo dipoi più lento, l'elasticità presente tra *a*, e *b* sarà più di quella, ch'è sufficiente per conservar la distanza fra di loro. Dunque nel mentre quest' accelera *b* ritarderà *a*. La distanza *b c* diminuirà sempre, finchè *b* divenga incirca così prossima a *c*, che quella al presente lo è ad *a*; imperciocchè dopo, che le distanze *a b*, *b c* sono rese eguali, la particella *b* continuerà nella sua velocità superiore a quella di *c*, per la sua potenza d'inattività; finchè l'aumento di elasticità fra *b*, e *c* maggiore, che fra *a*, e *b*, sopprima il suo moto; imperciocchè come la potenza d' inattività in *b* fa necessaria una maggior' elasticità dal canto di *a*, che dal canto di *c* per far' avanzare *b*, così quello, che di moto *b* ha acquistato, lo conserverà per la stessa potenza d' innatività, finchè venga soppresso da una elasticità maggiore dal canto di *c*, che dal canto di *a*. Ma sì tosto, che *b* comincia a rallentar'il passo, la distanza di *b* da *c* si dilaterà, quanto era prima la distanza *a b*. Ora come *a* agisce sopra di *b*, così farà *b* sopra *c*, *c* sopra *d*, ec., talchè le distanze tra tutte le parti, a, b, c, d, e, f, g saranno successivamente ristrette alla distanza di *a* da *b*, e quindi di nuovo dilatate. Ora perchè il tempo, in cui la corda descrive questa metà presente della sua vibrazione è incirca eguale a quello, ch' ella metteva in descriver la prima; le parti *a*, *b* staranno tanto in dilatar la loro distanza, quanto prima in accorciarla, e ritorneranno prossimamente alla loro primiera distanza. E dippiù, le parti *b*, *c*, che non cominciano ad approssimarsi sì tosto, che *a*, *b*, stanno incirca altrettanto, prima di cominciar' a scostarsi; e così le parti *c*, *d*, le quali cominciando ad approssimarsi dopo *b*, *c*, cominciano ancora a separarsi dopo. Quindi apparisce, che le parti, la cui distanza cominciò a diminuirsi, quando quella di *a*, *b* primieramente cresceva, cioè le parti *f*, *g* sarebbero incirca alla loro più vicina distanza, quando *a*, e *b* avessero ricuperato il loro primo intervallo. Così le parti *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g* avranno

can.

cangiata la loro prima ſituazione nella maniera, che ſi è aſſerito. Ma inoltre, come le parti *f*, *g*, o F, G ſi approſſimano per gradi un' all' altra, muoveranno pure per gradi le parti ſuccedenti a tanta diſtanza, che hanno fatto le parti A, B per una ſimil' approſſimazione. Coſicchè quando la corda abbia fatto il ſuo più grande avanzamento, arrivata alla ſituazione I K L, le parti per eſſa moſſe avranno la diſpoſizione ſegnata dai punti α, β, γ, δ, ϵ, ζ, η, θ, λ, μ, ν, ξ; dove α, β, ſono alla diſtanza originale delle parti nella linea A H; ζ, η ſono le più vicine di tutte, e la diſtanza $\nu\xi$ è eguale a quella fra α, e β.

10. Nel tempo, che la corda I K L comincia a ritornare, e la diſtanza tra le parti α, β ad eſtenderſi alla ſua grandezza originale, α ha perduta tutta quella forza, che aveva acquiſtata dal ſuo moto, ora eſſendo in quiete; e perciò tornerà con la corda, facendo la diſtanza fra α, e β maggior, che la naturale: imperciocchè β non ritornerà sì toſto, perchè il moto, con cui ſi avanza, non è ancora ſoppreſſo del tutto, non eſſendo la diſtanza $\beta\gamma$ ancora dilatata alla ſua prima dimenſione; ma il ritorno di α, col diminuirſi la preſſion, che naſce dalla ſua elaſticità, ſopra β, farà, che il moto di β ſia arreſtato in breve tempo dall' azione di γ, e quindi β comincerà a ritornar indietro: al qual tempo la diſtanza fra γ, e δ dall' azion ſuperiore di δ ſopra β ſarà allargata alla dimenſione della diſtanza $\beta\gamma$, e perciò incontinenti dopo a quella di $\alpha\beta$. Così egli appariſce, che ciaſcuna di queſte parti continua ad avanzar col moto finchè la ſua diſtanza dalla precedente è eguale alla original ſua diſtanza; mentre tutta la ſerie α, β, γ, δ, ϵ, ζ, η, ha un moto d' ondeggiamento, con cui avanza, e ch' è arreſtato per gradi dall' eccesſo della potenza eſpanſiva delle parti antecedenti ſopra quella delle poſteriori. Così ſono queſte parti ſucceſſivamente arreſtate, com' erano per lo innanzi moſſe; coſicchè quando la corda ha ricuperata la ſua ſituazion retta, l' eſpanſion delle parti d'aria avrà sì lungi avanzato, che l' intervallo $\zeta\eta$, che al preſente è il più riſtretto, ſarà quindi reſtituito alla ſua natural lunghezza; le diſtanze fra η, e θ, fra θ e λ, λ, μ, μ, e ν, ν, e ξ eſſendo ſucceſſivamente riſtrette alla preſente diſtanza di η da ζ, e di nuovo ampliate, talchè lo ſteſſo effetto ſarà prodotto ſu le parti al di là di $\zeta\eta$, per la dilatazione della diſtanza fra queſte due parti, ch' era prodotto ſu le parti α, β, γ, δ, ϵ, ζ, η, θ, λ, μ, ν, ξ, dall' eſſerſi allargata la diſtanza $\alpha\beta$ alla ſua natural' eſtenſione. E perciò il moto nell' aria ſi eſtenderà d' una metà più, che al preſente, e la diſtanza fra, ν, e ξ ſi riſtringerà a quella, che al preſente è fra ζ, ed η, prendendo tutte le parti dell' aria in moto la diſpoſizione, eſpreſſa nella fig. III. dal punto α, β, γ, δ, ϵ, ζ, η, θ, λ, μ, ν, ξ, π, ρ, σ, τ, φ; in cui le parti da α a ξ hanno le loro diſtanze una dall' altra per gradi diminuite, eſſendo le diſtanze fra le parti $\nu\xi$ riſtrette al maggior grado dalla natural diſtanza fra di loro, e la diſtanza α, β,

altrettanto aumentata, e quella tra le parti di mezzo ζ, η divenendo egual'alla naturale. Le parti π, ρ, σ, τ, ϕ, che vengono dietro a ξ, hanno le loro distanze per gradi sempre maggiori, mentre le parti ν, ξ, π, ρ, σ, τ, ϕ, sono disposte, come le parti a, b, c, d, e, f, g, o come le parti ζ, η, θ, λ, μ, ν, ξ nella prima figura. Quì sarà inteso da ciò, che si è innanzi spiegato, che le parti ζ η essendo nella loro natural distanza una dall'altra, la parte ζ è in quiete, mentre le parti ϵ, δ, γ, β, α, tra d'esse, e la corda si muovono indietro, e il rimanente delle parti η, θ, λ, μ, ν, ξ, π, ρ, σ, τ si muove innanzi; ciascuna delle parti fra η, ξ movendo più presto, che quella, che immediatamente la segue; ma ciascuna di quelle fra ξ, e ϕ movendo per l'opposto indietro più presto di quelle, che la precedono.

11. Ma avendo poi la corda ricuperata la sua figura retta, sebbene continuerà a rinculare, finchè ritorni alla sua prima situazione IKL, pure vi sarà un cangiamento nel suo moto; talchè dove ella ritornava dalla situazione IKL con un moto accelerato. Del qual cangiamento l'effetto su le parti dell'aria sarà questo. Come dal moto accelerato della corda, α contigua ad essa moveva più presto di β, onde l'intervallo $\alpha\beta$ diveniva più grande, che l'intervallo $\beta\gamma$, e quindi β similmente moveva più presto di γ, e la distanza fra β, e γ era resa maggiore, che la distanza fra γ, e δ, e così delle altre, ora il moto di α essendo diminuito, β la raggiugnerà, e la distanza fra α, e β sarà ridotta a quella, che al presente è fra β, e γ, l'intervallo fra β, e γ essendosi allargato alla presente distanza tra α, e β; ma quando l'intervallo fra β e γ, è cresciuto a quello, ch'è di presente fra α, e β, la distanza fra γ, e δ sarà allargata alla presente distanza fra γ, e β, e la distanza fra δ, ed ϵ alla distanza presente fra γ, e δ, e così del resto. Ma la corda sempre più rallentandosi, la distanza fra α, e β sempre più si farà minore; e in conseguenza di questo la distanza fra β, e γ sarà di nuovo contratta, prima alla sua presente dimensione, e poi ad uno spazio più angusto; mentre l'intervallo γ δ si dilaterà a quello, ch'è al presente fra α, e β, e tosto, che sia tanto dilatato, ristrignerassi di nuovo. Così per l'espansione, e contrazione reciproca dell'aria fra α, e ζ per quel tempo, che la corda ha acquistata la situazione I K L, l'intervallo ζ η sarà dilatato alla distanza presente fra α, e β; e per questo tempo ancora la distanza presente di α, da β sarà ristretta al naturale intervallo tra queste parti; imperciocchè questa distanza starà incirca tanto tempo a ristringersi, quanto ne aveva impiegato in dilatarsi; poichè la corda starà tanto a ritornar dalla sua figura retta, quanto è stata a ricuperarla dalla sua situazione I L. Questo è il cangiamento, che si farà nelle parti fra α, e ζ. Quanto a quelle fra ζ, e ξ, e perchè ciascuna parte antecedente avanza più presto di quella, che immediatamente la segue, la distanza loro sarà successivamente dilatata a quella, che al presente è fra ζ ed η. E tosto, che

due

due parti sono arrivate alla lor naturale distanza, quella, che è più di dietro sarà arrestata, e immediatamente dopo ritornerà, essendo la distanza tra le parti ritornanti maggior della naturale. E questa dilatazion di distanza giungerà tanto lungi, per quel tempo, che la corda ritorna alla sua prima situazione IKL, finchè le parti ν ξ si saranno scostate alla loro naturale distanza. Ma la dilatazione di ν ξ farà ristringer l'intervallo φ τ a quello, che di presente è fra ν, e ξ, e la contrazion di distanza fra queste due parti τ, e φ porrà in agitazione una parte dell'aria, che è al di là, cosicchè quando la corda è ritornata alla situazion IKL, avendo compita un'intera vibrazione, le parti di aria mosse prenderanno la disposizione, espressa dai punti l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, vv, x, y, z, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8; dove l, m sono nella natural distanza delle parti, la distanza m, n è maggiore di l, m, ed n, o maggiore di m, n, e così seguitando, finchè arriviate a q, r, la più grande di tutte; e quindi le distanze grado a grado diminuiscono non solo fino alla natural distanza, come vv, x, ma finchè siano contratte, quanto era prima ξ π; il che aviene ai punti 2 3, d'onde le distanze di nuovo crescono, finchè si giunga ad una parte d'aria, che resti intatta.

12. Questo è il moto, in cui l'aria è posta, mentre la corda fa una vibrazione, e tutta la lunghezza dell'aria così agitata nel tempo di una vibrazion della corda, dal nostro Autor'è chiamata la lungezza di un polso. Quando la corda fa un'altra vibrazione, non solamente continuerà ad agitar l'aria di presente in moto, ma stenderà la pulsazione dell'aria altrettanto più, e per gli gradi stessi di prima. Imperciocchè quando la corda ritorna alla sua situazion retta IKL, lm sarà ristretto alla sua più gran contrazione, qr, che ora è nello stato della sua maggior dilatazione, sarà ridotto alla sua naturale distanza, li punti vv, x, che ora sono nella loro distanza naturale, saranno nella lor più grande distanza; 2, 3, che ora hanno la maggior contrazione, verranno allargati alla distanza loro naturale; e li punti 7, 8 ridotti allo stato più ristretto: e la contrazion loro porterà l'agitazione dell'aria tanto al di là di essi, quanto questo moto era portato dalla corda, quando ella dapprincipio moveva dalla situazione IKL alla sua retta figura. Quando la corda passa alla situazione IκL, lm ricupererà la sua natural dimensione, qr sarà ridotto al suo stato di massima contrazione, vvx portato alla sua natural dimensione, la distanza 2 3 alla sua ultima lunghezza, e li punti 7, 8 avranno ricuperata la distanza loro naturale; e così restituiti agiteranno l'aria a tanta lunghezza al di là di essi, a quanta ella moveva innanzi di là della corda, quando arrivò primieramente alla situazion IκL. Quando la corda è di nuovo tornata indietro alla sua situazion retta, lm sarà nella sua estrema dilatazione, qr di nuovo rimesso alla sua distanza naturale, vvx ridotto al suo stato della maggior contrazione, 2 3 ricupererà la sua dimension naturale, e

7 8 sarà nel suo stato di massima dilatazione. Col qual mezzo l' aria sarà mossa tanto di là de' punti 7, 8, quanto lo era di là dalla corda, quando prima tornava indietro alla sua retta situazione; imperciocchè le parti 7, 8 sono state cangiate dal loro stato di quiete, e dalla loro naturale distanza in uno stato di contrazione, e quindi sono passate a ricuperare la lor natural distanza, e dopo questo a dilatarla; nella stessa maniera, che le parti contigue alla corda erano prima agitate. In ultimo luogo, quando la corda è restituita alla situazione I K L, le parti di aria da l a δ acquisteranno la loro presente disposizione, e il moto dell' aria si estenderà tanto più oltre. E accadrà il medesimo al fine d' ogni vibrazion della corda.

13. In ordine a questo moto del suono, dimostra il nostro Autore, come si fa a computarne la velocità, o in qual tempo esso giungerà ad una proposta distanza dal corpo sonoro. A questo fine egli ricerca, che si conosca l'altezza dell' aria, che sia d' una stessa densità, che le parti quì alla superfizie della terra, e la qual' equivalesse nel peso a tutta la soprastante atmosfera. Questo è da trovarsi con il barometro, o col termometro comune. In questo stromento sta incluso del mercurio in una canna di vetro vuota, e turata esattamente alla sommità. Il fondo è aperto, ma immerso nel mercurio contenuto in un vase scoperto all'aria. Quando la parte inferior della canna è immersa, si prende mira, che tutta la canna sia piena di Mercurio, e che non vi s' insinui dell'aria. Lo stromento essendosi così disposto, e stando il Mercurio nella canna più alto, che nel Vase, se la sommità di quella si aprisse, il fluido sì tosto precipiterebbe dalla canna di vetro, finchè si trovasse a nivello con quel del Vase. Ma essendo turata la sommità della canna, talchè l'aria, che ha tutta la libertà di premer' il Mercurio nel Vase, non può far nulla su quello, ch' è nella canna, il Mercurio nella canna rimarrà sospeso a tal' altezza, da bilanciar la pressione, che fa l' aria su 'l Mercurio del Vase. Egli è quì evidente, che il peso del Mercurio nella canna di vetro equivale alla pressione di tant' aria, quanta ve n' ha di perpendicolare sopra il vuoto della canna; imperciocchè se la canna viene aperta, onde l' aria vi possa entrare, il Mercurio non valerà più a sostener la pressione dell' aria esterna; perchè il Mercurio nella canna, come si è di già osservato, s' abbasserà a nivello con quel di fuori. Quindi dunque se si conosca la proporzione tra la densità del Mercurio, e dell' aria, che respiriamo, potiamo saper qual' altezza di un' aria tale formerebbe una colonna eguale nel peso alla colonna del Mercurio dentro la canna di vetro. Quando il Mercurio è sostenuto nel barometro all' altezza di 30. pollici, l' altezza di una tal colonna d' aria sarà incirca 29725. piedi; imperciocchè in questo caso l' aria ha incirca $\frac{1}{870}$ della densità dell' acqua, e la densità del Mercurio eccede quella dell'acqua incirca 13 volte, cosicchè la densità del Mercurio eccede quella dell' aria

11850

11890. volte incirca; e così tante volte 30. pollici fanno 29725. piedi. Ora il Cav. If. Nevvton determina, che mentre un pendulo della lunghezza di questa colonna facesse una vibrazione, lo spazio, a cui qualche suono si sarebbe mosso, avrà a questa lunghezza la medesima proporzione, che ha la circonferenza di un circolo al suo diametro, ch'è la proporzione incirca di 355. a 113. *(a)* Solo considera quì il nostro Autore semplicemente il progresso, che fa il suono nell'aria per gradi di parte in parte nella maniera, che abbiamo spiegata, senza considerar la grandezza di queste parti. E sebbene ricerca tempo per far propagare il moto da una parte all'altra, nondimeno egli si comunica a tutta una stessa parte in un'istante: qualunque proporzione per tanto la grossezza di queste parti abbia alla loro distanza d'una dall'altra, nella stessa proporzione sarà più veloce il moto del suono. In oltre l'aria, che respiriamo, non è semplicemente composta di parti elastiche, da cui il suono è inviato, ma in parte di vapori, che sono d'una natura differente; e nel computare il moto del suono dobbiamo trovar l'altezza di una colonna di quest'aria pura solamente, il cui peso fosse eguale al peso del Mercurio nella canna del barometro, e quest'aria pura essendo una parte solamente di quella, che respiriamo, la colonna di quest'aria pura sarà più alta, che 29725. piedi. Su queste due considerazioni il moto del suono si trova esser' incirca 1142. piedi in un secondo di tempo, o presso a 13. miglia in un minuto, laddove per il computo proposto di sopra, non muoverebbe che per 979. piedi in un secondo

a Princ. Phil. L. II. prop. 49.

14. Osserveremo quì, che da queste dimostrazioni del nostro Autore ne viene, che tutti li suoni acuti, o gravi muovono egualmente presto, e che il suono è velocissimo, quando il Mercurio è alla maggior' altezza nel barometro.

15. E tanto basterà delle apparenze, che sono cagionate in questi fluidi dalla loro gravitazione verso la terra. Essi gravitano ancora verso la Luna; imperciocchè nell' ultimo capo è stato provato, che la gravitazione tra la terra, e la Luna è reciproca, e che questa gravitazione di tutti li corpi proviene da quella Potenza, che agisce in tutte le loro parti; cosicchè ciascuna parte della Luna gravita verso la terra, e ciascuna parte della terra verso la Luna. Ma la gravitazione di questi fluidi verso la Luna non produce alcun sensibil' effetto, fuorchè solamente nel Mare, in cui ella cagiona il flusso.

16. Che li flussi dipendano dalle influenze della Luna, ella è stata opinion ricevuta per tutta l'antichità, e non vi ha invero la minor' ombra di ragione, per supporre altrimenti, considerando quanto stabilmente accompagnano il corso della Luna. Sebbene poi come la Luna li cagionasse, e per quai principj ella fosse capace di produrre un' apparenza così distinta, è stato un secreto lasciato da sviluppare a questa Filosofia; la quale insegna, che non vi ha parte solamente la Lu-

na,

na, ma che il Sole ancora ne ha una considerabile nella loro produzione; sebben siano stati generalmente attribuiti all'altro Luminare, perchè il suo effetto è maggiore, e perciò li flussi seguono più immediatamente il suo moto; mentre il Sole discuopre il suo influsso più con l'ingrandire, o minorar la Potenza della Luna, che con effetti distinti. Il nostro Autore ritrova, che la Potenza del Sole a quella della Luna ha la proporzione incirca di 4.½ ad 1. Egli lo ricava dalle osservazioni fatte all'imboccatura del Fiume Avon, tre miglia da Bristol, del Capitano Sturmey, ed a Plymouton del Sig. Colepresse dell'altezza, a cui l'acqua s'innalza nella congiunzione, ed opposizione de' luminari, comparata con la sua elevazione, quando la Luna è nei quarti; la prima essendo cagionata dalle azioni unite del Sole, e della Luna, e l'altra dalla differenza loro, come si mostrerà nel proseguimento.

17. Che il Sole produca su'l mare un'effetto simile a quel della Luna, è manifesto; poichè il Sole, come la Luna attrae ciascuna particola di quelle, che compongono la terra. E poichè nei due luminari la Potenza di gravità è reciprocamente in proporzion duplicata della distanza, non attraggono tutte le parti dell'acque nella stessa maniera; ma su le più vicine si adoperano con maggior forza, che su le più lontane, producendo per questa inegualità un moto irregolare. Ora procureremo di mostrare, come le azioni del Sole, e della Luna, combinate insieme producono tutte le apparenze, che ne' flussi si osservano.

18. Per cominciare, il lettore si risovverrà di quello, ch' è stato detto di sopra, che se la Luna senza il Sole descrivesse un'orbita concentrica alla terra, l'azione del Sole farebbe l'orbita ovale, e porterebbe la Luna più appresso alla terra ne' Plenilunj, Novilunj, che nei quarti. (*a*). Il nostro eccellente Autore osserva, che se invece di una Luna si supponga un'anello L di une contigue, e che occupino tutta l'orbita della Luna, la sua dimostrazione avrebbe sempre luogo, e proverebbe, che le parti di quest'anello passando dai quarti alla congiunzione, o all'opposizione, avrebbero un moto accelerato, e di nuovo sarebbero ritardate passando dalla congiunzione, o dalla opposizione al prossimo quarto. E come quest'effetto non dipende dalla grandezza dei corpi, di cui è composto l'anello, sarebbe lo stesso, sebbene la grandezza di queste Lune diminuisse tanto, e crescesse il lor numero, finchè elleno formassero un fluido. (*b*) Ora la terra gira continuamente intorno al suo proprio centro, facendo con ciò la vicenda del giorno, e della notte, nel mentre con la sua rivoluzione ciascuna parte della terra è successivamente portata verso il Sole, e indi allontanata di nuovo nello spazio di 24. ore. E come l'Oceano gira insieme con la terra stessa in questo moto diurno, egli rappresenterà in qualche maniera un tal'anello fluido.

a *Cap.* 3. §. 8.

b *Nevv. Princ. Phil. L.* 1. *prop.* 66. *coroll.* 18.

19 Ma

19. Ma come l'acqua dell'Oceano non gira con tanto di velocità, che la porti intorno al centro della terra nel circolo, ch'ella descrive, senza esser sostenuta dal corpo della terra; sarà necessario considerar l' acqua sotto tre differenti casi. Il primo caso suppone, che l'acqua muova col grado di velocità, ricercato a portar'un corpo intorno al centro della terra, sciolto da essa, in un circolo alla distanza del semi. diametro della terra, come un'altra Luna. Il secondo caso è, che le acque non facciano, che un giro intorno l'asse della terra nello spazio di un mese, tenendo uno stesso passo con la Luna; cosicchè tutte le parti dell'acqua conservino sempre la medesima situazione, rispetto alla Luna. Il terzo caso sarà il solo reale delle acque, che muovono con una velocità tra queste due, nè così presto, che nel primo caso si ricerca, nè così lentamente, che nel secondo.

20. Nel primo caso, le acque, come il corpo, a cui fossero eguali in velocità, sarebbero portate per l'azion della Luna più vicine al centro, sotto, e opposte alla Luna, che quando si trovassero nelle parti di mezzo verso levante, o ponente. Che un tal corpo alterasse così la sua distanza per l'azion della Luna sopra di lui, è manifesto per quello è stato detto di simili mutazioni nel moto della Luna, prodotte dal Sole. (*a*) E il calcolo mostra, che la differenza tra la massima, e la minima distanza di un tal corpo non passerebbe di molto $4\frac{1}{2}$ piedi. Ma nel secondo caso, dove tutte le parti dell'acqua conservano la medesima situazione continuamente, rispetto alla Luna, il peso di queste parti sotto, e opposte alla Luna sarà diminuito dall'azion della Luna, e le parti di mezzo tra queste, avranno il lor peso aumentato: ciò facendosi appunto nella stessa maniera, che il Sole diminuisce l'attrazion della Luna verso la terra, nella congiunzione, e opposizione, ma l'aumenta nei quarti. Imperciocchè come la prima di queste conseguenze dall' azion del Sole sopra la Luna è cagionata dall' esser la Luna più attratta dal Sole nella congiunzione, che la terra, e meno di questa nella opposizione; e perciò nel comun moto della Luna, e della terra, la Luna avanza verso il Sole in un caso troppo presto, e nell'altro è come lasciata indietro: così la terra non avrà le sue parti di mezzo attratte verso la Luna così efficacemente, come le più vicine, e nondimeno più efficacemente, che le più rimote: e perciò poichè la terra, e la Luna muovono ciascun mese intorno al lor comun centro di gravità, (*b*) nel mentre la terra muove intorno questo centro, sarà prodotto lo stesso effetto su le parti dell'acqua più vicine a questo centro, o alla Luna, che la Luna risente dal Sole, quando è in congiunzione, e l'acqua dalla parte contraria della terra riceverà quell'impression dalla Luna, che questa dal Sole; quando è in opposizione; (*c*) val'a dire, in tutti e due li casi il peso dell'acqua, o la sua propensione verso il centro della terra, sarà diminuita. Le parti di mezzo tra que-

ste

a §. 8.

b C. 4. 3. §. 5.

c C. 4. 3. §. 17.

ste avranno il lor peso aumentato, per esser premute verso il centro della terra per la direzione obbliqua dell'azion della Luna sopra di loro alla sua azione sopra il centro della terra, appunto come il Sole accresce la gravitazion della Luna nei quarti per la stessa cagione. (*a*) Ora egli è manifesto, che dove il peso della medesima quantità d'acqua è minore, ella vi sarà accumulata; nel mentre le parti, che hanno il maggior peso, si abbasseranno. Dunque in questo caso non vi sarebbe flusso, o quell'alternativa di sollevarsi, e abbassarsi l'acqua, ma l'acqua stessa prenderebbe una figura bislunga, il cui asse prolungato passerebbe per la Luna. Per il computo del Cav. If. Nevvton, l'eccesso di quest'asse sopra il diametro perpendicolare ad esso, val'a dire, dell'altezza dell'acque sotto, e opposte alla Luna, in confronto della loro altezza nel mezzo tra questi luoghi verso levante, o ponente, cagionata dalla Luna, è di piedi incirca $8\frac{1}{3}$.

a *Ibid.*

21. Così la differenza dell'altezza in quest'ultima supposizione è poco meno, che due volte la differenza, ch'è nella precedente. Ma il caso dell'Oceano è di mezzo fra queste due: imperciocchè un corpo, che si aggiri intorno al centro della terra alla distanza di un semidiametro, senza premer su la superfizie della terra, dee formare il suo periodo in meno, che un'ora, e mezza, laddove la terra non gira, che una volta al giorno; e nel caso, che le acque andassero di un passo con la Luna, non farebbero il suo giro, che dentro un mese: cosicchè il moto reale dell'acque è tra li moti ricercati in questi due casi. E dippiù, se le acque si raggirassero così velocemente, che nel primo caso ricercasi, il loro peso sarebbe affatto tolto via dal lor moto; imperciocchè questo caso suppone, che il corpo muova in maniera ravolgendosi in un circolo, intorno la terra per la Potenza di gravità, senza premer punto su la terra, che il suo moto sostenga il suo peso. Ma se la Potenza di gravità fosse stata solamente $\frac{1}{289}$ parte di ciò, ch'ella è, il corpo sarebbesi mosso, senza premer su la terra, e sarebbe stato in giro sì lungamente, che la terra stessa. In conseguenza il moto della terra toglie dal peso dell'acqua nel mezzo tra li poli, dove il suo moto è velocissimo $\frac{1}{289}$ parte del suo peso, e non più. Poichè dunque nel primo caso il peso dell'acque dev'essere intieramente tolto dal loro moto, e per il moto reale della terra, esse ne perdono solamente $\frac{1}{289}$ parte; dal moto dell'acqua si scemerà così il lor peso, che la loro figura sarà molto più vicina a rassomigliare il caso, in cui andassero di un passo con la Luna, che l'altro. Dopo tutto, se le acque movessero con la velocità necessaria a condurre un corpo intorno il centro della terra alla distanza del suo semidiametro, senza esser portato su la sua superfizie, l'acqua andrebbe più lenta sotto la Luna, e s'innalzerebbe secondo, che movesse con la terra verso levante, finchè giungesse a mezzo il viaggio verso il luogo opposto alla Luna, d'onde di nuovo si abbasserebbe, finchè arri-

arrivasse all'opposizione, ove diverrebbe così lenta, che prima; appresso s'innalzerebbe di nuovo, finchè giungesse alla metà del viaggio nel luogo sotto la Luna; e quindi ella si abbasserebbe, finchè pervenisse la seconda volta sotto la Luna. Ma nel caso, che l'acqua vada di un passo con la Luna, ella sarebbe più alta, dove nell'altro caso è più bassa, e più bassa, dove nell'altro è più alta; dunque essendo il moto diurno della terra fra li moti di questi due casi, farà cadere il luogo più alto dell'acqua tra li siti della massima altezza, ch'ella avrebbe in quei casi. L'acqua passata che sia dal luogo sotto la Luna per qualche tempo s'innalza, ma di bel nuovo discende prima di giungere alla metà del viaggio verso la parte opposta, e arriverà alla sua minor'altezza prima, che divenga apposta alla Luna; poi ella s'innalzerà di nuovo, continuando così, finchè abbia passato il luogo opposto alla Luna, ma si abbasserà prima di giunger'al mezzo tra il luogo opposto alla Luna, e quello sotto ad essa; e finalmente arriverà al suo luogo più basso prima di giungere la seconda volta sotto la Luna. Se A (nelle fig. 112. 113. 114.) rappresenti la Luna, B il centro della terra, l'ovale CDEF nella fig. 112. rappresenterà la situazione dell'acqua nel primo caso; ma se l'acqua andasse di un passo con la Luna, la linea CDEF nella fig. 113. rappresenterebbe la situazione dell'acqua: ma la linea CDEF rappresenta la medesima nel moto reale dell'acqua, come ell'accompagna la terra nella sua diurna rivoluzione; C, ed E essendo in tutte queste figure li luoghi, dove l'acqua è più bassa, D, e F li luoghi, dove è più alta. Conforme questa determinazione si trova, che su le spiaggie più esposte all'alto mare, l'acqua alzata ordinariamente si abbassa incirca tre ore dopo, che la Luna ha passato il Meridiano di ciascun luogo.

22. Questo basti in generale per ispiegar la maniera, in cui la Luna opera su li mari. In oltre è da osservare, che questi effetti sono massimi, quando la Luna è sopra l'equator della terra, (*a*) cioè, quando ella riluce perpendicolarmente su le parti della terra, che sono nel mezzo tra li poli. Imperciocchè se la Luna fosse collocata sopra uno de' poli, non farebbe alcun'effetto su l'acque, per farle ascender', e discendere. Cosicchè quando la Luna dichina dall'equatore, verso uno, o l'altro de' poli, la sua azione dev' essere alquanto diminuita, e ciò a misura, ch'ella si scosta. Li flussi parimenti saranno maggiori, quando la Luna è più vicina alla terra, essendo allora più forte la sua azione.

a *Ved. §. 44. di sot.*

23. Tanto dell'azion della Luna. Che il Sole eziamdio produca lo stesso effetto, sebbene in un minor grado, ella è una cosa troppo facile, per ricercarne una particolar'esplicazione; ma come innanzi si è avvertito, essendo quest'azione del Sole più debole, che quella della Luna, ciò farà, che li flussi appartengano più prossimamente al cor-

so della Luna, e che l'azion del sole si dimostri principalmente con l' accrescere, o diminuire gli effetti dell'altro Luminare. Il che fa che li flussi più alti si trovino circa la congiunzione, e la opposizione de' luminari, essendo allora prodotti dall'azion loro unita, e li più deboli verso li quarti della Luna: perchè la Luna in questo caso sollevando l' acque, quando il Sol le deprime, e deprimendole, ove il Sole le innalza, l'azion più forte della Luna è in parte rintuzzata, e indebolita da quella del Sole. Il nostro Autore computa, ch'il Sole aggiungerà pressocchè due piedi all'altezza dell'acqua nel primo caso, e altrettanti ne sottrerrà nel secondo. In qualunque modo, li flussi in ambedue si conformano con la stessa ora della Luna. Ma in altro tempo tra la congiunzione, od opposizione, e li quarti, il tempo si scosta da questo mentovato, verso l'ora, in cui dal Sole si alzerebbe l'acqua, sebbene si tenga sempre più vicino all'ora della Luna, che del Sole.

24. In oltre hanno li flussi qualche altra varietà per la situazione de' luoghi, dove succedono, verso settentrione, o mezzo giorno. pP (nella fig. 115.) rappresenti l'asse, su cui la terra fa la sua rivoluzione diurna, hpHP rappresenti la figura dell'acqua, e nBND sia un globo iscritto in questa figura. Supposto, che la Luna si avanzi dall' equatore verso il Polo di tramontana, cosicchè hH asse della figura dell'acqua pAHPEh inchini verso il suddetto polo N; prendete qualche luogo, come G, più vicino al polo di tramontana, che di mezzo giorno, e dal centro della terra C tirate CGF; GF dinoterà l'altezza, a cui l'acqua per il flusso s'innalza, quando la Luna è sopra dell'orizonte; nello spazio di dodeci ore avendo la terra compita la metà del suo giro intorno l'asse, il luogo G sarà rimosso a *g*, ma l'asse hH avrà ritenuto il suo luogo, conservando la sua situazione, rispetto della Luna, al più non si sarà mosso più di quello abbia fatto la Luna in questo tempo, che ora non è necessario porre in considerazione. Ora in questo caso l'altezza dell'acqua sarà eguale a *gf*, che non è così grande, che GF. Ma dove GF è l'altezza nell'alta marea, quando la Luna è sopra l'orizonte, *gf* sarà l'altezza della medesima, essendo la Luna sotto l'orizonte. L'opposto succede verso il polo di mezzo giorno, imperciocchè KL è minore di *kl*. Quindi è provato, che quando la Luna dichina dall'equatore, in que' luoghi, che sono dalla stessa parte dell'equatore con la Luna, li flussi sono maggiori, quando la Luna è sopra l'orizonte, che quando ella è sotto; e che l'opposto succede dall'altro lato dell'equatore.

25. Ora con questi principj si possono spiegare tutte le apparenze, che conosciamo, nei flussi; solamente con l'assistenza di questa nuova rimarca, che il moto di fluttuazione, che l'acqua ha nel flusso, e nel riflusso, è di una durevol natura, e continuerebbe per qualche tempo sebben cessasse l'azione dei due luminari; imperciocchè questo fa, che

la

la differenza tra li flussi quando la Luna è sopra l'orizonte, e gli stessi, quando ella è sotto, non sia così grande, che la regola stabilita ricercherebbe. Ciò parimenti fa, che li massimi flussi non cadano esattamente nei Plenilunj, e Novilunj ma uno, o due flussi dopo; come a Bristol, e a Plymouth succedono dopo il terzo.

26. Questa dottrina dimostra ancora, perchè l'alta marea non conviene coi Plenilunj, e Novilunj, e la bassa coi quarti; ma ancora perchè addiviene, che la più alta marea succeda verso gli equinozi; poichè li luminari sono allora uno di essi sopra l'equatore, e l'altro non lungi. Egli apparisce ancora, perchè le basse maree, che gli accompagnano, sono le minori di tutte; imperciocchè il Sole continuando sempre sull'equatore, continua ad aver la massima Potenza per diminuir l'azione della Luna, e questa ne' suoi quarti essendo sì lungi scostata verso uno de' poli, ha con ciò la sua Potenza indebolita.

27. Dippiù essendo più forte l'azion della Luna, quando è vicina alla terra, che quando n'è più lontana, se la Luna, quando è nuova, sia supposta alla sua minor distanza dalla terra, ella ne sarà alla maggior distanza, quando è piena; quindi è, che due delle alte maree più grandi non si succederanno mai l'una all'altra immediatamente.

28. Perchè il Sole nel suo passaggio dal solstizio d' inverno a quel della state si allontana dalla terra, e passando dal Solstizio della state a quello d'inverno, le si accosta, e perciò è più vicino alla terra innanzi l' equinozio di Primavera, che dopo, ma più vicino dopo l'equinozio d'autunno, che innanzi; li massimi flussi più sovente precedono l'equinozio di primavera, di quel, che lo seguano; e nell'equinozio d'autunno per lo contrario più sovente lo seguono, di quello che lo precedano.

29. L'altezza, a cui l'acqua cresce nell'Oceano aperto, corrisponde assai bene ai mentovati calcoli; imperciocchè com'è dimostrato, l' acqua nell'alta marea crescerebbe all'altezza di 10. od 11. piedi, e nella bassa a 6, o 7.: e secondo questo, negli Oceani Pacifico, Atlantico, Etiopico nelle parti fuori dei Tropici, l'acqua si osserva alzarsi circa 6, 9, 12, o 15. piedi. Nell'Oceano, Pacifico questa elevazione si dice esser più grande, che negli altri, come dev' essere, per la ragione della vasta estensione del mare. Per la stessa ragione, nell' Oceano Etiopico dentro li tropici l'acqua ascende più, che al di fuori per la ragione della ristrettezza dell'acqua fra le coste dell'Africa, e le parti più meridionali dell'America. E le Isole in tali mari angusti, se sono lungi dai lidi, hanno flussi minori, che le costiere. Ora in que' porti, dove l'acqua corre con una gran violenza, ai passi dei fiumi, e alle secche, la forza, ch'ella con ciò acquista, la porterà ad un' assai maggior'altezza, cosicchè la farà ascender', e discendere sino a 30, 40, o anche 50. piedi, e più; di che abbiamo esempj a Plymouth, e nella Severna vicino a Chepstovv; a S. Michele, e Auranches in Nor-

mandia ; a Cambay , e Pegù nell' Indie Orientali .

30. In oltre, li flussi stanno considerabilmente a passare per li luoghi lunghi, ristretti, e di poco fondo. Così li flussi, che si fanno su le coste Occidentali dell'Irlanda, e su le coste di Spagna alla terza ora dopo il passaggio della Luna per il Meridiano, nei porti Orientali verso il Canal Brittannico succedono più tardi, e come l'alta marea accade in questo canale sempre più, e più tardi, così questo flusso mette 12. ore intiere ad arrivare al ponte di Londra.

31. In ultimo luogo, possono li flussi arrivare ad uno stesso porto da differenti Mari, e siccome possono esser opposti fra di loro, e diversamente incontrarsi, produrranno effetti particolari. Supposto, che il flusso da un mare venga ad un porto alla terza ora dopo il passaggio della Luna per il Meridiano del luogo; ma che da un'altro Mare impieghi sei ore di più nel suo passaggio; quì un flusso farebbe alzar l'acqua, mentre ella si abbasserebbe per l'altro; cosicchè quando la Luna è sopra l'equatore, e li due flussi sono eguali, non vi sarebbe affatto nè crescer, nè calare dell'acqua; imperciocchè quanto di acqua vien rimosso da un flusso, altrettanto ne sarebbe supplito dall'altro. Ma quando la Luna dichina dall'equatore, dalla stessa parte, dove si trova il porto situato, abbiamo dimostrato, che dei due flussi dell'Oceano, che si fanno ogni giorno, quello, che si fa, quando la Luna è sopra l'Orizonte, è maggiore dell'altro. Dunque in questo caso, come ciascun giorno arrivano quattro flussi a questo porto, li due più grandi vi arriveranno alla terza, e alla nona ora dopo il passaggio della Luna per il Meridiano, e li due minori alla decima quinta, e alla ventesima prima. Così dalla terza alla nona ora più di acqua sarà in questo porto per li due flussi massimi, che dalla nona alla decima quinta, o dalla ventesima prima alla terza seguente, dove l'acqua è portata da un grande, e da un piccolo flusso; ma vi sarà ancora portato più di acqua da questi flussi, che quella si troverebbe tra li due flussi più piccoli, cioè tra la decima quinta ora, e la ventesima prima. Dunque nel mezzo tra la terza, e la nona ora, o verso il tramontar della Luna, l'acqua crescerà alla sua maggior'altezza; tra la nona, e la decimaquinta, o anche tra la ventesima prima, e la terza seguente, ella avrà un'altezza mezzana; e sarà bassissima tra l'ora decimaquinta, e ventunesima, ch'è al levar della Luna. E per tanto l'acqua non avrà quì che un' alta marea, ed una bassa in ciascun giorno. Quando la Luna è dall'altra parte dell'equatore, l'alta marea si convertirà nella bassa, e la bassa nell'alta; questa accadendo al levar della Luna, e quella al tramontare. Ora questo è il caso del porto di Batsham nel Regno di Tunquin nell'Indie Orientali, al qual porto vi sono due entrate, una tra il continente, e l'Isole Manillas, e l'altra tra il continente, e Borneo.

32. La cosa da considerarsi in appresso, è l'effetto, che cotesti flui-
di

di dei Pianeti fanno su le parti solide de' corpi, a cui appartengono. E in primo luogo io dimostrerò, ch'era necessario per riguardo di questi fluidi, si formassero li corpi de' pianeti d'una figura alquanto differente da quella di un globo perfetto. E ciò perchè la diurna rivoluzione, che la nostra terra fa intorno al suo asse, ed il moto simile, che noi vediamo in qualche altro pianeta (il che è una sufficiente convinzione, che tutti facciamo lo stesso) diminuirà la forza, con cui li corpi sono attratti in tutte le parti delle lor superfizie, salvo che ai poli, su cui quelli si aggirano. Così una pietra, o altra sostanza pesante, che si trovi su la superfizie della terra, per la forza, ch'ella riceve dal moto comunicatole dalla terra, se il suo peso non la impedisse, continuerebbe questo moto in una linea retta dal punto, in cui lo ricevesse, e secondo la direzione, in cui si trovasse, val'a dire, in una linea, che toccherebbe la superfizie in quel punto; di sortecchè ella muoverebbe dalla terra in quella maniera, in cui un peso legato ad una corda, e girato attorno si sforza continuamente di allontanarsi dal centro del moto, e incontinenti lo farebbe, se venisse sciolto dalla corda, che lo ritiene. E in oltre, come la forza centrifuga, con cui un tal peso si distende dal centro del moto, è tanto più grande, quanto è maggior la velocità, con cui esso muove; così un corpo tale, qual si è quì supposto, su la terra scapperebbe ad esa con tanto più di forza, quanto fosse maggior la velocità, con cui movesse quella parte della superfizie della terra, su cui quello posa, val'a dire, quanto più fosse lontana dai poli. Ora la Potenza della gravità basta per impedire, che li corpi in questa maniera siano portati via dalla terra in qualunque parte di essa; comunque sia egli è chiaro, che avendo li corpi uno sforzo contrario a quello della gravità, sebben'assai più debole di questo, il loro peso, ch'è il grado di forza, con cui sono premuti verso la terra, verrà con ciò a diminuire, e sarà tanto più diminuito, quanto è maggiore lo sforzo contrario; ovvero in altre parole, il medesimo corpo peserà più ad uno dei poli, che sopra ogni altra parte della terra; e se un corpo venga rimosso da un polo verso l'equatore, egli perderà più, e più del suo peso, e sarà meno pesante, che ovunque, nell'equatore, cioè nel mezzo tra li poli.

33. Ora è facile applicar questo alle acque del mare, e mostrar, che l'acqua sotto li poli preme più efficacemente verso la terra, che all'equatore, o vicino a questo; e in conseguenza quella, che preme meno, deve dar luogo, finchè ne trova per ricever'una maggior quantità, che con l'aggiunta del suo peso possa metter'il tutto in bilancia. Per illustrar questo più particolarmente, mi servirò della fig. 116. sia in questa un circolo A C B D, per la cui rivoluzione intorno il diametro A B venga a formasi un globo, che rappresenti il globo solido della terra. Supposto questo globo coperto d'acqua da tutti li lati alla mede-

sima

sima altezza, per esempio di E A, o di B F, alla qual distanza il circolo E G F H circonda il circolo A C B D; è evidente, che se il globo della terra è in quiete, l'acqua, che lo circonda, sarà in questa situazione. Ma se il globo si aggiri incessantemente sopra il suo asse A B, e l'acqua pure abbia lo stesso moto, è ancora evidente da quello è stato detto, che l'acqua tra li circoli E H F G, e A D B C, non rimarrà molto nella presente situazione, le sue parti fra H, e D, e fra C, e G diventando per questa rivoluzione meno pesanti, che le parti fra E, ed A, e fra B, ed F: cosicchè l'acqua su li poli A, e B deve per necessità abbassarsi, e accumularsi in D, e C, finchè una maggior quantità in queste ultime parti supplisca al difetto del suo peso. Questo sarebbe il caso, se fosse il globo tutto coperto d'acqua. E la medesima figura conserverebbesi ancora nella superfizie, se qualche parte dell'acqua aggiacente al globo in ogni sua parte si convertisse in terra solida, come è evidente, nè ha bisogno di prova; perchè rimanendo le parti dell''acqua in quiete, è la stessa cosa, sia, che continuino nello stato di esser facilmente separabili, che le fa dinominar fluide, o che vengano consolidate insieme, onde formino un corpo duro; e ciò pure riguardo alla sua superfizie, se l'acqua in alcune parti vi restasse consolidata. Il che prova, che la forma delle parti solide della terra non fa alterazione nella figura, che prenderà l'acqua; e in conseguenza, quanto all'impedire, che alcune parti di terra siano intieramente innondate, e altre parti del tutto lasciate scoperte, le parti solide della terra devono avere la medesima figura, che se tutta la terra fosse coperta d'acqua da tutti li lati.

34. Io dico inoltre, che questa figura della terra è la medesima, che quella riceverebbe, se fosse intieramente un globo d'acqua, purchè l'acqua fosse della medesima densità, che la sustanza del globo. Imperciocchè supposto, che il globo A C B D fosse liquefatto, e che il globo E H F G divenuto intieramente acqua, per la sua rivoluzione intorno all'asse ricevesse una tal figura, che testè dicemmo, e poi il globo A C B D restasse di nuovo consolidato, la figura dell'acqua certamente non resterebbe alterata da una tale consolidazione.

35. Ma su quest'ultima osservazione il nostro autore si fonda per determinare la proporzione tra l'asse della terra condotto da un polo all'altro, e il diametro dell'equatore, su la supposizione, che tutte le parti della terra siano di una egual densità; lo che fa egli computando in primo luogo la proporzione della forza centrifuga delle parti sotto l'equatore alla Potenza di gravità; e quindi considerando la terra come una sferoide, fatta dalla rivoluzion di un'ellipsi intorno al suo asse minore, val'a dire supponendo, che la linea M I L K sia un'esatta ellipsi, da cui ella può esser poco differente, per esser piccola la differenza, ch'è tra il minor'asse M L, ed il maggiore I K. Da questa supposizio-

posizione, e da quello è stato provato innanzi, che tutte le parti componenti la terra abbiano la Potenza attrattiva, spiegata nel capo precedente, egli trova, a qual distanza le parti sotto l'equatore debbano esser rimosse dal centro, perchè la forza con cui saranno attratte verso il centro, diminuita dalla loro forza centrifuga, sia sufficiente per ritener queste parti contrappesate con quelle, che giacciono sotto ai poli. E su questa supposizione, che tutte le parti della terra abbiano lo stesso grado di densità, la superfizie della terra nell'equatore dev'essere incirca 17. miglia più distante dal centro, che sotto ai poli. (*a*)

a *Nevv. Princ. Lib. III. Prop. 19.*

36. Dopo questo, si dimostra con la proporzione del diametro dell' equator della terra al suo asse, come lo stesso può determinarsi di ogni altro pianeta, di cui si conoscano la densità in comparazion della densità della terra, e il tempo della rivoluzione intorno al suo asse. E per la regola a questo fine esposta, si trova che il diametro dell'equatore in Giove ha la proporzione di 10. a 9. incirca, al suo asse, (*b*) e conforme a questo, il Pianeta apparisce di una forma ovale agli astronomi. Il nostro autore prende ancora a considerare li più notabili effetti di questa figura sferoidale; uno de'quali è, che li corpi non sono egualmente pesanti in tutte le distanze dai poli; ma vicino all'equatore, ove la distanza dal centro è massima, sono più leggieri, che verso li poli; e prossimamente in questa proporzione, che la Potenza attuale, onde sono essi attratti al centro, risultante dalla differenza tra la loro assoluta gravità, e la forza centrifuga, è reciprocamente come la distanza dal centro. Perchè ciò non sembri ripugnar' a quello, che è stato detto di sopra, dell'alterazione della Potenza di gravità, proporzionale alla mutazion della distanza dal centro, è proprio da considerar con attenzione, che il nostro autore ha dimostrate tre cose in questo particolare; la prima è quella diminuzion della Potenza di gravità, secondo che ci allontaniamo dal centro, ch'è stata pienamente spiegata nell'ultimo capo, su la supposizione, che la terra, e li pianeti siano sfere perfette, da cui sono così poco differenti per molti gradi, che nulla importa ricercar questa differenza per il presente disegno; la seconda è, che o sian'eglino sfere perfette, o tali sferoidi esattamente, quali abbiamo testè mentovate, la Potenza di gravità secondo, che si discende per la stessa linea verso il centro, è in tutte le distanze, come la distanza dal centro, mentre le parti della terra di sopra il corpo, attraendo il corpo verso di loro, diminuiscono la sua gravitazion verso il centro, (*c*) e tutte e due queste asserzioni si riferiscono alla gravità sola: la terza cosa è quella, che si è mentovata in questo luogo, che la forza attuale sopra diverse parti della superfizie, da cui vengono li corpi attratti verso il centro, è nella proporzione quì assegnata. (*d*)

b *Ibid.*

c *Lib. I. Prop. 73.*

d *Lib 3. Prop. 20.*

37. L'altro effetto di questa figura della terra è un'obvia consequen-

za

za del primo; che li pendoli della stessa lunghezza in differenti di stanze dal polo non fanno le loro vibrazioni nello stesso tempo; ma verso li poli, dove la gravità ha più di forza, muovono più presto, che vicino all'equatore, dove hanno un minor'impulso al centro; e conforme a questo, li pendoli, che con le loro vibrazioni sono la misura di uno stesso tempo, devono esser più lunghi verso li poli, che ad una maggior distanza da questi. Le quali due diduzioni in fatto si trovano vere; del che il nostro autore ha riferite in particolare varie sperienze, e vi ha trovato, che gli oriuoli esattamente aggiustati alla vera misura del tempo a Parigi, quando erano trasportati appresso l'equatore, divenivano fallaci, e si movevano troppo lentamente, ma erano ridotti al lor vero moto, col raccorciarne li pendoli. Il nostro autor'è particolare in rimarcar, quanto essi perdano del loro moto, mentre non si alterano li pendoli; e a qual segno hanno detto gli osservatori, che bisognava raccorciarli, per rimetterli al tempo. Egli sperimenti, che sembrano essere stati fatti con maggior diligenza, provano, che la terra s'innalza nel mezzo tra li poli, quanto il nostro autore ha trovato col suo computo. (*a*)

a *Ibid.*

38. Il nostro Autore fu esatto nell'esaminar questi sperimenti sopra li pendoli, ricercando particolarmente, quanto l'estension, che si fa della verga del pendolo, per il gran calor della zona torrida, possa contribuir'alla necessità di raccorciarlo. Imperciocchè da uno sperimento fatto dal Picart, e da un'altro di Mr. de la Hire, si trovò, che il caldo sebbene non molto intenso aveva aumentata la lunghezza delle verghe di ferro. Lo sperimento del Picart si fece con una verga lunga un piede, la qual d'inverno, in tempo di gelo, riscaldata al fuoco, si trovò esser cresciuta in lunghezza: nello sperimento di Mr. de la Hire, una verga di 6. piedi in lunghezza, riscaldata solamente dal calor della state, si trovò cresciuta ad una maggior lunghezza di quello, che fosse nella predetta stagione fredda. Dalle quali osservazioni forse un dubbio, se la verga de' pendoli ne' sopraddetti sperimenti si estendesse per aventura a cagione de' caldi climi a tutto quell'eccesso di lunghezza, che gli osservatori si trovano obbligati di troncar dalle stesse. Ma gli sperimenti ora mentovati dimostrano il contrario. Imperciocchè nel primo di questi la verga di un piede non si allungava più, che $\frac{1}{5}$ di quel, che sotto l'equatore si doveva troncare dal pendolo; e perciò una verga della lunghezza del pendolo, non si sarebbe estesa più di $\frac{1}{5}$ di questa lunghezza. Nell'altro sperimento, in cui era minor'il calore, la verga di sei piedi non si estendeva più di $\frac{1}{10}$ di quanto il pendolo si dovea raccorciare; cosicchè una verga della lunghezza del pendolo non avrebbe guadagnato più di $\frac{1}{10}$, o $\frac{1}{7}$ di questa lunghezza. Ed il calore in quest'ultimo sperimento, sebben minor, che nel primo, era nondimeno maggiore di quel, che la verga di un pendolo ordinariamente

poſsa contrarre ne' paeſi più caldi; imperciocchè li metalli ricevono un gran calore, quando ſi eſpongono al Sole, certamente maggiore, che quello di un corpo umano. Ma li pendoli non ſono ordinariamente così eſpoſti, e certamente in queſti ſperimenti ſi mantenevano abbaſtanza freddi, per ſembrar tali al tatto; come ſarebbero in un luogo caldiſſimo, collocati all'ombra. Il noſtro autore perciò trova queſto ſufficiente per riconoſcer quì $\frac{1}{10}$ incirca della differenza oſſervata ſu la conſiderazione del maggior calore del pendolo.

39. Un terzo effetto preſo a conſiderar dal noſtro autore, è quello, che l'acqua fa ſu la terra, col cangiare la ſua figura; per la cui ſpiegazione proveremo in primo luogo, che li corpi diſcendono perpendicolarmente alla ſuperfizie della terra in tutti li luoghi. La maniera di ricavarlo dall'oſservazione, è come ſegue. Le ſuperfizie di tutti li fluidi ſi conſervano parallele a quella parte della ſuperfizie del mare, ch'è in uno ſteſso luogo con loro, alla cui figura, come particolarmente ſi è dimoſtrato, la figura di tutta la terra ſi è conformata. Imperciocchè ſe qualche vaſe vuoto, aperto nel fondo, foſse immerſo nel mare; è chiaro, che la ſuperfizie del mare dentro del vaſe conſerverebbe la medeſima figura, che aveva, prima di eſſer l'acqua contenuta dal vaſe; poichè il vaſe non toglie la ſua comunicazione con l'acqua eſterna; ma tutte le parti dell'acqua reſtando ferme, è viſibile, che ſe il fondo del vaſe veniſſe chiuſo, la figura dell'acqua, non riceverebbe quindi maggior'alterazione, ſebbene il vaſe veniſſe cavato fuori dal mare, che dalla inſenſibil'alterazione della Potenza di gravità, ſuſſeguente all' aumentazione della diſtanza dal centro. Ora è chiaro, che li corpi diſcendono in linea perpendicolare alla ſuperfizie de' fluidi in quiete; imperciocchè ſe la Potenza di gravità non agiſſe perpendicolarmente alla ſuperfizie de' fluidi, li corpi, che in eſſi galeggiano, non ſi fermerebbero, come li vediamo fare; poichè ſe la gravità attraeſſe li corpi in una direzione obbliqua alla ſuperfizie, entro a cui giacciono, certamente ſarebbero poſti in moto, e portati al lato del vaſe, in cui il fluido era contenuto, da quella parte, a cui l' azion della gravità inclinava.

40. Quindi egli ſegue, che ſtando noi ritti, li noſtri corpi ſono perpendicolari alla ſuperfizie della terra. Dunque andando da tramontana a mezzogiorno, li noſtri corpi non ſi conſervano in una direzion parallela. Ora in tutte le diſtanze dal polo la medeſima lunghezza preſa ſu la terra non farà il medeſimo cangiamento nella poſitura de' noſtri corpi, ma più noi ſiamo vicini ai poli, e una maggior lunghezza ſi dee prendere, perchè in ciò accada la medeſima variazione. MILK rappreſenti la figura della terra (nella fig. 117.) ML li poli, I; K li due punti oppoſti nel mezzo tra queſti poli. Siano due archi TV, e PO, e TV più rimoto dal polo L: tirate TVV, VX, PQ, OR,

ciascuna perpendicolar'alla superfizie della terra, e TVV, VX s'incontrino in Y, e PQ, OR in S. Qui è manifesto, che in passando da V a T la positura del corpo d'un'uomo cangierebbe per l'angolo TYV, imperciocchè in V, starebbe nella linea YV, continuata, e in T nella linea YT; ma da O passando a P, la positura di questo corpo cangierebbe per mezzo dell'angolo OSP. Ora io dico, che se questi due angoli sono eguali, l'arco OP è più lungo che TV; imperciocchè la figura MILK essendo bislunga, ed IK più lunga di ML, sarà la figura più incurvata verso I, che verso L; cosicchè le linee TVV, ed VX s'incontreranno in Y, prima di esser tirate a così gran lunghezza, che quella, a cui debbono esser continuate PQ, ed OR, prima che s'incontrino in S. Poichè dunque YT, ed YV sono più brevi, che PS, ed SV, TV dev'esser minore di OP. Se questi angoli TYV, OSP sono ciascuno $\frac{1}{90}$ parte dell'angolo fatto da una linea perpendicolare, dicesi, che ciascun di loro contiene un grado. E la lunghezza differente degli archi OP, e VT dà occasion all'asserzione, che passando da tramontana a mezzogiorno li gradi su la superfizie della terra non sono di egual lunghezza, ma che sono più grandi quelli vicini al poli che quelli verso dell'equatore. Imperciocchè la lunghezza dell'arco, che giace su la terra fra due perpendicolari, che fanno un'angolo di un grado insieme, si chiama la lunghezza di un grado su la superfizie della terra.

41. Questa figura della terra fa qualche effetto su l'ecclissi. È stato osservato di sopra, che talvolta li nodi dell'orbita della Luna si trovano in una linea retta, menata dal Sole alla terra; nel qual caso la Luna s'incroccia col piano del moto della terra, ai Novilunj, e Plenilunj. Ma qualunque volta la Luna passa vicino a questo piano nei Plenilunj, qualche parte della terra impedisce il lume del Sole, e poichè la Luna non risplende, che della luce presa in prestito dal Sole, quando la luce vien'impedita dal giungere a qualche parte della Luna, altrettanto del di lei corpo resterà oscurato. Quando ancora nei Novilunj si trova la Luna presso al piano del moto della terra, gli abitanti di qualche parte della terra, vedranno la Luna venir sotto al Sole, e il Sole restarne loro coperto o tutto, o in parte. Ora la figura, che noi mostrammo appartenere alla terra, farà che l'ombra della terra su la Luna non sia perfettamente rotonda, ma che il diametro da Levante a Ponente sia alquanto più lungo, che quello da settentrione a mezzogiorno. Nell'ecclissi del Sole questa figura della terra farà qualche piccola differenza nel luogo, dove il Sole apparirà o intieramente, o in qualche data parte coperto. ABCD (nella fig. 118.) rappresenti la terra, AC l'asse, in cui s'aggira cotidianamente, E il centro. FAGE rappresenti un globo perfetto, iscritto dentro la terra; HI una linea menata per li centri del Sole, e della Luna, che taglia la superfizie della terra

ra

ra in K, e la ſuperfizie del globo iſcritto in L. Menate indi E L, che ſarà perpendicolare alla ſuperfizie del globo in L, e K M in tal modo, che ſia perpendicolare alla ſuperfizie della terra in K. Ora poichè l'ecclifſe apparirebbe centrale in L, ſe la terra foſſe il globo A G C F, e realmente appariſce così in K; dico, che la latitudine del luogo K ſu la terra reale, è differente dalla latitudine del luogo L ſu 'l globo F A G C. Ciò che ſi chiama la latitudine di un luogo, ſi determina con l'angolo, che la linea perpendicolare alla ſuperfizie della terra in quel luogo fa con l'aſſe: mentre la differenza fra queſt'angolo, e quello fatto da una linea perpendicolare, o norma ſi chiama la latitudine di ciaſcun luogo, Ma egli potrebbe quì provarſi, che l'angolo fatto da K M con M C è minore dell'angolo fatto tra L E, ed E C; e in conſeguenza la latitudine del luogo K è maggiore di quella, che ha il luogo L.

42. Un' altro effetto, che ſegue dalla figura della terra, è quel cangiamento graduale nella diſtanza delle Stelle fiſſe dai punti equinoziali, che gli Aſtronomi hanno oſſervato. Ma prima che queſto ſi poſſa ſpiegare, fa di meſtieri dire in particolar qualche coſa di più, che quello ſi è detto, concernente la maniera del muoverſi la terra intorno al Sole.

43. Di già è ſtato detto, che la terra s'aggira ogni giorno intorno al ſuo aſſe, nel mentre tutto il corpo è portato intorno al Sole una volta in un'anno. Ora come queſti due moti ſi combinino inſieme ſi può concepirlo in qualche maniera col moto di una boccia da giuoco ſu 'l terreno, in cui la boccia andando gira continuamente ſopra il ſuo aſſe, e nello ſteſso tempo tutto il ſuo corpo è portato in linea retta. Ma per eſprimerſi di vantaggio, A rappreſenti il Sole (nella fig. 119.) B C D E quattro differenti ſituazioni della terra nella ſua orbita, che fa intorno al Sole. F G dappertutto rappreſenti l'aſſe, ſu 'l quale la terra cotidianamente s'aggira. Li punti F, G ſono chiamati li poli della terra; e queſt'aſſe ſi ſuppone mantenerſi ſempre parallelo a sè ſteſſo, in ciaſcuna ſituazione della terra, ſe non ſe per un piccolo diſviamento, la cui cauſa ſarà ſpiegata di poi. Quando la terra è in B, la metà H I K ſarà illuminata dal Sole, l'altra metà H L K ſarà oſcura. Ora prendendo ſu'l globo qualche punto di mezzo tra li poli, queſto punto deſcriverà per il moto del globo il circolo M N, di cui una metà è nella parte illuminata del globo, e una metà nella parte oſcura. Ma ſi ſuppone, che la terra muova intorno il ſuo aſſe con un moto equabile, e perciò ſu queſto punto del globo il Sole ſarà veduto la metà del giorno, e ſarà inviſibile per l'altra metà. E lo ſteſſo accadrà a ciaſcun punto di queſto circolo in tutte le ſituazioni della terra, durante la ſua intiera rivoluzione intorno al Sole. Queſto circolo M N ſi chiama l'equatore, di cui abbiamo fatta menzione di ſopra.

44. Ora ſuppoſto, che ſi prenda qualche altro punto ſu la ſuperfizie del globo verſo il polo F, che nella rivoluzione cotidiana del globo deſcrive il circolo OP; è manifeſto, che più della metà di queſto circolo è illuminato dal Sole, e in conſeguenza, che in ogni punto particolare di queſto circolo il Sole ſarà veduto più lungamente, che nella parte di dietro, val'a dire, che il giorno ſarà più lungo della notte. All'incontro, ſe conſideriamo lo ſteſſo circolo OP ſu'l globo ſituato in D, parte oppoſta a B, ſi vedrà, che in ogni punto di queſto circolo la notte ſarà quì altrettanto più lunga del giorno.

45. In queſte ſituazioni del globo della terra una linea menata dal Sole al centro della terra ſarà obbliquamente inclinata verſo l'aſſe FG. Ora ſupponendo, che una tal linea menata dal Sole al centro della terra, quando è in C, o in E, foſſe perpendicolare all'aſſe FG; in queſto caſo il Sole riſplenderebbe perpendicolarmente ſopra dell'equatore, e in conſeguenza la linea menata dal centro della terra al Sole s'incrocierebbe con l'Equatore, paſſando per la ſuperfizie della terra; laddove in tutte le altre ſituazioni del globo, queſta linea paſſerebbe per la ſuperfizie del globo in diſtanza dall'equatore verſo tramontana, o verſo mezzogiorno. Ora in queſti due caſi la metà del circolo OP ſarà illuminata, e l'altra metà all'oſcuro; e perciò in ciaſcun punto di queſto circolo il giorno ſarà eguale alla notte. Così appariſce, che in queſte due oppoſte ſituazioni della terra il giorno è eguale alla notte, in tutte le parti del globo; ma in tutte le altre ſituazioni queſta eguaglianza ſi troverà ſolamente ne'luoghi ſituati di mezzo fra li poli, cioè nell'equatore.

46. Si chiamano equinozj li tempi, ne' quali accade una tal'eguaglianza univerſale tra il giorno, e la notte. Ora è ſtato a lungo oſſervato dagli aſtronomi, che dopo eſſer partita la terra da uno degli equinozj, per eſempio da E (che ſarà equinozio di Primavera, ſe F ſia il polo di tramontana) lo ſteſſo equinozio ritornerà un poco prima, che la terra abbia fatta una compita rivoluzione intorno al Sole. Queſto ritorno dell'equinozio, precedente la intiera rivoluzione della terra, ſi chiama Preceſſione dell'equinozio, ed è cagionata dalla protuberanza nella figura della terra.

47. Poichè il Sole riſplende perpendicolarmente ſu l'equatore, quando la linea menata dal centro del Sole al centro della terra è perpendicolare all'aſse di queſta, in tal caſo il piano che taglierebbe la terra all'equatore, può eſtenderſi a paſsar per il Sole; ma ciò non ſi farà in alcun'altra poſitura della terra. Ora conſideriamo la parte prominente della terra verſo l'equatore, come un'annello ſolido, che muove con la terra intorno al Sole. Al tempo degli Equinozj queſt'annello avrà una ſorte di ſituazione riſpetto al Sole, che vi ha l'orbita della Luna, quando la linea dei nodi è diretta al Sole; e in tutti gli altri tempi ſi raſ-

ſemi-

ſomiglierà all' orbita della Luna nelle ſituazioni . In conſeguenza queſt'annello, che altrimenti conſerverebbe ſempre il ſuo moto parallelo a sè ſteſſo, riceverà qualche mutazione nella ſua poſitura dall' azion del Sole ſopra di lui , ſalvo ſolamente al tempo dell'equinozio. La maniera, in cui ſi fa queſto cangiamento, ſi può intender, come ſegue. Nella fig. 120. A B C D rappreſenti coteſto annello, E il centro della terra, S il Sole, A B C G un circolo deſcritto nel piano del moto della terra dal centro E. Quì A, e C ſono li due punti , in cui l'equator della terra s'incrocia col piano del moto della terra; e il tempo dell'equinozio ſuccede quando la linea retta A C continuata paſſerebbe pe'l Sole. Ora raccogliamo quello dicevamo di ſopra, concernente la Luna, quando la ſua orbita era nella ſteſſa ſituazione, che queſt'annello. Di là ſi comprenderà, ſupponendo un corpo muovere in qualche parte di queſto circolo A B C D, qual' effetto ſarebbe l' azion del Sole ſu'l corpo circa il cangiar la poſitura della linea A C. In particolare menando H I perpendicolare ad S E, ſe il corpo foſſe in qualche parte di queſto circolo fra A, ed H, o fra C, ed I, la linea A C ſarebbe talmente voltata , che il punto A muoverebbe verſo B, e C verſo D: ma s'egli foſſe in qualche altra parte del circolo, o tra H, C, o tra I, ed A, la linea A C ſarebbe girata dalla parte oppoſta. Quindi egli ſiegue, che conforme queſt' annello ſolido gira intorno al centro della terra, il Sole opra talmente ſu le parti di eſſo, che ſono fra A, ed H, e fra C, ed I, che tendono queſte a cangiar la ſituazione della linea A C, talchè il punto A muova verſo B, e C verſo D; ma tutte le parti dell'annello fra H, e C, e fra I, ed A avranno una oppoſta tendenza , e diſporranno la linea A C a muover dal lato contrario. E poichè queſte ultime parti ſono più eſteſe delle altre prevaleranno ſopra di loro, talchè per l'azion del Sole ſu queſt'annello, la linea A C ſi girerà talmente , che A muoverà ſempre più verſo D, e C verſo B. Così non sì toſto il Sole col ſuo moto viſibile ſarà partito da A, che il moto della linea A C affretterà il ſuo rincontro con C, e quindi il moto di queſta linea affretterà di nuovo la ſeconda congiunzione del Sole con A; imperciocchè come queſta linea gira in modo, che A continuamente muove verſo D, così il moto viſibile del Sole è dalla ſteſſa parte, che ſi ſarebbe da S verſo T.

48. La luna farà ſu queſt'annello lo ſteſſo effetto, che il Sole, ed oprerà ſopra di lui più efficacemente nella proporzione, in cui la ſua forza ſu'l mare eccede quella del Sole ſopra lo ſteſſo. Ma l'effetto dell' azione de' due luminari ſarà grandemente diminuito per la ragione, che queſt'annello è conneſſo co'l rimanente della terra; imperciocchè in queſta maniera il Sole, e la Luna non avranno a muovere ſolamente queſt'annello, ma anche tutto il globo della terra, ſopra la cui parte

sferica

aferica non hanno essi alcun'influsso immediato. In oltre vien'ancora minorato l'effetto per la ragione, che la parte prominente della terra non è tutta raccolta sotto l'equatore, ma si diffonde gradualmente verso li poli. Dopo tutto, sebbene il Sole basta egli solo a portar li nodi della Luna per una intiera rivoluzione in 19. anni incirca, la forza unita dei due luminari su la parte prominente della terra, appena potrà far circolare intieramente l'equinozio in uno spazio di tempo minore di 26000. anni.

49. A questo moto degli equinozj dobbiamo aggiungere un'altra conseguenza di cotesta azione del Sole, e della Luna su le parti elevate della terra, che questa parte annullare della terra intorno l'equatore, e in conseguenza l'asse della terra cangierà due volte in un'anno, e tre per mese la sua inclinazione al piano del moto della terra, e vi sarà di nuovo restituito, come appunto l'inclinazione dell'orbita della Luna per l'azion del Sole è due volte all'anno diminuita, ed altrettante ella ricupera la sua original grandezza. Ma questo cangiamento è insensibile.

50. Finirò il presente Capo con una ricerca, che fa il nostro grande Autore della figura de' Pianeti Secondarj, particolarmente della nostra Luna, su la cui figura le sue parti fluide non avranno alcun' influsso. La Luna volta sempre lo stesso lato verso la terra, e in conseguenza non si aggira che una volta sola intorno al suo asse nello spazio di un mese intero; imperciocchè uno spettatore collocato fuori del circolo, in cui muove la Luna, osserverebbe in questo tempo tutte le parti della Luna successivamente passare una volta innanzi la sua vista, e non più, val'a dire, tutto il globo della Luna avrebbe fatta una sola rivoluzione. Ora la gran lentezza di questo moto renderà assai debole la forza centrifuga delle parti dell'acqua, cosicchè la figura della Luna non può, come nella terra, esser così disposta dalla sua rivoluzione attorno l'asse; ma la figura di quell'acque è resa differente dalla sferica per un'altra cagione, ch'è l'azion della terra sopra di loro; con che saranno elleno ridotte ad una forma bislunga ovale, il cui asse prolungato passerebbe per la terra; per la ragione medesima, per cui dicevamo innanzi, che le acque della terra prenderebbero una simil figura, se movessero così lentamente, da andar di un passo con la Luna. E la parte solida della Luna deve corrispondere a questa figura della parte fluida; ma cotesta elevazione delle parti della Luna non è di molto sì grande, che la protuberanza della terra all'equatore; perocchè ella non eccederà 93. piedi Inglesi.

51. Le acque della Luna non avranno flusso, salvo quello che proverrà dal moto della Luna, intorno la terra. Imperciocchè la conversion della Luna intorno al suo asse è equabile, onde la inegualità nel moto attorno la terra ci scopre talvolta piccole parti della superfizie del-

della Luna verſo levante,o ponente che in altro tempo ſi trovano di dietro; e come l'aſſe, ſu cui muove la terra, è obbliquo al moto, che fa intorno alla terra, talora piccole parti della ſua ſuperfizie verſo tramontana, e talora anche verſo mezzodì divengon viſibili, che in altro tempo rimangano fuori della viſta. Queſte apparenze formano ciò, che chiamaſi la libbrazion della Luna, diſcoperta dall' Hevelio. Ora come l'aſſe della figura ovale delle acque ſarà diretto verſo la terra, ne dovrà provenir' in eſſe qualche fluttuazione, e in oltre per il cangiamento di diſtanza della terra dalla Luna, non avranno elleno ſempre una medeſima altezza.

LIBRO III.

LIBRO TERZO.

CAPITOLO PRIMO

Concernente la causa de' colori inerenti alla luce.

Dopo questo saggio, che abbiamo dato dei principj matematici di Filosofia del Sig. Cav. Is. Nevvton, e dell' uso, che egli ha fatto di loro nello spiegare il siste. ma del Mondo, ec. il corso di questo mio dissegno. ci porta a rivolgere gli occhi verso quell' altra opera Filosofica, ch'è il suo trattato di Optica, in cui noi troveremo che l' ingegno innarrivabile del nostro grande Autore non si è men dimostrato, che nella prima; se non forse di vantaggio, poichè quest' Opera ci dà tanti esempj della sua singolar forza di ragionare, e delle sue illimitate invenzioni, quantunque non assistito cotanto da quelle regole, e da quei precetti generali, che facilitano il ritrovamento de' Teoremi di Matematica. Nè quest' opera è inferiore all' altra in utilità; imperocchè come quella ci ha fatto conoscere un gran principio in natura, per cui li moti celesti sono continuati, ed onde ciascun globo la propria forma conserva; così questo punto ci apre un' altro principio non meno universale, dal quale dipendono tutte quelle ope. razioni nelle parti più piccole della materia, per riguardo a cui la maggior forma dell' Universo è ordinata; poichè tutti quegl' immensi globi, onde tutto il Cielo è seminato, sono senza dubbio stabiliti solamente come tanti convenevoli appartamenti, per cui passare alla più nobi. le operazione della natura nella vegetazione, e nella vita animale. La qual sola considerazione ci dà una prova abbondante della eccellenza di questa scelta del nostro Autore, nell'applicar sè stesso ad esaminare con particolar cura l'azione tra la luce, e li corpi, così necessaria per tutta la varietà di quelle produzioni, che niuna di esse potrebbe promuoversi con successo senza il concorso del calore in un maggiore, o minor grado.

2. E' verò, che il nostro Autore non ha fatta una così piena discoperta del principio, da cui questa scambievole azione è cagionata tra la luce, ed i corpi; come egli ha fatto, riguardo alla Potenza, da cui li Pianeti sono trattenuti ne' loro corsi; nondimeno però egli ci ha posti sull' ingresso ad una tal discoperta, ed additato così chiaramente il cammino, che deve esser seguito per arrivarvi; che si può dire con franchezza, che qualunque uomo abbia ad essere il fortunato nel perfezionare questa sorta di umana cognizione, deriverà tutto così direttamente da i principj stabiliti dal nostro Autore in questo libro, che la

mag-

maggior parte della lode dovuta a questa scoperta si troverà appartenere ad esso.

3. Parlando dei progressi fatti dal nostro Autore, io proseguirò distintamente tre cose, le due prime rapportandole ai colori de' corpi naturali: imperciocchè nel primo capo dimostrerò come questi colori provengono dalle proprietà dalla luce stessa; e nel secondo da quali proprietà dei corpi dipendano: ma nel terzo capo del mio discorso tratterò della operazione de' corpi sulla luce rifrangendola, e riflettendo, ed inflettendo la stessa.

4. La prima di queste cose, che sarà l'affare del presente capo, si contiene in questa sola proposizione: che il lume diretto del Sole non è uniforme riguardo al colore, non essendo in ciascuna delle sue parti disposto ad eccitare l'idea della bianchezza, cui tutto intiero fa nascere; ma per lo contrario è una composizione di differenti sorte di raggi, una sorta de' quali produrrebbe solamente il sentimento di rosso, un'altra di color d'arancia, una terza di giallo, una quarta di verde, una quinta di turchino, una sesta d'indaco, ed una settima sorta di violetto; che tutti questi raggi insieme con la mistura delle loro sensazioni imprimono sull'organo della vista il sentimento di bianchezza, quantunque ciascun raggio v'imprima sempre il suo proprio colore; e tutta la differenza, che è tra li colori de' corpi veduti alla luce del giorno, proviene da questo, che li corpi colorati non riflettono tutte le sorte di que' raggi, che cadono sopra di loro in egual numero, ma alcune sorte di raggi vengono riflettute più copiosamente, che alcune altre; apparendo il corpo di quel colore, del quale la luce, che ne risalta agli occhi è più composta.

5. Che la luce del Sole sia composta, come si è detto, si prova col rifrangerla per mezzo di un prisma. Per un prisma intendo quì un vetro, o altro corpo di figura triangolare, come è rappresentato nella fig. 121. Ma innanzi che passiamo ad illustrar la proposizione, che abbiamo ora avanzata, sarà necessario impiegar'alcune poche parole nello spiegare ciò, che s'intende per la refrazione della luce; come il disegno della nostra presente fatica è di dare qualche nozion del soggetto, in cui ci siamo impegnati, a coloro, che non sono versati nelle matematiche.

6 Egli è ben noto, che quando un raggio di luce passando per l'aria cade obbliquamente sopra la superficie di un qualche corpo trasparente, come l'acqua, od il vetro, e lo penetra; il raggio non passa in questo corpo per la linea stessa, che egli descriveva per l'aria, ma viene allontanato dalla superficie, talchè è meno inclinato ad essa dopo averla penetrata di quello fosse innanzi. A B C D (nella fig. 122.) rappresenti una porzione d'acqua, o un vetro; A B siane la superficie, sulla quale il raggio di luce D F vien a cadere obbliquamente; questo raggio

non andrà dritto feguendo il corfo delineato da F G; ma dalla fuperficie A B piegherà alla linea F G, meno inclinata, che la linea D F alla fuperficie A B, in cui cade il raggio feguendo la direzione D F.

7. Dall'altra parte, quando la luce paffa da un tal corpo all'aria, ella ne vien piegata in una maniera oppofta, reftando dopo la fua emerfione più obbliqua, che innanzi, verfo la fuperficie per cui è paffata. Così il raggio F H quando efce dalla fuperficie C D, verrà piegato verfo quefta fuperficie, ufcendo all'aria fulla linea H I.

8. Codefto deviamento della luce dal fuo viaggio, che fi fa quando ella paffa da un corpo trafparente in un' altro, fi chiama la fua refrazione. Tutti e due quefti cafi poffono provarfi in un facile fperimento, con un catino, e con dell'acqua. Per il primo cafo fia un catino vuoto in un luogo chiaro, o vicino ad una candela, che abbia un fegno ful fondo alla eftremità dell'ombra, gettata dall'orlo del catino, infondendo poi l'acqua nel catino, offerverete, che l'ombra fi ritira e fi riftringe, lafciando il fondo del catino illuminato ad una fenfibil diftanza dal fegno fuddetto. A B C nella fig. 123. rapprefenti un catino vuoto, C A D la luce, che paffando per l'orlo lo illumina, in modo che tutta la parte A B D refta ofcura. Fatto pofcia un fegno in D, e verfando nel catino dell'acqua (come nella fig. 124.) fino ad F G, offerverete la luce, che innanzi terminava in D, ora allontanarfene, e cader ful fondo nel punto H, lafciando il fegno D un buon pezzo addentro della parte illuminata; il che dimoftra, che il raggio E A, quando entra nell'acqua in I, non continua il cammin dritto, ma alquanto s'incurva nel fuddetto punto, e fi accofta dippiù che innanzi alla perpendicolare. Si può provare l'altro cafo, mettendo qualche picciol corpo in un cattino vuoto, fituato più baffo, che il voftro occhio, e poi ritirandofi dal catino, finchè potiate precifamente vedere effo corpo di là dall' orlo. Dopo di che riempiendo d'acqua il catino, offerverete, che il corpo è vifibile, quantunque vi fiate allontanato dal catino. A B C nella fig. 125. rapprefenti un catino, come innanzi, D un corpo in effo, E il luogo del voftro occhio, quando precifamente vedete il corpo per l'eftremità A, mentre il catino è vuoto. Riempitelo d'acqua, offerverete, che il corpo continuerà ad effer vifibile, febbene avrete ritirato l'occhio dalla prima fituazione. Suppofto che vediate il corpo in quefto cafo precifamente per l'orlo in A, effendo ora il voftro occhio in F, è chiaro, che il raggio di luce, il quale viene dal corpo al voftro occhio, non vi viene per lo fteffo cammin dritto, ma s' incurva al punto A, piegando più di fotto, e reftando più inclinato alla fuperficie dell' acqua tra A, ed il voftro occhio in F, di quel che fia tra lo fteffo A, ed il corpo in D.

9. Quefto è, credo io, fufficiente per far'apprendere a tutti li noftri lettori ciò, che intendono gli Scrittori di Optica quando fanno men-

zio-

zione della rifrazion della luce,o parlano de' raggi di essa in quantocchè vengono refratti. Passeremo ora dunque a provare l'asserzione avanzata nella proposizione già mentovata per rapporto alle differenti sorte di colori, che la luce diretta del Sole rappresenta a' nostri sensi; il che può farsi nella maniera seguente.

10. Oscurando una camera, fate, che il Sole entri ad illuminarla per un picciolo pertuggio aperto negli scuri della finestra, ed il lume venga a cadere immediatamente sopra un prisma di vetro; quel tratto di luce in passando per un tal prisma resterà diviso in raggi, che rappresenteranno tutti li colori quì sopra mentovati. In questa maniera se A B, (nella fig. 126.) ci rappresenti lo scuro della finestra; C il buco, che vi è aperto; D E F il prisma; Z Y un tratto di lume, che parte dal Sole, e passa per il buco, cadendo sopra del prisma in Y, e se il prisma si rimovesse andrebbe in X, ma entrando nella superficie E F del vetro, egli piegherà come si è spiegato, per la via Y V V cadendo sulla seconda superficie del prisma D F in V V, donde uscendo all'aria, ne resterà piegato di bel nuovo. Ora la luce passato, che abbia il prisma, venga ricevuta sopra un foglio di carta tenuto in una propria distanza, e vi dipingerà la pittura, l'immagine, o lo spettro L M, di figura bislunga, la cui lunghezza eccederà notabilmente la larghezza; sebbene la figura non sarà ovale, essendo l'estremità L, ed M semicircolari, e li lati due linee rette. Questa figura sarà variata, e sparsa di colori in questo modo. Dall'estremità M fino ad una certa lunghezza per esempio fino alla linea *n o*, ella sarà di un rosso carico; da *n o* fino *p q* ella sarà di un aranciato; da *p q* fino ad *r s* ella sarà di color giallo; di quà fino a *t u* ella sarà verde; quindi fino a *v v x* turchina; quindi fino ad *y z* d'indaco; e in fine di violetto fino all'altra estremità.

11. Così apparisce, che il bianco lume del Sole nel suo passaggio per un prisma, viene a cangiarsi dividendosi in raggi li quali rappresentano tutti codesti varj colori. La quistione si è, se li raggi nel tempo innanzi a questa refrazione di un tratto di lume solare, possedono queste proprietà distintamente; talchè qualche parte di esso abbia, senza tutto il restante, a dar il color rosso, e un'altra parte abbia a dar solamente l'aranciato, ec. Che questo possa essere il caso, quindi apparisce, che mettendosi un vetro convesso tra la carta, ed il prisma, che possa raccogliere tutti li raggi, ch'escon fuori dal prisma nel suo foco, come un vetro Ustorio fa de' raggi diretti del Sole; e cadendo questo foco sulla carta, la macchia impressa da un tal vetro sulla carta apparirà bianca, appunto come la luce diretta del Sole. Supponendo tutto come innanzi, sia P Q nella fig. 127. un vetro convesso, che fa incontrarsi li raggi sulla carta H G I K nel punto N, dico, che questo punto, o più tosto questa macchia lucida comparirà bianca senza la minor tin-

tura di alcun colore. Ma egli è evidente, che in questa macchia sono al presente riuniti tutti que' raggi, che innanzi quando erano separati, rendevano tutti que' differenti colori; lo che mostra, che la bianchezza si può produrre colla mescolanza di questi colori: specialmente se consideriamo, che egli si può provare, che il vetro P Q non altera il colore de' raggi, che passano per mezzo ad esso. Il che si fa così: se la carta si approssimi al vetro P Q, li colori si renderanno manifesti quanto lo permetterà la grandezza dello spettro, che ricevesi dalla carta. Posto che ella sia nella situazione h g i K, e che ella riceva così lo spettro l m, questo spettro sarà molto più piccolo di quello che sarebbe rimovendo il vetro P Q, e per ciò li colori non possono essere tanto separati; ma nondimeno l' estremità *m* comparirà manifestamente rossa, e l' altra *l* sarà violetta; e questi colori non meno, che quelli di mezzo si discopriranno più perfettamente, allontanandosi di vantaggio la carta dal punto N, vale a dire, lo spettro diverrà più grande: la medesima cosa succede se la carta si rimuova più lungi da P Q, di quel che sia N. Suppostala nella positura $\theta \gamma \nu \varkappa$; lo spettro $\lambda \mu$ dipintovi sopra, discuoprirà di nuovo li suoi colori, e ciò più distintamente, che la carta si rimuove più lungi, ma con un ordine rovescio: imperocchè come innanzi, quando la carta era più vicina al vetro convesso, che ad N, la parte superiore dell'immagine era violata, e rossa la inferiore; ora la più alta sarà rossa, e la più bassa violata, per la intersecazione, che fassi dei raggi in N.

12. Si può ancora provare, che la bianchezza nel foco N è prodotta dalla union de' colori, con attraversare una parte della luce vicino al vetro per mezzo dell' interposizione di un corpo opaco, senza rimuover punto la carta dal detto foco; imperocchè se la parte di sotto, che è rossa, o più propriamente li raggi, che fanno il rosso, come sono chiamati dal nostro Autore, vengano intercetti, la macchia prenderà un colore, che trae al turchino; e se più d' altri raggi inferiori resti troncato, sicchè nè quei che fanno il rosso, nè gli aranciati, nè li gialli cadano sopra la macchia; questa inclinerà più, e più a' rimanenti colori. In simil guisa se voi troncate la parte superiore de' raggi, che fanno il colorato violetto, o l' indaco; la macchia tornerà a rosseggiare, e diverrà più, e più di quegli opposti colori a quelli, che sono intercetti.

13. Io penso, che ciò provi abbondantemente, che la bianchezza può esser prodotta da una mistura di tutti li colori di questo spettro. Almeno non vi è, che una via di scappare al presente argomento, ch' è coll' asserire, che i raggi di luce, passato il prisma, non hanno differenti proprietà per rappresentare questo, o quell' altro colore, ma a questo riguardo sono perfettamente omogenei, cosicchè li raggi, che passano alla parte inferiore dell' immagine, che è rossa, non sono differen-

ferenti in qualſivoglia proprietà da quelli, che vanno alla parte ſuperiore, e violetta della immagine ſteſſa; ma, che li colori dello ſpettro ſono prodotti ſolamente da alcune nuove modificazioni de' raggi, fatte alla loro incidenza ſulla carta da differenti terminazioni di luce, e di ombra; ſe però queſta aſſerzione ſi può approvare dopo quello, che è ſtato detto: imperocchè ſembra, che a queſta ſi abbia ſufficientemente ovviato coll'ultima parte della precedente ſperienza, che ove ſia intercetta la parte inferiore del lume, che eſce dal priſma, la macchia bianca riceverà un colore, che trae al turchino, e coll'impedire, che la parte ſuperiore di eſſo lume vi giunga, la macchia tornerà roſſa; e in ambedue li caſi ricupera il ſuo colore, quando ſi laſcia, che il lume intercetto paſſi avanti; ſebbene in tutte queſte prove vi ſia una ſimile terminazione di luce, e di ombra. Quantunque il noſtro Autore abbia ordinati varj ſperimenti per dimoſtrar'eſpreſſamente l'aſſurdità di queſta ſuppoſizione; pure egli ha tutto ciò ſpiegato, e dedotto in maniere così diſtinte, ed eſpreſſive, che egli non ſarebbe punto neceſſario ripetergli in queſto luogo (*a*) Io farò menzione ſolamente di quelli, che ſi poſſono provare nella ſperienza antecedente. Se drizzerete la carta H G I K, e per la macchia N tirerete la linea VV X paralella all'orizonte, e poi ſe la carta s'inclinerà nella ſituazione r ſ u r, la linea VV X rimanendo paralella all'orizonte, la ſuddetta macchia N perderà la ſua bianchezza, e riceverà una tinta turchina; ma ove ſarà inclinata altrettanto in una maniera contraria, cangierà il ſuo color bianco con una tinta roſſiccia. Il che tutto non può giammai ſpiegarſi per alcuna differenza nella terminazione della luce, e dell'ombra, che non vi è punto; ma ſpiegaſi facilmente col ſupporre, che la parte ſuperiore dei raggi, comunque vengano all'occhio ſono diſpoſti a produrre la ſenſazione di queſti colori turchino, indaco, e violetto ſmorti, e la parte ſuperiore è atta a produrre chiari li colori giallo, aranciato, e roſſo: imperocchè quando la carta è nella ſituazione r ſ t u, è chiaro, che la parte ſuperiore del lume vi cade più direttamente, che la parte inferiore, e perciò que' raggi ſaranno più copioſamente riflettuti; e la loro abbondanza nel lume rifleſſo la farà inclinare al lor colore. Così pure quando la carta ha una inclinazione contraria, riceverà più direttamente li raggi inferiori, e perciò tignerà la luce, ch'ella riflette, de' loro colori.

(a) Opt: l.1.par.2.prop.1.

14. Ora è da provare, che queſte diſpoſizioni de' raggi della luce a produrre queſto, e quel colore, il quale manifeſtaſi dopo la loro refrazione, non ſono prodotte da alcuna azione del priſma ſopra di quelli, ma ſono originariamente inerenti a queſti raggi; e che il priſma non fa che dare un'occaſione a ciaſcuna ſpecie di dimoſtrarſi con una diſtinta qualità, mentre li ſepara gli uni dagli altri, la quale era innanzi naſcoſta, mentre quelli erano meſcolati inſieme in un tratto diretto dal

lume

lume solare. Ma che questo sia così, resterà provato, se possa dimostrarsi, che nissun prisma ha alcuna potenza sopra li raggi, li quali dopo il loro passaggio per un prisma resi si sono semplici, e non contengono in sè, che un colore, sia per divider questo colore in alcuni altri, come si divide la luce del Sole, sia per cangiarlo, come si fa di questa, in qualche altro colore. Ciò proverassi collo sperimento, che segue. (*a*) Restando tutto come innanzi nella prima sperienza, siavi un altro prisma NO nella fig. 128. disposto, o immediatamente, o a qualche distanza dietro al primo in una situazione perpendicolare, cosicchè abbia a rifrangere li raggi, che sortiscono obbliquamente dal primo. Ora se questo prisma dividesse la luce, che vi cade sopra in raggi colorati, nella maniera, che fa il primo, egli dividerebbe lo spettro secondo la sua larghezza in varj colori, come innanzi era diviso secondo la sua lunghezza, ma nulla di simile vi si osserva. Se LM fosse lo spettro, cui il primo prisma DEF dipingesse sul foglio HGIK; PQ che sta in una positura obbliqua sarà lo spettro formato dal secondo, e sarà diviso per lunghezza in colori corrispondenti a quelli dello spettro LM, e li produrrà nella stessa maniera, che si fa per la refrazione del primo prisma, ma la sua larghezza non riceverà alcuna simile divisione; per lo contrario ciascun colore di lato a lato sarà uniforme, come nello spettro LM, il che prova tutta l'asserzione.

a *Nevv. Opt. Lib. I. par. I. experim.* 5.

15. Viene lo stesso confermato ancor di vantaggio da un' altro sperimento. C'informa il nostro Autore, che li colori dello spettro LM nel primo sperimento sono nondimeno composti, sebbene non quanto nel lume diretto del Sole. Per tanto egli dimostra come si vengono a separare li colori della immagine, e a farli semplici in un grado di esattezza, collocando un prisma in distanza dal foro, e servendosi di un vetro convesso (*b*). Ed egli dimostra quando ciò siasi fatto sufficientemente, che se voi fate un piccolo pertuggio nella carta, che riceve la immagine, per il quale una qualche sorta di raggi possa passare, e così un raggio colorato venga a cadere sopra di un prisma, in guisa d' esserne rifratto, egli non cangierà in qualsisia caso il suo colore, ma sempre mai lo conserverà perfettamente, come prima, in qualunque modo sia egli refratto. (*c*)

b *Ibid. Prop.* 4.

16. Nè questi colori dopo una tale perfetta separazione soffriranno alcuna mutazione nella riflessïon loro da corpi di differenti colori, dall' altra parte faranno apparire tutti li corpi posti in questi colori di quel colore, che gli illumina: (*d*) imperocchè il minio nel lume rosso apparirà come nel chiaro del giorno; ma nel lume giallo apparirà giallo; e ciò ch' è più straordinario, nel verde comparirà verde, nel turchino, turchino, e nel violetto, violetto; in simil maniera compalirà un verderame nel lume di questo colore; cosicchè il verderame posto nel lume rosso non sarà abile a comunicare la minor tintura tur-

c *Nevv. Opt. Lib. I part. 2. esper.* 5.

d *Ibid. exper.* 6.

china

china a questo lume, nè alcun'altro color differente dal rosso; nè il minio posto nel lume indaco, o violetto rappresenterà la minor'apparenza di rosso, o da altro colore distinto da quello, in cui è collocato. La sola differenza si è, che ciascuno di questi corpi apparisca più luminoso, e brillante nel colore, che corrisponde a quello, che ei fa vedere nel chiaro del giorno, e più fosco nei colori più rimoti da questo; vale a dire, sebbene il minio, ed il verderame posti nel lume azzurro, compariranno ambedue azzurri, ciò nondimeno questo comparirà di un'azzurro brillante, e quello di un smorto, ed oscuro; ma se il minio, e'l verderame si confrontino insieme nel lume rosso, quello renderà un rosso vivo, e questo un colorito più debole, sebbene della stessa spezie.

17. E questo non solo prova la immutabilità di tutti questi colori semplici, ed incomposti; ma ancora sviluppa tutto il mistero, per cui li corpi appariscono al chiaro del giorno di tali differenti colori, questo non consistendo in altra cosa, se non che dove il bianco lume del giorno è composto di tutte le sorte di colori, alcuni corpi riflettono li raggi di una sorte in una maggior abbondanza, che li raggi di un'altra (*a*). Sebbene ciò apparisce nel sopraccitato sperimento, che tutti questi corpi in circa riflettono qualche porzione di raggi di ciascun colore, e producono il sentimento di colori particolari solamente, perchè una sorta di raggi predomina più del rimanente: e ciò, ch'è stato innanzi spiegato dal comporre il bianco colla mescolanza di tutti li colori della immagine, chiaramente dimostra, che per vedere li corpi di color bianco non si ricerca più, che una potenza di rifletter'indifferentemente li raggi di ciascun colore. Ma ciò apparirà di vantaggio col seguente metodo: Se presso una immagine colorata nella prima nostra sperienza si tenga un pezzo di carta bianca in maniera, che sia egualmente illuminata da tutte le parti di questa immagine, ella apparirà bianca; la dove se sia tenuta più appresso al termine rosso della immagine, che ad una altro, ella diverrà rossiccia, se più vicina all'azzurro, parteciperà di questo. (*b*)

18. Il nostro indefesso, e circospetto Autore ha esaminata ancora la sua teoria col mescolare polveri di varj colori, di cui li pittori si servono, in ordine alla possibilità di produrre una polvere bianca con una tale composizione. (*c*) Ma in questo egli ha trovate alcune difficoltà, per le seguenti ragioni. Ciascuna di queste polveri colorate, non riflette, che una parte del lume, che sopra esse vi cade; le polveri rosse riflettendo poco di verde, o d'azzurro, e le polveri azzurre molto poco del rosso, o del giallo, e le polveri verdi riflettendo prossimamente tanto di rosso, o d'indaco, e violetto, quanto degli altri colori, ed inoltre quando alcuna di queste si esaminano al lume omogeneo, come il nostro Autore chiama li colori del prisma, che sono mercè

a *Lib. I. prop. 10.*

b *Ibid. experim. 9.*

c *Lib. I. Par. I. exper. 15.*

cè di questo ben separati, sebbene ciascuna apparisce più brillante, e luminosa nel suo proprio colore del giorno, che in alcun'altro; nondimeno li corpi bianchi, per esempio la carta bianca, in questi colori eccede quei corpi medesimi colorati nella chiarezza; cosicchè li corpi bianchi non solamente riflettono più di tutto quel lume, che li corpi colorati riflettono nel chiaro dal giorno, ma ancora più di quel colore, che essi riflettono più copiosamente. Tutte queste considerazioni fanno manifesto, che una mescolanza di questi corpi non rifletterà una quantità così grande di luce, che un corpo bianco della medesima mole; e perciò comporrà un tal colore quale risultarebbe da una mescolanza di bianco, e nero come sono tutti li colori grigi, e scuri, piùttosto che un bianco forte. Ora un tal colore egli componeva di certi ingredienti, cui egli particolarmente descrive, in tal modo, che quando la composizione era fortemente illuminata dal lume diretto del Sole, ella apparisse più bianca, che la stessa carta bianca, se è notabilmente dall'ombra offuscata. In oltre egli trova con isperienze la proporzione del grado d'illuminazione della suddetta composizione, e della carta, cosicchè uno spettatore in una propria distanza non saprebbe ben determinare qual fosse di un color più perfetto; come egli non solo ha sperimentato per sè stesso, ma ancora per la opinione concorrente di un'amico, che per avventura si trovò a visitarlo nel mentre stava facendo questa prova. Non posso quì tralasciare un'altro metodo di provare la bianchezza di una tal composizione, proposto in una lettera del nostro Autore su questo soggetto: (*a*) che è di illuminare la composizione con un tratto di lume Solare, che entri in una camera oscura, e poi ricevere il lume, che non è riflettuto sopra un pezzo di carta bianca, osservando se la carta apparisce bianca da questa riflessione. Imperciocchè se ciò accade è una prova dell'esser bianca questa composizione; perchè quando la carta riceve la riflessione da un corpo colorato, ella si vede di questo colore. Conforme a ciò è la prova, che egli ha fatta coll'acqua, impregnata di sappone, ed agitata nella sua schiuma: (*b*) imperciocchè quando questa schiuma dopo breve tempo rappresentava nelle piccole bolle, che la componevano, una gran varietà di colori, sebbene questi colori ad uno spettatore in piccola distanza distintamente si discoprivano; nondimeno quando l'occhio era così discosto, che ciascuna piccola bolla più non si distingueva, tutta la schiuma per la mescolanza di tutti que'colori compariva intensamente bianca.

a *Transf. Filos. No.* 88. *p.* 5095.

b *Opt. Lib.* 1. *part.* 2. *experim.* 14.

19. Avendo il nostro Autore intieramente soddisfatto sè stesso con queste, e altre parecchie sperienze per conoscere il risultato dalla mescolanza di tutti li colori del prisma; passa in appresso ad esaminare, se codesta apparenza di bianchezza nasca da'raggi di queste differenti sorte, che incontrandosi operino in maniera uno su l'altro, che ciascun

ſcun d'eſſi imprimano il ſentimento di bianchezza ſopra del nervo optico; o ſe ciaſcun raggio faccia ſu l'organo della viſta la medeſima impreſſione, che oprando ſeparatamente, e da sè ſolo, di modo che l'idea di bianchezza non ſia prodotta dalla impreſſione di alcuna parte di queſti raggi, ma riſulti dalla meſcolanza di tutte queſte differenti ſenſazioni. E che queſta ultima opinione ſia la ſola vera egli lo prova con innegabili ſperienze.

20. In particolare lo ſperimento precedente (*a*) in cui ſi adoprò un vetro conveſſo, ne ſomminiſtra delle riprove. Quando la carta è portata nella ſituazione $\theta \gamma \eta \varkappa$, al di là di N, li colori, che in N ſparivano, cominciano a comparire di nuovo; il che dimoſtra, che meſcolandoli in N, non perdevano le loro qualità colorifiche, ſebbene per qualche ragione non comparivano, ovvero erano naſcoſti: Queſto appariſce di vantaggio in quella parte dello ſperimento, in cui la carta, finchè era nel foco, era diretta ed eſſer'inclinata da differenti lati; imperciocchè quando la carta era in una tal ſituazione, che doveva per neceſſità rifletter li raggi, li quali prima di arrivare al punto N avvebbero reſo il color azzurro, queſti raggi nel punto ſteſſo abbondando nel lume rifleſſo lo tingevano del medeſimo colore; così quando la carta riflette più copioſamente di tutti que'raggi, che prima di toccare il punto N eſibiſcono il roſſo, queſti medeſimi raggi tingono la luce rifleſſa da quel punto della carta del loro proprio colore.

a ibid. exper. 10.

21. Avvi una certa condizione relativa alla viſta, che ſomminiſtra l'opportunità di eſaminar queſto punto più pienamente: ella ſi è, che la impreſſione della luce rimane qualche breve tempo ſopra dell'occhio; come quando un carbone acceſo ſi fa girare in un circolo, ſe il moto è veloce l'occhio non ſarà abile a diſtinguer il carbone, ma vedrà un circolo intero di fuoco. La ragione di queſta apparenza ſi è, che la impreſſione fatta dal carbone ſopra dell'occhio in qualunque ſituazione, non è cancellata prima che il carbone ritorni di nuovo al medeſimo luogo, e vi rinovi la ſenſazione. Queſto ſuggerì al noſtro Autore il penſiero di provare, ſe queſti colori potrebbero eſſer traſmeſſi ſucceſſivamente all'occhio così preſto, che niun de' colori diſtintamente ſi percepiſſe, ma la meſcolanza delle ſenſazioni produceſſe una bianchezza uniforme, quando li raggi non agiſſero un ſu l'altro, perchè giammai non s'incontrebbero, ma verrebbero all'occhio un dopo l'altro. E queſto penſiero fu da lui eſeguito con un tale ſpediente. (*b*) Egli fa uno ſtromento di figura ſimile alla forma di un pettine, quale egli applica in vicinanza del vetro conveſſo, coſicchè muovendolo ſu, e giù lentamente, li denti di quello poteſſero impedir il paſſaggio or d'uno, or di un'altro colore; e ſecondo queſto la luce riflettuta dalla carta ſituata in N, cangiaſſe continuamente colore. Ma ora quando il ſuddetto ſtromento movevaſi velocemente, l'occhio perdeva ogni per-

b Opt. p. 122.

cezione distinta dei colori, che venivano ad esso di volta in volta, risultando una perfetta bianchezza dalla mescolãza di tutte quelle distinte impressioni sopra il sensorio. Ora in questo caso non si può sospettare, che varj raggi colorati oprino un su l'altro, e facciano qualche mutazione scambievolmente trà di loro nella maniera di muover il senso, poichè non vi s'incontrano insieme.

22. Il nostro Autore si avanza ancora ad insegnarci il modo d'osservare lo spettro de'colori prodotti nel primo sperimento, con un altro prisma, cosicchè apparisсano all'occhio sotto la forma d'una macchia rotonda, e perfettamente bianca. (*a*) E in questo caso se dal pettine usato inanzi restino intercetti alternativamente alcuni colori, che compongono lo spettro, la macchia rotonda cangierà il suo colore secondo, che vengano li colori intercetti; ma se il pettine si muova troppo velocemente onde queste mutazioni non si percepiscano distintamente, la macchia apparirà sempre bianca, come prima. (*b*)

a *Opt. Lib. 1. part. 2. exper. 11.*

b *ibid. prop. 4. 6.*

23. Oltre questa bianchezza, che risulta da una composizione uniforme di tutte le sorte di colori, il nostro Autore spiega ancora in particolare gli effetti di altre misture meno composte; delle quali alcune compongono altri colori, che rassomigliano in parte alcuni de'semplici, ed altre producono colori diversi da ciascuno di quelli. Per esempio una mistura di rosso, e giallo compone un colore in apparenza simile all'aranciato, che nella immagine, o nello spettro solare giace trà quelli; siccome una composizione di giallo, ed azzurro si prattica in tutte le tinte, per far un verde; ma il rosso e 'l violetto composti fanno un pavonazzo differente da ognuno de'colori prismatici, e questi congiunti al giallo, o turchino fanno ancora nuovi colori. In oltre vi è una regola da osservore quì, che quando più differenti colori sono frà di loro mescolati, il color, che proviene dalla mescolanza, divien languido, e degenera in bianchezza. Così quando il giallo, il verde, ed il turchino sono mescolati insieme, il composto sarà verde; ma se a questo aggiungete il rosso, e 'l violetto, il colore diverrà primieramente debole, e men vivo, ed infine aggiungendovi più di questi colori, ritornerà al bianco, o qualche altro colore. (*c*)

c *Opt. p. 51.*

24. Vi è solamente una cosa rimarcabile di que' colori composti, li quali sono simili in apparenza ad uno de'semplici; ed è, che ogni semplice veduto per un prisma conservarà sempre il suo colore; ma li composti riguardati per un simile vetro, verranno divisi nei semplici, di cui quelli sono l'aggregato. E per questa ragione ogni corpo illuminato da un lume semplice, apparirà distintamente per un prisma osservato, e saranno visibili le sue parti più minute; come può facilmente provarsi colle mosche, o altri tali piccoli corpi, che anno parti assai piccole; ma riguardato istessamente, quando viene illuminato da colori composti, apparirà confuso, nè saranno osservabili le più

sottili

sottili sue parti. Come il prisma separi questi colori composti, e similmente come divida li raggi del Sole ne' suoi colori, non è stato per anche spiegato; ma questo riservasi per il terzo Capo.

25. Frattanto ciò ch'è stato detto, basterà penso a dar'un saggio del metodo di ragionare del nostro Autore, e ad illustrare in qualche maniera la proposizione, che si è avanzata nel presente Capo.

26. Vi sono metodi di separare li raggi eterogenei della luce del Sole per riflessione, che perfettamente cospirano con questo raziocinio, e lo confermano di vantaggio. Uno de'quali metodi può esser questo. Sia A B nella figura 129. che rappresenti una finestra chiusa di una camera oscura; C un pertuggio per ammetter li raggi del Sole; D E F, G H I due prismi talmente applicati insieme, che li lati E F, G I sieno contigui, e li due lati D F, G H paralelli; in questa maniera la luce passerà per esso loro senza alcuna separazione in colori: se ella viene di poi ricevuta da un terzo prisma I K L, ella sarà divisa in modo di formare sopra qualche corpo bianco P Q li colori ordinarj, il violetto in m, l'azzurro in n, il verde in o, il giallo in r, ed il rosso in s. Ma perchè non accade giammai, che le due superfizie aggiacenti E F, e G I perfettamente s' tocchino, una parte sola del lume incidente sopra la superfizie E F verrà trasmessa, ad una parte sarà riflettuta, ora la parte riflettuta sia ricevuta da un quarto prisma Δ Θ Λ, e passando per esso dipinga sopra un qualche corpo bianco Z Γ li colori del prisma, il rosso in t, il giallo in u, il verde in vv, il turchino in x, il violetto in y. Se li prismi D E F, G H I si commincino lentamente a girare, mentre rimangono fra di loro contigui, li colori sopra il corpo P Q non cangieranno sensibilmente la loro situazione sino a tanto, che li raggi divengano alquanto obbliqui alla superficie E F; e all'ora la luce incidente sopra la superficie E F; comincierà ad esser'intieramente riflettuta. E prima di tutto il lume violetto sarà intieramente riflettuto, e perciò sparirà in m, apparendo in vece in y, e crescendo il lume violetto, che vi cade sopra, gli altri colori rimangono come inanzi. Se li prismi D E F, G H I si girino un poco più intorno, onde li raggi incidenti divengano un poco più inclinati alla superficie E F, il turchino rifletterà totalmente, e sparirà in n, ma comparirà in x, facendovi il colore più intenso, e si può continuare lo stesso finchè li colori siansi successivamente rimossi dalla superficie P Q all'altra Z Γ. Ma in qualche caso per esempio quando il violetto, ed il turchino anno abbandonata la superficie P Q, e appariscono sopra dell'altra Z Γ restando il verde il giallo, e 'l rosso solamente sopra la superficie P Q; se la luce venga ricevuta sopra una carta tenuta in qualche luogo del suo passagio trà l'escita dalli prismi D E F, G I H, e la sua incidenza sul prisma I K L, ella apparirà del colore composto di tutti li colori, che si vedono sopra P Q; e

il raggio riflesso ricevuto sopra un pezzo di carta bianca tenuta in qualche luogo tra li prismi DEF, e ΔΘΛ, esibirà un color composto di quelli, di cui la superfizie PQ è privata, mescolati colla luce del Sole: laddove prima che alcuna parte della luce venisse riflettuta dalla superficie DF, li raggi tra li prismi GHI, ed IKL apparirebbero bianchi; siccome pure il raggio riflesso sarà innanzi, e dopo la total riflessione, purchè la differenza della refrazione cagionata dalle superficie DF, e DE non sia considerabile. Io chiamo quì bianco il lume del Sole, come ho fatto per tutto; ma è cosa più esatta attribuirgli qualche cosa d' una tintura giallicia, cagionata dai colori più brillanti, che abbondano in esso; La qual precauzione è necessaria esaminando li colori di un tratto riflesso di lume, quando sono in esso tutti e due, il violetto, e l'azzurro: imperciocchè questa tintura giallicia della luce del Sole fa che l'azzurro non vi sia così intieramente visibile, come lo sarebbe, se la luce fosse perfettamente bianca; ma fa inclinare un tratto di lume piuttosto ad una pallida bianchezza.

CAPITOLO II.

Delle Proprietà de' Corpi, da cui dipendono li loro colori.

1. DOpo aver dimostrato nell' ultimo capo, che la differenza tra li colori de' corpi veduti alla luce scoperta del giorno, è solamente questa, che alcuni corpi sono disposti a rifletter raggi di un colore nella più grande abbondanza, ed altri corpi, raggi di qualche altro colore; l'ordine ora dimanda, che esaminiamo più particolarmente quella proprietà de' corpi, che loro dà questa differenza. Il nostro Autore dimostra, che ella non è altro, che la differente grossezza delle particole, che compongono ciascun corpo: lo che, io dubbito, che non abbia a sembrare un paradosso non piccolo. E in verità tutto il presente Capo appena comprenderà alcuna asserzione, che non sia quasi incredibile, sebbene le ragioni di quanto si dice, sono così forti, e convincenti, che sforzano il nostro assenso. Nel primo Capo abbiamo spiegate le proprietà della luce senza la minor conghiettura di quelli, che hanno precedute le discoperte del nostro Autore; nondimeno non è difficile l'abbracciarle tostochè si conosce, che gli sperimenti ne provano la realità; ma alcune delle proposizioni da stabilirsi quì, saranno, io temo, considerate quasi al di là di ogni credenza non ostante che gli argomenti, co' quali si sono stabilite, non ammettano risposta. Imperciocchè si prova dal nostro Autore, che li corpi sono resi trasparenti dalla piccolezza de' loro pori, e divengono opachi per averli larghi; e dippiù che li corpi più trasparenti riducendosi ad una grande tenuità, diventeranno meno pervj alla luce.

2. Ma

2. Ma ſiccome era opinion ricevuta, e tuttavia rimane così ſtabilita tra tutti quelli, che non hanno ſtudiata queſta Filoſofia, che la luce riflette da' corpi dall' incontrarſi, che fa nelle loro parti ſolide, riſaltando da quelle, come fa una palla da giocare, o altra ſoſtanza elaſtica, urtando contro di una ſuperficie dura, e reſiſtente; egli ſarà proprio di cominciare dal dichiarar la ſentenza del noſtro Autore circa queſto punto; che dimoſtra con più argomenti, che queſta rifleſſione non può farſi in alcun modo mercè una tal cauſa: (*a*) ed io eſporrò alcune poche delle ſue prove, rimettendo il Lettore al noſtro Autore ſteſſo per il reſtante.

a *Opt. Lib.* II. *prop.* 8.

3. Sarà ben noto, che quando la luce cade ſu qualche corpo traſparente, per eſempio un vetro, parte di queſta è riflettuta, e parte traſmeſſa; per iſpiegar la qual coſa è facile il dire, che una parte di luce entra nei pori del vetro, ed una parte s' incontra colle ſue parti ſolide. Ma quando la luce traſmeſſa giunge all' altra ſuperfizie del vetro, nell' uſcir fuori dal vetro all' aria, vi è cagionata come una forte rifleſſione, o piuttoſto qualche coſa di più forte. Ora non è da poterſi concepire, come la luce troverebbe tante ſolide parti nell' aria per urtarvi dentro, quante nel vetro, o anche in maggior numero di queſte. E per accreſcer la difficoltà; ſe pongaſi dell' acqua di dietro al vetro, la rifleſſione divien molto più debole. Come potiamo dir dunque, che l' acqua abbia più poche parti ſolide, in cui debba urtar la luce, di quello che ne abbia l' aria? E ſe poteſſimo dirlo, qual ragione può renderſi dell' eſſer la rifleſſione più forte quando l' aria è rimoſſa dal di dietro del vetro con uno ſtromento per votarla, che quando l' aria riceve li raggi della luce? Oltrediche la luce può eſſere talmente inclinata alla ſuperficie poſteriore del vetro, che ella abbia ad eſſer riflettuta intieramente, il che ſuccede, quando l' angolo, che li raggi fanno colla ſuperficie, non eccede 49$\frac{1}{3}$ gradi in circa; ma ſe l' inclinazione ſia un poco accreſciuta, una gran parte della luce ſarà traſmeſſa; e come la luce in un caſo non abbia ad incontrar altro, che parti ſolide d' aria, e con un sì piccolo cangiamento della ſua inclinazione a ritrovar pori in grande abbondanza, egli è totalmente inconcepibile. Nè ſi può dire, che la luce rifletta, per incontrarſi nelle parti ſolide del vetro; imperciocchè ſenza far alcun cangiamento nella ſua ſuperficie, ma ſolamente in luogo d' aria collocando acqua contigua al vetro, una gran parte di queſta luce ſarà traſmeſſa, che non trovava paſſaggio per l' aria. Dippiù nell' ultimo ſperimento recato qui ſopra nel capo precedente, quando col girare li priſmi D E F, G H I, la luce azzurra diveniva intieramente riflettuta, nel mentre l' altra era traſmeſſa al maggior grado, non è poſſibile d' aſſegnare alcuna ragione, per cui li raggi producenti l' azzurro non aveſſero ad incontrarſi ſe non in parti ſolide d' aria tra li priſmi, e 'l rimanente della luce nella medeſima obbli-

qui-

quità avesse a trovar pori in abbondanza. Anzi dippiù quando due vetri si toccano l'un l'altro, non si fa alcuna riflessione affatto; sebbene egli non apparisce nel minor modo, come li raggi avessero ad isfuggire più parti solide del vetro, quando è contiguo all'altro vetro, che quando è contiguo all'aria. Ma in fine secondo questa supposizione non si può comprendere come le sostanze più liscie avessero a rifletter la luce in quella maniera regolare, in cui troviam, che lo fanno; imperciocchè quando un sorbito specchio è coperto nella superficie con dell'argento vivo, non possiamo supporre, che le parti della luce sieno di tanto più grosse, che quelle dell'argento vivo, che non abbiano punto ad esser disperse nella riflessione come particelle di marmo fatte cadere sopra un pavimento ineguale. La sola cagione di una riflessione così uniforme, e regolare deve esser qualche causa più segreta, diffusa uniformemente sopra tutta la superficie del vetro.

4. Ora poichè la riflession della luce dai corpi, non dipende dall'incontrarsi colle loro parti solide, si dee pensare a qualche altra ragione. E primieramente non si dubbita più, che le menome parti di quasi tutti li corpi non sieno trasparenti, come anche il microscopio ce le rappresenta; (*a*) ed oltre a ciò si può sperimentarlo con questo metodo. Pigliate una tenue lametta d'un corpo de' più opachi, ed applicatela ad un piccolo foro aperto per la introduzion della luce in una camera oscura; per opaco, che parer possa questo corpo all'aperto chiaro del giorno, egli scoprirà nondimeno sufficientemente la sua trasparenza in queste circostanze; purchè solamente siasi ben'assottigliato il corpo. Li metalli bianchi per verità non si dimostrano così facilmente trasparenti in queste sperienze, riflettendo eglino quasi tutta la luce su di loro incidente, alla prima lor superficie; la cagione di che apparirà in ciò che segue. (*b*) Ma nondimeno queste sostanze ridotte, che sieno in parti di straordinaria sottigliezza, coll'essere sciolte nell'acqua forte o in simili liquori corrosivi, divengono ancora esse trasparenti.

a Opt. L. II. 11. par. 3. prop. 2.

b §. 17. infr.

5. Poicchè dunque la luce trova libero il passaggio per le parti minime de' corpi, consideriamo la larghezza de' loro pori, e troveremo, che qualunque raggio di luce sia passato per mezzo di qualche parte di un corpo, ed arrivato all'altra sua superfizie, se egli vi trova un' altra particola contigua, egli passerà senza interrompimento per questa particola; come la luce passerà per un pezzo di vetro, nell'altro, che è in contatto con quello, senza alcun' impedimento, o che alcuna parte ne venga riflettuta: ma siccome la luce uscendo dal vetro, o da qualche altro corpo trasparente, verrà in parte riflettuta in dietro, se ella entra nell'aria, o in altro corpo trasparente d'una densità differente da quella del corpo, onde è uscita; lo stesso accadrà nel passaggio della luce per ogni particola di un corpo, qualunque volta all'uscire da questa particola, ella non incontra altre particole contigue, ma le bisogna

gna entrare in un poro; imperciocchè in questo caso ella non passerà punto avanti con tutte le sue parti, ma ne verranno alquante riflettute indietro. Così ciascuna volta, che la luce entra in un poro, ella sarà in parte riflettuta; talchè niuna cosa sembra più necessaria alla opacità, che l'avere le particole, di cui un corpo è composto, toccanti in pochi punti, e li pori numerosi, e larghi, onde possa la luce esserne in parte riflettuta, e nel rimanente penetrare così profondamente, che non potendo tornar fuori dal corpo, per le numerose riflessioni abbia a soffocarsi, e smarirsi; (*a*) il che con tutta probabilità succede qualunque volta ella incontra in parti solide del corpo, tutta la luce, che fa così non essendo riflettuta in dietro, ma arrestata, e privata di ogni moto ulteriore. (*b*)

a Opt. Lib. II. Par. 3. prop. 4. b L. II. Opt. pag. 241.

6. Questa nozione della opacità è grandemente confermata dall'osservare, che li corpi opachi divengono trasparenti col riempiere li pori d'una qualche sostanza, che abbia prossimamente la stessa densità, che le lor parti. Così quando una carta è inumidità di acqua, o di oglio; quando la tela si tinge nell'acqua, quando le si dà l'oglio, o la vernice, ovvero quando la pietra *oculus mundi* s'immerge nell'acqua; (*c*) tutte queste sperienze confermano la prima asserzione, che la luce non è riflettuta dall'abbattersi nelle parti solide de' corpi; e poi la seconda, che il suo passaggio è impedito dalle riflessioni, a cui soggiace ne' pori; poichè noi troviamo in queste sperienze, che ella passa in maggior' abbondanza per li corpi, quando il numero delle loro parti solide è accresciuto, solamente col togliere molte di queste riflessioni; il che si fa riempiendo li pori d'una sostanza, che sia quasi della stessa densità, che sono le parti del corpo stesso. In oltre come riempiendo li pori di un corpo opaco si fa trasparente; così dall'altra parte vuotando li pori d'un corpo trasparente, o separandone le parti, rendesi opaco; come fa il sale, o la carta umida, venendosi a diseccare, il vetro, essendo ridotto in polvere, o fattane aspra la superfizie; ed egli sarà noto, che li vasi di vetro scuoprono le fissure, o crepature colla loro opacità. Così l'acqua stessa diviene impervia alla luce coll'esser formata in piccole bolle, già facendo schiuma, ovvero mescolandola, ed agitandola con qualche quantità di un liquore con cui ella non s'incorpori, come è l'oglio di trementina, o quello d'ulive.

c Ibid. p. 224.

7. Un certo sperimento elettrico fatto dal Sig. HauKsbee può non esser inutile per avventura a rischiarare la presente speculazione, dimostrando, che si ricerca qualche cosa dippiù, oltre la mera porosità, per trasmetter liberamente qualche altra sottile, e delicata sostanza. Lo sperimento è questo; che un cannello di vetro fregato, finchè se gli cavi la sua qualità elettrica, agiterà un foglio di rame; incluso in un vaso di vetro sebbene ad una distanza, che vi potrebb' esser qualche corpo di mezzo; nondimeno il medesimo cannello perderà tutto il suo in-

flusso sopra il detto foglio di rame, per la frapposizione d'un pezzo di finissimo velo, li cui pori sono di gran lunga più larghi, e più patenti, che quelli del vetro.

8. Così ho proccurato di appianarmi la strada, quanto io poteva, per isviluppare ancora maggiori segreti in natura; imperciocchè passerò già a dimostrar la ragione, per cui li corpi appariscono di differenti colori. Il mio Lettore non v'ha dubbio resterà sorpreso, quando lo informerò, che la cognizione di questo è didotta da certi sperimenti giocosi, con cui li fanciulli si divertiscono nel soffiare quelle bolle d'acqua rese più tenaci per la soluzion del sappone; e che queste bolle, secondo che grado per grado diventano più, e più sottili, fino a crepare, cangiano successivamente li suoi colori per la stessa causa, che li corpi naturali conservano i suoi.

9. Il nostro Autore dopo preparata l'acqua col sappone, onde si rendesse più tenace, vi soffiò dentro, e la bolla, che ne sorse, postala sotto un vetro, acciò non fosse irregolarmente agitata dall'aria, osservò, che l'acqua scendendo, cangiava la grossezza di quella vessica, facendola minore, e minore per gradi, finchè quella crepò; e comparivano successivamente colori nel vetro, che la rinchiudeva, li quali si spargevano in guisa di annelli, che circondavano il bicchiere, e vi discendevano sempre più, finchè al fondo svanivano con lo stesso ordine, con cui gli stessi comparivano. (*a*) Li colori emergevano con quest'ordine; prima il rosso, indi l'azzurro; a cui succedeva una seconda volta il rosso, e seguiva immediatamente l'azzurro; dopo questo il rosso una terza volta, seguitato dall'azzurro, a cui succedeva un quarto rosso, ma seguito dal verde; dopo questo un'ordine più numeroso di colori, prima rosso, poi giallo, indi verde, dopo questo azzurro, e infine violetto; quindi nuovamente rosso, giallo, verde, azzurro, violetto si seguitavano l'uno l'altro per ordine; e infine rosso, giallo, bianco, azzurro, a cui succedeva una macchia oscura, che appena rifletteva alcun lume, sebbene il nostro Autore trovò, che faceva qualche oscura riflessione, perchè l'immagine del Sole, o di una candela, vi si poteva discernere debolmente; e quest'ultima macchia si dilatava più, e più, finchè poi la bolla d'acqua crepava. Questi colori non erano semplici, od incomposti, simili a quelli, che sono rappresentati dal prisma, quando si prende la dovuta diligenza per separarli; ma erano fatti da una varia mescolanza di quei colori semplici, come si dimostrerà nel prossimo capo: e perciò que' colori, a cui ho dato quì il nome di azzurro, verde, o rosso, non erano del tutto simili fra di loro: ma differenti, come segue. L'azzurro, che appariva prossimo alla macchia oscura, era un color puro, ma debole, come l'azzurro del Cielo; il bianco prossimo ad esso un bianco forte, ed intenso, più chiaro di quello, ch'era riflettuto prima, che alcun de' colori appa-

a *Ibid. Obs.17. &c.*

appariſſe. Il giallo, che precedeva queſto, era dapprincipio mediocre, ma toſto ſi facea dilavato; e il roſſo, che andava innanzi al giallo, dapprincipio avea una tintura di ſcarlato, inclinante al violetto; ma toſto cangiava in un brillante maggiore; il violetto della ſerie ſeguente, era carico, con poco, o nulla di roſſo; l'azzurro un color vivo, ma degenerava aſſai dall'azzurro nell'ordine ſeguente: il verde era tutto dilavato, e pallido; il giallo, e il roſſo erano vivi, e pieni, più di tutti li gialli, che apparivano tra alcun de' colori; negli ordini precedenti il violetto era roſſiccio, ma l'azzurro, come appunto ſi è ora detto, il più brillante di tutti; il verde alquanto miglior, che nell'ordine, che appariva innanzi ad eſſo, ſebben'era un bel verde di ſalice; il giallo in piccola quantità, ma brillante; il roſſo di queſt'ordine non era puro; quelli, che apparivano prima, erano ancora più oſcuri, eſſendo dilavati, e imbrattati, come pure li tre primi azzurri.

10. Ora egli è evidente, che queſti colori erano prodotti ſu'l bicchiere dalla veſcica d'acqua, a miſura, ch'ella diveniva per gradi più, e più ſottile; ma qual foſſe la ſua preciſa groſſezza nelle parti, ove ciaſcun di queſti colori appariva, non ſi poteva determinarlo con queſti ſperimenti; ma trovoſſi bensì con un'altro mezzo, val'a dire, prendendo il vetro obbiettivo di un lungo teleſcopio, che ha una piccola conveſſità, e collocandolo ſopra un vetro piano, coſicchè lo toccaſſe in un punto, e verſando allora dell'acqua tra tutti, e due, apparivano li medeſimi colori, che nella veſcica, in forma di circoli, o di anelli, che circondavano il punto, in cui li vetri toccavanſi; il qual' appariva nero per difetto di rifleſſione, come il vetro nella veſcica ſuddetta, quando è reſa ſottiliſſima: (*a*) dopo queſta macchia viene un circolo azzurro, e dopo di queſto un bianco; e così nello ſteſſo ordine di prima, contando dalla ſuddetta macchia oſcura. E da quì innanzi io parlerò de' colori, chiamandoli del primo, del ſecondo, o d'altro ſuſſeguente ordine, conforme ſaranno li primi, li ſecondi, ec. contandoli dalla macchia nera nel centro di queſti annelli; ch'è l'ordine contrario a quello, in cui ſi dovrebbero menzionare, a noverar il primo, ſecondo, terzo, ec. nell'ordine, in cui ſono prodotti un dopo l'altro ſu'l bicchiere dalla ſopraddetta veſcica.

a *Ibid. Obſ.* 10.

11. Ora dal miſurar li diametri di cadauno di queſti annelli, e dal conoſcer la conveſſità del vetro del teleſcopio, può determinarſi con grand' eſattezza la groſſezza dell'acqua, ch'è a ciaſcun di queſti annelli; per eſempio la ſua groſſezza, dove è rifletturo il bianco del primo ordine, è di $3\frac{7}{8}$ parti incirca di quelle, che ſono in un pollice 1000000. (*b*) E queſta miſura dà la groſſezza sì dell'acqua tra li vetri, che della veſcica, ov'ella appariſce di queſto color bianco; ſebbene il corpo traſparente, che circonda l'acqua in queſti due caſi ſia differente: imperciocchè il noſtro Autore trovò, che la condizione del corpo ambiente non alterava

b *Ibid. p.* 205.

punto la spezie del colore, sebben potesse alterarne la forza, e la chiarezza; imperciocchè certi pezzi di vetro così sottili, che apparivano colorati, essendo inumiditi dall'acqua, avevano con ciò li loro colori men vivi, e resi più pallidi; ma egli non ha osservato, che le loro spezie punto si cangiassero: cosicchè la grossezza d'ogni corpo trasparente determina il suo colore, per qualunque corpo passi la luce, arrivando a quello. (*a*)

a *Obser.* 21.

12. Ma egli si trovò, che varj corpi trasparenti, sebbene non della stessa grossezza rappresentavano lo stesso colore: imperciocchè se li vetri mentovati di sopra si ponevano uno su l'altro senza l'acqua tra le lor superficie, l'aria stessa rendeva li medesimi colori, che l'acqua, ma più sparsi, dimodocchè ciascun annello aveva un diametro maggiore, e tutti nella medesima proporzione; cosicchè la grossezza dell'aria, propria per ciascun colore era nella stessa proporzione più larga, che la grossezza dell'acqua, addattata allo stesso effetto. (*b*)

b *Osserv.* 5. *confr. con la* 10.

13. Se noi esaminiamo con diligenza tutte le circostanze di que' colori, che novereremo nel prossimo Capo, non saremo sorpresi, che il nostro Autore le prenda, per avere una grande analogia alli colori de' corpi naturali. (*c*) Imperciocchè la regolarità di quelle varie, e strane apparenze, che loro appartengono, e che fanno la parte più misteriosa dell'azione tra la luce, e li corpi, come nel seguente Capo dimostreremo, è sufficiente a convincerci che il principio, da cui queste provengono, è della più grande importanza nelle opere della natura; e perciò senza quistione è considerato non meno, che la fonte per dare ai corpi li loro varj colori, al qual fine egli sembra esattamente proporzionato. Imperciocchè se una qualche sostanza trasparente della grossezza propria a produr qualche colore si dividesse in sottili filamenti, o si mettesse in pezzi, non apparirebbe che questi ritenessero altro che lo stesso colore, ed un'ammasso di tali frammenti formerebbe un corpo di questo colore. Cosicchè egli è fuori di disputa, che la causa per cui li corpi sono di questo, o di quell'altro colore, sieno le particelle di differente grandezza, di cui quelli sono composti. Il che viene ancora confermato dall'analogia tra li colori di sottili lamine, e li colori di varj corpi. Per esempio quelle lamine non veggonsi dello stesso colore, quando si riguardano obbliquamente, e quando direttamente si vedono; imperciocchè se gli annelli, e li colori tra un vetro convesso, ed un piano si vedono primieramente in un modo diretto, e poi in differenti gradi di obbliquità, gli annelli si osserveranno sempre più dilatarsi secondo, che l'obbliquità andrà crescendo; (*d*) lo che prova che una sostanza trasparente tra li vetri non rappresenta lo stesso colore nella stessa grossezza, in tutte le situazioni dell'occhio: come appunto li colori nella stessa parte del corpo di un Pavone si cangiano, secondo che egli cangia positura rispetto alla luce. Li colori pure delle

c *Ibid. prop.* 5.

d *Osser.* 7

sete,

fete, delle tele, e d'altre sostanze, cui l'acqua, o l'oglio possa penetrar' intimamente, divengono languidi, e deboli, restando li corpi inzuppati di questi fluidi, e ricuperano la lor chiarezza di nuovo, alloracchè si rasciugano; come appunto si era detto innanzi, che le lame del vetro divengono fosche, ed oscure per essere inumidite. A questo si può aggiungere, che li colori da i pittori usati, si cangiano alquanto dal venir macinati con perfezione, certamente per la diminuzione delle loro parti, le quali particolarità congiunte insieme, e molte altre, che si potrebbero estrarre dal nostro Autore, danno una prova abbondante del presente punto. Io soggiungerò solamente una cosa di vantaggio: quelle lamine trasparenti trasmettono per entro a loro tutto il lume, che non riflettono; cosicchè guardando per esse, rappresentano que' colori, che risultano dal privar' il lume bianco del color riflettuto. Ciò si proverà comodamente co' vetri sovvente menzionati; per cui riguardando si vedono annelli colorati, come fa il lume riflettuto, ma con un'ordine opposto; imperciocchè la macchia di mezzo, che dall' altra veduta apparisce negra per difetto di lume riflettuto, vedesi ora del tutto bianca; presso a questa macchia il lume apparisce tinto di un rosso gialliccio dove innanzi appariva un circolo bianco, ora ne apparisce un' oscuro; e così del resto. (*a*) Ora nella stessa maniera la luce trasmessa per un foglio d'oro in una camera oscura, apparisce verdiccia, per la perdita del lume giallo, che dall' oro riflettesi.

a *Osser.* 9.

14. Quindi egli segue, che li colori de' corpi danno un probabile fondamento per farvi delle conghietture, concernenti la grandezza delle loro particole componenti. (*b*) La mia ragione di chiamarle conghietture si è la difficoltà di fissar certamente l'ordine di alcun colore. Il nostro Autore giudica, che il verde de' vegetabili sia del terzo ordine, parte a causa della intensione del loro colore, e parte per li cangiamenti, che soffrono quando vengono a seccarsi, piegando primieramente ad un verdiccio, o ad un giallo più perfetto, e poi alcuni di loro ad un aranciato, o rosso; li quali cangiamenti sembrano esser prodotti dalle loro particole agitate, o leggermente mosse, che cominciano a condensarsi per l'esalazioni della loro umidità, e forse dall' aumentarsi ancora dall' aggiunta delle parti terrestri, ed oleose di quest' úmido. Come li mentovati colori nascano dall' aumentarsi la mole di queste particole, è cosa evidente, vedendosi questi colori esser fuori dell' annello verde tra li vetri, e perciò formarsi dove la sostanza trasparente, che li riflette, è più grossa. E che l' aumentazione della densità delle particole colorifiche debba cospirar' alla produzione del medesimo effetto, sarà evidente, se noi ci risovverremo di quel, che si è detto della differente grandezza degli annelli, quando l'aria è rinchiusa tra li vetri, e quando l'acqua vi si trova di mezzo; con che provavamo, che

b *Ibid. prop.* 7.

che una sostanza d'una maggior densità, che l'altra da lo stesso colore in una minor grossezza. Ora le mutazioni oprate similmente nella densità, o grandezza delle parti de' vegetabili per causa del loro disseccamento, non sembrano maggiori di quello, che bastano per cangiar' il lor colore in quelli dello stesso ordine; ma il giallo, ed il rosso del quarto ordine non sono del tutto proprj a convenire con quelli, in cui queste sostanze si cangiano, nè il verde del secondo ordine è sufficientemente buono per esser colore de' vegetabili; cosicchè il lor colore deve esser necessariamente del terzo ordine.

15. Il colore azzurro di sciroppo di viole supponsi del terzo ordine dal nostro Autore; imperciocchè gli acidi, come l'aceto, con questo sciroppo lo cambiano in rosso, e li sali di tartaro, o altri alcali, mescolati con esso lo rendono verde. Ma se l'azzurro dello sciroppo fosse del secondo ordine, il color rosso, che gli acidi vi producono, assottigliando le sue parti, dovrebbe essere del primo ordine, e del secondo il verde, che vi producono gli alcali coll'ingrossarne le parti, laddove niuno di questi colori è del tutto sufficiente, e massime il verde per corrispondere a quelli prodotti da' tali cangiamenti; ma il rosso può ben trovarsi sufficiente del secondo ordine, ed il verde del terzo; nel qual caso l'azzurro deve esser pure del terzo ordine.

16. Il colore azzurro del Cielo dal nostro Autore si fa del primo ordine, che ricerca le parti più piccole di ogni altro colore; e perciò deve essere rappresentato ancora dai vapori, innanzicchè questi siansi abbastanza adunati in nuvola per produrre altri colori.

17. Il bianco più intenso, e luminoso è del primo ordine; se riesce men forte, è una mescolanza dei colori di tutti gli ordini. Egli fa dell' ultima sorte il colore de' panni lini, della carta, e d'altre sostanze simili; ma il bianco de' metalli è della prima sorte. Queste ne sono le ragioni. Si è dimostrato, che l'opacità di tutti li corpi proviene dal numero, e dalla forza delle riflessioni, che per entro a loro si fanno; ma tutte le sperienze dimostrano, che la più forte riflessione si fa in quelle superfizie, che sono di mezzo a' corpi trasparenti della più differente densità. Tra gli altri esermpj di questo, gli sperimenti di sopra ce ne porgono uno; imperciocchè quando l' aria solamente si trova rinchiusa tra li vetri, gli annelli colorati non solo si dilatano di vantaggio, che quando vi è l'acqua di mezzo, come è stato detto di sopra, ma sono ancora tanto più luminosi, e brillanti Egli ne segue dunque, che qualunque mezzo penetri li pori de' corpi se ve n'ha alcuno, quelle sostanze debbono essere le più opache, la densità delle cui parti è più differente dalla densità del mezzo, che riempie li loro pori. Ma si è provato sufficientemente nella prima parte di questo trattato, che non vi è alcun mezzo denso collocato ne' pori dei corpi, o almeno, che vi passi per entro con libertà. E ciò provasi ancora dal

pre-

presente sperimento: imperciocchè quando l'aria è rinchiusa dalla sostanza più densa del vetro, gli annelli dilatansi, come si è detto, a rimirarli obbliquamente; e ciò fanno talmente, che in differenti obbliquità la medesima grossezza dell'aria rappresenterà tutte le sorte de' colori. La bolla d'acqua sebbene circondata dalla sostanza più sottile di aria, cangia similmente il suo colore riguardandola obbliquamente; ma non affatto quanto nell'altro caso, imperciocchè in quello il medesimo colore può vedersi, quando gli annelli si vedono il più obbliquamente, ad una grossezza dodeci volte più che quello compariva sotto una vista diretta; laddove in quest' altro caso la grossezza non si trova mai considerabilmente crescere più della metà. Ora li colori de' corpi non dipendendo solamente dalla luce, che vi cade sopra perpendicolarmente, ma ancora da quella, che vi cade con tutti li gradi di obbliquità; se il mezzo ambiente le loro particole fosse più denso di queste, ogni sorte di colore sarebbe necessariamente da loro riflettuta in sì gran copia, che farebbe il colore di tutti li corpi bianco, o grigio, o certamente un bianco dilavato, ed imperfetto; Ma dall'altra parte se il mezzo ne'pori de i corpi fosse assai più raro delle loro particole, il colore riflettuto sarebbe così poco cangiato dalla obbliquità dei raggi, che quello prodotto da i raggi, che cadono prossimamente perpendicolari, potrebbe cotanto abbondare nel lume riflettuto, che darebbero al corpo il loro proprio colore con poca mistura. A questo si può aggiungere, che quando la differenza delle sostanze contigue trasparenti è la medesima, un colore riflettuto dalla sostanza più densa ridotta in una sottile lamina, e circondata dalla più rara, sarà più gagliardo, che lo stesso colore, quando è riflettuto da una sottile lamina formata della sostanza più rara, e circondata dalla più densa; siccome il nostro Autore ha sperimentato col soffiare vetro molto sottile ad una lumpana di fornace, che rappresentava al chiaro colori più vivi, di quello fa l'aria tra due vetri. Da queste considerazioni è manifesto, che in caso di somiglianza in tutte le altre circostanze, li corpi più densi saranno li più opachi. Ma egli è stato osservato innanzi, che que'metalli bianchi possono difficilmente farsi così sottili, se non dissolvendoli in liquori corrosivi, onde si rendano trasparenti; sebben nissuno di essi è così denso, che l'oro, il che prova, che la loro grande opacità abbia qualche altra cagione ancora oltre la loro densità; e niuna è più propria a produr quest'effetto, che una tal grossezza delle loro particole, che le abiliti a rifleter' il bianco del primo ordine.

18. Per produrre il nero le parti debbono essere più piccole, che per la rappresentazione di ogn'altro colore, cioè di una grossezza corrispondente a quella della vescica d'acqua, mercè cui quel poco, o nulla di lume reflettuto apparisce senza colore; ma ancora non debbon'elleno esser troppo piccole; perchè ciò le farebbe trasparenti per difetto

di

di riflessioni nelle parti interiori del corpo, sufficienti ad arrestar la luce dal suo passaggio per esso; ma debbono essere di una mole confinante con quella, che lo dispone a rifletter l'azzurro debole del primo ordine, il che dà una ragione evidente, per cui li corpi neri ordinariamente partecipano un poco di questo colore. Vediamo ancora perchè li corpi sciolti dal fuoco, o per la putreffazione volgono al nero: e perchè nel macinare il vetro sopra lastre di rame, il polverio di vetro, il rame, e l'arena, con cui quello si è macinato, divengono assai neri; e infine perchè queste sostanze nere comunicano così facilmente alle altre il suo colore: mentre le loro particole per ragione della sua gran piccolezza ricuoprono le parti più grosse delle altre, e loro si frammezzano.

19. Finirò questo Capo con una rimarca sopra l'eccedente grande porosità ne'corpi necessariamente ricercata in tutto ciò, ch'è stato quì accennato; la quale debitamente ponderata deve apparir sorprendente; ma per aventura sarà materia di maggior sorpresa, quando io affermi, che la sagacità del nostro Autore ha discoperto un metodo, per cui li corpi possono facilmente divenir tali; anzi come della minima parte di materia possa formarsi un corpo di qualsivoglia grande dimensione, e ciò non ostante, niuno de'pori di questo corpo sia più grande della minore assegnabil grandezza; quantunque le parti del corpo si tocchino in maniera, che il corpo stesso sia duro, e sodo. (*a*) Il metodo è questo: supponete un corpo composto di parti di tali figure, che ponendosi insieme li pori, che si trovano fra di esse, possano questi eguagliar la dimension delle parti; come ciò possa eseguirsi, e pure il corpo sia duro, e sodo, non è difficile a capirsi; e li pori di un tal corpo possono esser fatti di ogni grado proposto di piccolezza. Ma la materia solida di un corpo così formato occuperà solamente la metà dello spazio occupato dal corpo; e se ciascuna particola componente sia composta di altre minori particole, secondo la stessa regola, le parti solide di un tal corpo non occuperanno, che la quarta parte del suo volume; se ognuna di queste minori particole sia nuovamente composta nella stessa maniera, le parti solide di tutto il corpo non saranno, che un'ottavo della sua grandezza; e così continuando la composizione, le parti solide del corpo potranno avere una sì piccola proporzione che si voglia a tutta la grandezza del corpo, e ciò non ostante il corpo per la contiguità delle sue parti sarà capace di esser duro in qualche grado. Il che dimostra, che tutto il globo della Terra, anzi tutti li corpi insieme, che conosciamo nell' Vniverso, potrebbero esser composti, per quanto noi li conosciamo, di una porzion di materia solida, che non passasse quella quantità, che si può ridurre ad un globo di un pollice solo in diametro, od anche a meno. Noi vediamo dunque come li corpi con questo mezzo possono farsi di una rarità suf-

a Opt. p. 248.

ficien-

ficiente a trasmetter la luce con quella libertà, che troviamo farsi da' corpi pellucidi. Sebbene qual sia la reale struttura de'corpi, non però lo sappiamo.

CAPITOLO III.

Della Refrazione, Riflessione, ed Inflessione della luce.

1. TAnto dei colori de'corpi naturali, il nostro metodo ci porta a specolazioni ancora più grandi, e fino a penetrare nelle cagioni di tutto ciò, che finora si è riferito. Imperciocchè qui dee spiegarsi, come gli prismi separino li colori della luce del Sole; ciò, che discoprimmo nel primo capo; e perchè quelle sottili lamine trasparenti, di cui ragionammo nell' ultimo, e in conseguenza le parti de'corpi colorati riflettano quella diversità di colori, solamente per esser di differenti grossezze.

2. E primieramente, egli è provato dal nostro autore, che li colori della luce del Sole sono manifestati dal prisma, perchè li raggi vi soggiacciono a differenti gradi di refrazione; che li raggi, che fanno il violetto, il quale si dipinge nella parte superiore dell'immagine colorata nel primo sperimento del Capo Primo, sono li più refratti, che quelli, che fanno l'indaco lo sono alquanto meno de'violetti, ma più degli azzurri; e questi più dei verdi; li verdi più de'gialli; li gialli più di quei di color d'arancia; e questi più dei rossi, che meno di tutti sono refratti. La prima prova di ciò, che li raggi di colori differenti sono refratti inegualmente, si è questa. Se prendete un corpo, e ne dipingete una metà di rosso, e l'altra di azzurro; vedendolo allora per mezzo di un prisma, quelle due parti sembrano separate una dall'altra: il che non può accader'altrimenti, che per lo rifrangersi dal prisma la luce di una metà più, che la luce dell'altra. Ma la metà azzurra sarà la più refratta; imperciocchè se il corpo riguardasi per il prisma in tal situazione, che il corpo apparisca salito insu per la refrazione, come un corpo dentro un catino d'acqua, nello sperimento mentovato nel primo Capo, sembra innalzato per la refrazione dell'acqua, cosicchè vedasi ad una maggior distanza, che quando il catino è vuoto, allora la parte azzurra sembrerà più alta della rossa; ma se la refrazione del prisma si faccia per la via opposta, la parte azzurra sarà più depressa dell'altra. In oltre, disponendo in croce dei fili di seta nera sopra cadauno di questi colori, ed essendo il corpo ben'illuminato, se li raggi, che ne partono, siano ricevuti da un vetro convesso, talchè questo col refrangerli porti l'immagine del corpo sopra un foglio bianco, che si tenga di là del vetro; si vedrà, che li fili neri sopra la arte rossa della immagine, e quelli sopra l'azzurra non appariscono distin-
tamen-

tamente a uno stesso tempo nella immagine, ch'esce dal vetro: ma se il foglio si tenga in maniera, che li fili sopra la parte azzurra possano vedersi distintamente, non lo si potranno quelli sopra la parte rossa, ma dovrà esser'allontanato dippiù il foglio dal vetro convesso, per far visibili li fili sopra di questa parte; e quando la distanza è abbastanza grande per far, che li fili si vedano su'l rosso, divengono confusi nell' altra parte. E quindi apparisce, che li raggi, che partono da ciascun punto della parte azzurra del corpo sono riuniti più presto dal vetro convesso, che li raggi, che partono da ciascun punto del rosso (*a*) Ma queste due sperienze provano, che li raggi, li quali fanno l'azzurro, tanto nella piccola refrazione del vetro convesso, quanto nella più grande del prisma, restano piegati dalla sua dirittura più de'raggi, che fanno il rosso.

a *Nevv. Opt: l. 1. prop. 1. par. 1.*

3. Con ciò sembra di già, che si renda ragione dello spettro colorato, formato dal rifrangersi la luce del Sole per un prisma; sebbene il nostro Autore passa ad esaminar questo punto in particolare, e prova, che li diversi raggi colorati in questo spettro sono refratti in differenti gradi; dimostrando, come si colloca un prisma in tal positura, che se tutti li raggi fossero refratti d'una stessa maniera, lo spettro diverrebbe rotondo; laddove in questo caso, se l'angolo fatto dalle due superfizie del prisma, per le quali passa la luce, ch'è l' angolo DFE nella fig. 126. sia di 63. o 64. gr. incirca, l'immagine invece di esser rotonda, sarà cinque volte così lunga, che larga, differenza, che basta per dimostar la grande ineguaglianza nella refrazione de'raggi, che vanno all'estremità opposte della immagine. Per non lasciar alcun scrupolo, che non sia rimosso, il nostro autor'è particolare nel dimostrar con un gran numero di sperienze, che questa ineguaglianza di refrazione non è casuale, e ch'ella non dipende d'alcuna irregolarità del vetro; nè che ciascun raggio resta al suo passar per lo prisma spaccato, e diviso, ma che al contrario ogni raggio del Sole ha il suo grado proprio di refrazione, che gli compete, secondo il qual'è più, o meno refratto sempre in una maniera, nel passare per una sostanza trasparente. (*b*) Che li raggi non siano spaccati, e moltiplicati dalla refrazione del prisma, il terzo degli sperimenti rapportati nel nostro primo Capo apertamente lo dimostra: imperciocchè se ciò fosse, e quindi provenisse la lunghezza dello spettro nella prima refrazione, non ne sarebbe meno dilatata la larghezza della refrazion'a traverso della prima nel secondo prisma; laddove la larghezza non n'è punto aumentata; ma solo è portata l'immagine a un'obbliqua positura, per cagion della parte superiore de' raggi, li quali erano già innanzi più refratti che la parte inferiore, e continuano ad allontanarsi più dal suo corso. Ma lo sperimento più espresamente addattato a provar questa regolare diversità di refrazione, è quel, che segue. (*c*) Drizzando

b *ibid.*

c *Opt.*

do due tavole A B, CD (nella fig. 130.) in una camera oscura, ad una propria distanza, ed una di queste A B essendo vicina allo scuro della finestra E F, restando solamente spazio fra di loro per collocarvi il prisma G H I; onde li raggi entrando per il foro V S dello scuro della finestra, dopo esser passati per il prisma, siano fatti passare per un più piccol foro K, fatto nella tavola A B, e quindi uscendo giungano all'altro L fatto nella tavola C D, della stessa grandezza, che il foro K, è piccolo quanto basta, per trasmetter li raggi di un color solo in una volta; sia un'altro prisma N O P collocato dietro la tavola C D, per ricever li raggi, che passano per li fori K, ed L, e questi raggi dopo esser refratti da questo prisma, cadano su la superficie bianca Q R. Supposto prima, che la luce violetta passi per li fori, e sia refratta dal prisma N O P in *f*, la quale se il prisma NOP fosse rimosso, passerebbe dritta ad V V. Se il prisma GHI si giri lentamente, nel mentre che le tavole, ed il prisma NOP rimangono immobili, in poco tempo cadrà un'altro colore nel foro L, che a levar via il risma NOP, passerebbe, come li primi raggi, al medesimo punto V V; ma la refrazione del prisma N O P non porterà questi raggi ad *f*, ma a qualche luogo men distante da V V, come in t. Ora supponete, che li raggi, li quali vanno in t, siano quelli, che fanno l' indaco. Egli è manifesto, che le tavole A B, C D, ed il prisma N O P restando immobili, li raggi e del violetto, e dell'indaco, hanno una simile incidenza sopra del prisma N O P, poichè sono egualmente inclinati alla sua superfizie O P, e vi entrano per la stessa parte di questa superficie; il che dimostra, che li raggi dell' indaco sono men divertiti dal proprio corso, per la refrazione del prisma, che quelli del violetto, in una perfetta parità di tutte l'altre circostanze. Inoltre, se il prisma G H I si gir'intorno, finchè li raggi, che fanno l'azzurro, passino per il foro L, questi cadranno sopra la superfizie Q R, al di sotto di t, come in u, e sono perciò sottoposti ad una minor refrazione, che li raggi, che fanno l'indaco. E così procedendo, si troverà, che li raggi del verde sono refratti meno, che quei dell'azzurro; e così degli altri, secondo l'ordine, col quale si trovano nello spettro colorato.

4. Questa disposizione di differenti raggi colorati ad esser refratti gli uni più degli altri, dal nostro Autore si chiama il loro grado rispettivo di refrangibilità. E poichè questa differenza di refrangibilità si discuopre così regolare, il prossimo passo a farsi era di cercar la regola, ch' ella osserva.

5. Egli è un principio comune in Optica, che il seno dell'angolo d' incidenza ha una proporzion costante col seno dell'angolo refratto. Se A B (nelle fig. 131. 132.) rappresenta la superficie di qualche sostanza refrattiva, per esempio d'acqua, o di vetro, è C D un raggio di

 luce

luce incidente sopra questa superfizie al punto D, sia DE il raggio, dopo ch'egli ha passata la superfizie A B; se il raggio passa dall'aria nella sostanza, la cui superfizie è A B, (come nella fig. 131.) egli verrà divertito da questa superfizie, e se passa da questa sostanza nell' aria, verrà a questa superficie rivolto (come nella fig. 132.) ma tirando FG per il punto D, perpendicolare ad essa superficie AB, l'angolo CDF fatto dal raggio incidente, e da questa perpendicolare si chiama l'angolo d'incidenza, e l'angolo EDG fatto da questa perpendicolare, e dal raggio, dopo la refrazione, chiamasi l'angolo refratto. E a descriver'il circolo HFIG da un'intervallo, che tagli CD in H, e DE in I, allora le perpendicolari HK, IL facendosi cadere sopra FG; HK si chiama il seno dell'angolo CDF angolo d'incidenza, ed IL seno dell'angolo EDG, angolo refratto. Il primo di questi seni si chiama seno dell'angolo d'incidenza, o più brevemente seno d'incidenza, l'ultimo è il seno dell'angolo refratto, o seno di refrazione. E trovasi per numerosi sperimenti, che qualunque proporzione il seno d'incidenza HK abbia al seno di refrazione IL in un caso, conserverà la stessa proporzione in tutti li casi; ch'è a dire, la proporzione tra questi seni resterà inalterabilmente la stessa nella stessa sostanza refrattiva, qualunque sia la quantità dell'angolo CDF.

6. Ma perchè gli Scrittori d'Optica non hanno osservato, che ciascun raggio del lume bianco era diviso dalla refrazione, come quì si è spiegato, questa regola da loro raccolta può esser'intesa solamente in grosso di tutto il raggio dopo la refrazione, ma non di ciascuna sua parte, o al più solamente della parte di mezzo del raggio. Era dunque incombenza del nostro Autore, trovar con qual legge li raggi erano divisi un dall'altro; se ciascun raggio apparte aveva questa proprietà, e la separazion si faceva con una proporzione tra li seni d'incidenza, e di refrazione, differente in ogni specie di raggi; o se la luce era divisa con qualche altra regola. Ora egli prova con un certo sperimento, che ogni raggio ha il suo seno d'incidenza porporzional' al suo seno di refrazione; e dippiù con ragionamenti matematici dimostra, che dev' esser così, su la condizion solamente, che li corpi refrangano la luce, con l'agire sopra di lei, in una direzion perpendicolare alla superficie del corpo refrangente, e sempre in un grado eguale sopra una medesima sorte di raggi in distanze eguali, (*a*)

a Opt. pag. 67. 68. ec.

7. In appresso c'insegna il nostro grande Autore, a trovar la refrazione di tutti li raggi di mezzo, con la refrazione dei più refrangibili, e di quelli, che lo son meno di tutti. (*b*) Il metodo è questo: se il seno d'incidenza sia al seno di refrazione nei raggi, che sono li men refrangibili, come A a BC (nella fig. 133.) e al seno di refrazione nei più refrangibili, come A a BD; prendendo CE eguale a CD,

b Ibid. Lib. I. part. 2. prop. 3.

e poi

e poi dividendo talmente ED in F, G, H, I, K, L, che ED, EF, EG, EH, EI, EK, EL, EC siano proporzionali alle otto lunghezze delle corde musicali, che suonano le note in un'ottava, essendo ED la lunghezza della chiave, EF quella del tuono sopra questa chiave, EG, la lunghezza della terza minore, EH della quarta, EI della quinta, EK della sesta maggiore, EL della settima, ed EC della ottava sopra questa chiave, ch'è quanto dire, se le linee ED, EF, EG, EH, EI, EK, EL, EC abbiano la stessa proporzione, che li numeri 1, $\frac{9}{8}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{61}$, $\frac{1}{2}$, rispettivamente allora saranno BD, BF li due limiti dei seni di refrazione de'raggi, che fanno il violetto, cioè a dire li raggi del violetto non avranno tutti precisamente lo stesso seno di refrazione, ma niuno d'essi ne avrà un maggiore di BD, nè un minore di FB, sebbene vi sono raggi violetti, che corrispondono a qualche seno di refrazione, che può prendersi tra que'due. Nella stessa maniera BF, e BG sono i limiti dei seni di refrazione de'raggi, che fanno l'indaco; BG, BH li limiti spettanti ai raggi dell'azzurro; BH, BI quelli, che appartengono ai raggi verdi; BI, BK li limiti per il giallo; BKBL per l'aranciato; e finalmente BL, e BC sono gli ultimi confini per li seni di refrazione, spettanti ai raggi, da cui si fa il rosso. Queste sono le proporzioni, con cui li raggi eterogenei della luce restano separati fra di sè nella refrazione.

8. Quando la luce passa dal vetro all'aria, il nostro Autore trova, che A è a BC, come 50. a 77. e la stessa A a BD, come 50. a 78. E quando ella esce da qualche altra sostanza, che la rifrange, all'aria, l'eccesso del seno di refrazione di qualche specie di raggi sopra il loro seno d'incidenza ha una costante proporzione, ch'è la stessa in ciascuna specie, all'eccesso del seno di refrazione della stessa sorte di raggi sopra il seno d'incidenza nell'aria, uscendo dal vetro; purchè li seni d'incidenza nel vetro, e nell'altra sostanza siano eguali. Il nostro Autore ha verificato questo col trasmetter la luce per prismi di vetro, rinchiuso in un vase prismatico d'acqua; e da tali sperienze cava le seguenti osservazioni: che qualunque volta la luce passando per varie superfizie, che dividono diverse sostanze trasparenti, per refrazioni contrarie emerge nell'aria in una direzion parallela a quella della sua incidenza, ella apparirà bianca ad ogni distanza dal prisma, ovunque prenderete a risguardarla; ma se la direzione della sua emergenza sia obbliqua alla sua incidenza, allontanandosi dal luogo della emergenza, li suoi orli appariranno colorati; lo che prova, che nel primo caso non vi è ineguaglianza nella refrazione di cadauna specie di raggi, ma che quando una specie è refratta in maniera, ch'emergendo sia parallela ai raggi incidenti, ogni sorte di raggi dopo la refrazione sarà parimenti parallela al medesimo raggio incidente, e a cia-

ſcun'altro: laddove al contrario, ſe li raggi di alcuna ſorte ſono obbliqui al lume incidente, le diverſe ſpecie ſaranno obblique una all'altra, e da queſta obbliquità verranno per gradi a ſepararſi. Di quà egli diduce ed il ſopraccennato teorema, e queſt'altro pure; che in ogni ſorte di raggi la proporzion del ſeno d'incidenza al ſeno di refrazione nel paſſaggio del raggio da una ſoſtanza refrangente in un'altra, è compoſta della proporzione, che il ſeno d'incidenza avrebbe al ſeno di refrazione nel paſſaggio di queſto raggio dalla prima ſoſtanza in una terza, e della proporzione, che il ſeno d'incidenza avrebbe al ſeno di refrazione nel paſſaggio del raggio da queſta terza ſoſtanza nella ſeconda. Da un così ſemplice, e piano ſperimento il noſtro giudizioſiſſimo Autore ha didotti queſt'importanti teoremi; dal che noi potiamo comprendere, quanto eſatto, e circoſpetto ſia ſtato in tutta l'opera della ſua Optica; che non oſtante la ſua gran particolarità nello ſpiegar la ſua dottrina, e la raccolta de'numeroſi ſperimenti, che ha fatti per riſchiarar'ogni dubbio, che poteſſe naſcere; ancora ha uſata nello ſteſſo tempo la più gran cautela in far tutto nella maniera la più ſemplice, e la più facile.

9. Il noſtro Autor non aggiunge, che una rimarca ancora ſopra la refrazione; ed è queſta: poſto, che la refrazione ſi formi nella maniera, ch' egli ha ſuppoſto, dall' eſſer la luce premuta dalla potenza refrattiva perpendicolarmente verſo la ſuperficie del corpo refrangente, e in conſeguenza portata a muover più velocemente in eſſo corpo, che prima della ſua incidenza; operi, o no queſta Potenza egualmente a tutte le diſtanze, purchè ſolamente queſta Potenza nello ſteſſo corpo ad una ſteſſa diſtanza rimanga ſenza variazione la medeſima, in qualunque inclinazion di raggi incidenti; egli oſſerva, che la Potenza refrattiva in diverſi corpi ſarà, in proporzion duplicata delle tangenti dei minori angoli, che poſſa far la luce refratta con le ſuperficie de' corpi refrangenti. (*a*) Queſta oſſervazione può ſpiegarſi così. Quando la luce paſſa in una ſoſtanza refrangente, è ſtato già dimoſtrato, che il ſeno d'incidenza ha una coſtante proporzione al ſeno di refrazione. Poſto, che la luce debba paſſare nel corpo refrangente, ABCD (fig. 134.) nella linea EF, e cada ſopra di eſſo al punto F; e quindi ſi avanzi nel corpo ſu la linea FG: ſi guidi HI per F, perpendicolare alla ſuperficie AB, ed un circolo KLMN ſi deſcriva dal centro F. Poi dai punti O, e P, dove queſto circolo taglia il raggio incidente, e refratto, condotte le perpendicolari OQ, PR, la proporzion di OQ a PR reſterà la ſteſſa in tutte le differenti obbliquità, in cui può cadere il medeſimo raggio di luce ſopra la ſuperficie AB. Ora OQ è minore di FL, ſemidiametro del circolo KLMN, ma più il raggio EF è inclinato verſo la ſuperficie AB, maggiore ſarà OQ, e più ſi approſſimerà alla grandezza di FL. Ma la pro-

a *Opt. lib. II. part. 3. prop. 10.*

proporzione di OQ a PR rimanendo sempre la stessa, quando OQ è più grande, PR crescerà ancora; cosicchè più il raggio incidente EF è inclinato verso la superfizie AB, più ancora sarà inclinato alla stessa il raggio FG dopo la refrazione. Ora guidandosi la linea FST in maniera, che N essendo perpendicolare ad FI, sia ad FL semidiametro del circolo nella proporzion costante di PR ad OQ; allora l'angolo NFT sarà quello, che io intendo per il minore di tutti que' che possono farsi dal raggio refratto con questa superficie, imperciocchè il raggio dopo la refrazione avanzerebbe su questa linea, se avesse a giungere al punto F, che giace su la stessa superficie AB; poichè se il raggio incidente giungesse al punto F in qualche linea tra AF, ed FH, il raggio dopo la refrazione passerebbe innanzi su qualche linea tra FT, ed FI. Qui menando N VV perpendicolare ad FN, questa linea N VV nel circolo KLMN si chiama la tangente dell' angolo NFS. E questo premesso, il senso della mentovata proposizione si è questo: siano nella fig. 135. due sostanze rifrangenti ABCD, ed EFGH; si prenda un punto, come I, nella superficie AB, e dal centro I con un semidiametro si dissegni il circolo KLM; similmente si prenda nella superficie EF un qualche punto, come N, per centro, e con lo stesso semidiametro di prima si dissegni il circolo OPQ. L'angolo BIR sia il minore, che la luce refratta possa fare con la superficie AB, e l'angolo FNS il minore, che la luce pure refratta formar possa con l'altra superficie EF. Qui se LT si guidi perpendicolare ad AB, e PV perpendicolare ad EF; tutta la Potenza, con cui la sostanza ABCD opera su la luce sarà a tutta la Potenza, con cui opera la sostanza EFGH pure su la luce, in una proporzion duplicata di quella, che LT avrà a PV.

10. Dal comparare secondo questa regola le Potenze refrattive d'una quantità di corpi si ha trovato, che li corpi untuosi, li quali abbondano più di parti sulfuree, rifrangono la luce a proporzion della loro densità due, o tre volte più degli altri; ma che quei corpi, li quali sembra che ricevano nella loro composizione una proporzion simile di parti sulfuree; hanno le loro Potenze refrattive, proporzionali alle lor densità, come apparisce fuori di contraddizione, comparando la Potenza refrattiva d'una sostanza così rara, ch'è l'aria, con quella del vetro comune, o del cristallo di rocca, sebbene queste sostanze siano 2000. volte più dense, che l'aria; anzi la stessa proporzione si è trovato aver luogo, senza differenza sensibile, nel comparar l'aria con un pseudo-topazio, e col vetro d'antimonio, sebbene lo pseudo topazio sia 3500. volte più denso dell'aria, ed il vetro d'antimonio, non ne sia meno, che 4400. volte più denso. Questa Potenza nell'altre sostanze, come sono li sali, l'acqua comune, lo spirito di

vino,

vino, ec. sembra, che abbia una maggior proporzione alle loro densità, che in quelle innanzi nomate, secondo che abbondano di zolfo più di queste: il che fa concluder al nostro Autore, come probabile, che li corpi oprino su la luce principalmente, se non in tutto, per mezzo dei loro zolfi; la qual sorte di sostanza entra in qualche grado nella composizione di tutti li corpi. Di tutte le sostanze, esaminate dal nostro Autore, non ve n'ha alcuna, che abbia una potenza refrattiva così grande, rispetto alla sua densità, che il diamante.

11. Il nostro Autore finisce queste osservazioni, e tutto ciò, ch'egli ha esposto relativamente alla refrazione, con rimarcare, che l'azion tra la luce, e li corpi è scambievole, poichè li corpi sulfurei, che sono ridotti in fuoco più prontamente di tutti dalla luce del Sole, raccolta sopra di essi con un vetro ustorio, agiscono più sopra la luce, in refrangendola, di quello fanno gli altri corpi della stessa densità. E in oltre, che li corpi più densi, che ora provammo agir di vantaggio su la luce, concepiscono maggior calore, esposti al Sol della state.

12. E così avendoci noi spediti di quello si rapporta alla refrazione, dobbiamo indrizzarci a parlare dell' altra operazione dei corpi su la luce, nel rifletterla. Quando passa la luce per una superficie, che divide due corpi trasparenti, differenti in densità, parte di essa solamente è trasmessa, restandone l' altra parte riflettuta. E se la luce passa da un corpo più denso in un più raro, trovandosi molto inclinata alla sud. detta superficie, niuna parte di essa in fine passerà avanti, ma sarà intieramente riflettuta. Ora quella parte di luce, che soffre la maggior refrazione, sarà totalmente riflettuta, in una minore obbliquità di raggi, che quella parte di luce, ch'è soggetta ad un minor grado di refrazione; come consta dall'ultimo sperimento, riferito nel primo capo; dove secondo che li prismi DEF, GHI (nella fig. 129.) si facevano girar' intorno di sè, la luce violetta era primieramente del tutto riflettuta; poi l'azzurra, appresso a questa la verde, e così del resto. In conseguenza di ciò il nostro Autore stabilisce questa proposizione, che la luce del Sole è di una differente riflessibilità, que' raggi essendo li più riflessibili, che sono li più refrangibili. E da questo, in compagnia d' altri argomenti, ricava, che la riflessione, e la refrazion della luce sono prodotte da una medesima causa, questi differenti effetti accadendo solo per la differenza delle circostanze, onde quella è accompagnata. Un'altra prova di questo prendendosi dal nostro Autore da ciò, ch'egli ha discoperto del passaggio della luce per sottili lamine trasparenti, cioè, che ogni spezie particolare di luce, per esempio, li raggi, che fanno il rosso, entrano, ed escono da una tal lamina, se questa sia di una certa grossezza; ma s'ella sia d'un'altra mole, la luce stessa non la passerà, ma ne sarà riflettuta indietro; nel che si vede, che la grossezza della lamina determina, se la potenza, con cui essa lamina agisce

fce fopra la luce, la rifletterà, o foffrirà d'effer paffata.

13. Ma quefta ultima forprendente proprietà dell'azione tra la luce, e li corpi fomminiftra la ragione di quello, ch'è ftato detto nel capo antecedente, intorno li colori de' corpi naturali; e deve perciò effer' illuftrata, e fpiegata più in particolare, ficcome cofa, ch'è proprjffima a fviluppare la natura dell'azione dei corpi fopra la luce.

14 E per cominciare, ponendo il vetro obbiettivo di un lungo telefcopio fopra un vetro piano, come fi era propofto nel precedente Capo, al giorno aperto verranno rapprefentati annelli di varj colori come fi è riferito; ma fe in una camera ofcurata lo fpettro colorato fia formato dal prifma, come nel primo fperimento del Capo Primo, e li vetri fiano illuminati dalla rifleffion dello fpettro, gli annelli non rapprefenteranno in quefto cafo la diverfità de' colori innanzi defcritti, ma appariranno del color della luce, che cade fopra li vetri, vedendofi ofcuro tra gli annelli. Il che prova, che la fottil lamina d'aria, ch'è tra li vetri, a qualche groffezza riflette il lume incidente, in altro luogo non lo riflette, ma trovafi, che per quelli la luce ha il fuo paffaggio, imperciocchè tenendo li vetri nella luce, che paffa dal prifma allo fpettro, per efempio a tale diftanza dal prifma, che varie forte di luce debbano effer feparate abbaftanza l'une dall'altre, quando una forte particolare di luce cade fu li vetri, troverete, che tenendo un pezzo di foglio bianco in piccola diftanza di là de' vetri, a quelli intervalli, dove apparivano fu li vetri gli annelli ofcuri, la luce è trafmeffa in modo, che dipinge fu 'l foglio annelli di luce di quel colore, che cade fu li vetri. Quefto fperimento ci manifefta per tanto l'ammirabil proprietà della rifleffione, che cioè in quelle fottili lamine ella ha quella relazione, che fi è dimoftrata, alla groffezza della lamina. In oltre mifurando con diligenza li diametri di ciafcun'annello fi è trovato, che toccandofi li vetri, dove apparifce la macchia ofcura nel centro degli annelli, fatti dalla rifleffione, dove l'aria è due volte di quella groffezza, a cui la luce del primo annello è riflettuta, là effendo ancora trafmeffa la luce, fa il primo annello ofcuro; dove la lamina ha tre volte quella groffezza, che rapprefenta il primo annello lucido, ella di nuovo riflette la luce, che fa il fecondo annello lucido; quando la groffezza è quattro volte, quanto la prima, la luce è di nuovo trafmeffa, e fa il fecondo annello ofcuro; dove l'aria è cinque volte della prima groffezza, fi fa il terzo annello lucido; dov'ella ha fei volte quefta prima groffezza, apparifce il terzo annello ofcuro, e così profeguendo; di modo che le groffezze, a cui la luce vien riflettuta, fono in proporzione a quefti numeri, 1, 3, 5, 7, 9, ec. e le groffezze, dove la luce viene trafmeffa, fono nella proporzione di quefti, 0, 2, 4, 6, 8, ec. E quefte proporzioni tra le groffezze, che rimandano, e tramandano la luce, reftano le fteffe in tutte le fituazioni dell'occhio, o fi prenda a rimirar

mirar gli annelli obbliquamente, o si riguardino perpendicolarmente. E quì dobbiamo ancora osservare, che la luce non meno quando è riflettuta, che quando viene trasmessa, entra nella lametta sottile, e vien riflettuta dall'altra sua superfizie; imperciocchè come innanzi si è rimarcato, alterandosi il corpo trasparente di dietro alla sua posterior superfizie, si altera il grado di riflessione, come quando un sottil pezzo di vetro di Moscovia, ha la sua posterior superficie tinta nell'acqua, e così inumidito fa un colore più fosco; il che dimostra, che la luce giunge fino all'acqua; altrimenti la sua riflessione non ne sarebbe alterata. Ma questa riflessione dipende ancora da qualche potenza, che si propaga dalla prima superficie alla seconda; imperciocchè sebben fatta alla seconda superficie, ella dipende ancora dalla prima, perchè dipende dalla distanza tra le superficie; e in oltre il corpo, per cui passa la luce alla prima superficie influisce su la riflessione; imperciocchè in una lametta di vetro di Moscovia, con l'inumidire la superficie, che riceve prima la luce, si diminuisce la riflessione, sebbene non intieramente, quanto si sarebbe con l'inumidire la superficie di dietro. Poichè dunque la luce passando per queste sottili lamette, a qualche grossezza è riflettuta, ma ad altre trasmessa senza riflessione, è manifesto, che questa riflessione è cagionata da qualche potenza, propagata dalla prima superficie, che successivamente intralascia, e ritorna. Così ciascun raggio apparte è disposto ad alternar le riflessioni, e le trasmissioni ad egual' intervalli; e questa disposizione a ritornar successivamente il nostro Autore la chiama il sito di facile riflessione, e di facile trasmissione. Ma questi siti, che osservano la medesima legge di ritornare ad egual' intervalli, sia che le lamine si rimirino perpendicolarmente od obbliquamente, in differenti situazioni dell'occhio, cangiano la loro grandezza. Imperciocchè quello, che innanzi è stato osservato, riguardo di quegli annelli, che apparìscono alla luce del giorno, ha similmente luogo in quelli rappresentati dalla luce semplice; e nomatamente in questo, che gli uni, e gli altri variano di grandezza, secondo il differente angolo, in cui si rimirano; e il nostro Autore stabilisce una regola, per determinare la grossezza della lametta d'aria, che rappresenterà lo stesso colore sotto differente obbliquità di vista. (*a*) E la grossezza della lamina aerea, che in differenti inclinazioni di raggi rappresenterà all'occhio lo stesso colore nel chiaro del giorno, varia ancora secondo la medesima regola. (*b*) Egli ha inventato pure un metodo di comparar nella vescica d'acqua la proporzion tra la grossezza della sua coperta, che rappresentava un colore, nel vederla perpendicolarmente, e la sua grossezza, quando il medesimo colore appariva sotto una vista obbliqua; ed ha trovato, che la stessa regola similmente vi aveva luogo. (*c*) Ma in oltre, se li vetri siano illuminati successivamente da varie specie di lume, gli annelli appariranno di una differente

a *Opt. Lib. II. par. 3. prop. 15.*
b *Ibid. par. 1. obser. 7.*
c *Ibid. obs. 19.*

rente grandezza; nel lume rosso saranno più larghi, che nel color d' arancia, in questo più, che nel giallo, nel giallo più, che nel verde, meno nell' azzurro, meno ancora nell' indaco, e meno, che in tutti, nel violetto; il che dimostra, che la medesima grossezza della lamina aerea, non è propria a rifletter tutti li colori, ma che un color' è riflettuto, dove un' altro sarebbe stato trasmesso; e come li raggi, che sono più efficacemente refratti, formano gli annelli più piccoli, è stabilita dal nostro Autore una regola per determinar la relazione, che il grado di refrazione di ciascuna specie di colori ha con la grossezza della lamina, dove son' eglino riflettuti.

15. Da queste osservazioni il nostro Autore dimostra la ragione della gran varietà di colori, che apparíscono in quelle sottili lamette al bianco lume del giorno. Imperciocchè cadendo cotesta bianca luce sopra la lamina ciascuna parte di luce forma un' annello del suo proprio colore; e gli annelli di differenti colori non essendo della medesima grandezza, si mescolano diversamente fra di loro, e formano quella gran varietà di tinte. (*a*)

a *Opt. Lib. II. par. 2. p. 195. &c.*

16. In certi sperimenti, fatti dal nostro Autore con grossi vetri, egli trovò, che quei siti di facile riflessione, e trasmissione ritornavano alcune mille volte, e quindi confermò il suo ragionamento sopra di essi. (*b*)

b *Ibid. par. 4.*

17. Dopo tutto, il nostro grand' Autore conchiude da alcuni sperimenti da esso lui fatti, che la ragione, per cui li corpi trasparenti refrangono parte del lume incidente, e ne riflettono l' altra, si è, perchè qualche parte del lume, allorchè giunge alla superficie del corpo, è in un sito di facile trasmissione, e parte di esso in un sito di facile riflessione; e per la durevolezza di questi siti egli pensa, esser probabile, che la luce sia posta in questi siti dalla sua prima emissione del corpo luminoso; e che questi siti continuino a ritornare ad intervalli eguali senza fine, se quest' intervalli non siano cangiati dall' ingresso della luce in qualche sostanza refrattiva. (*c*) similmente egli ha pensato a determinare la mutazione, che si fa degl' intervalli dei siti di facile trasmissione, e riflessione, quando la luce passa da uno spazio trasparente, o da una sostanza in un' altra. La sua regola è questa, che quando la luce passa perpendicolarmente alla superficie, che divide due sostanze trasparenti, quest' intervalli nella sostanza, da cui passa la luce, agl' intervalli nella sostanza, in cui ella entra, hanno la medesima proporzione, che ha il seno d' incidenza al seno di refrazione. (*d*) Dippiù è da osservarsi, che sebbene li siti di facile riflessione ritornano a costanti intervalli, pure la potenza riflessiva non opera, che alla superficie, o presso alla superficie, dove la luce soffrirebbe refrazione, e se la grossezza di qualche corpo trasparente sarà minore degl' intervalli dei siti, quest' intervalli appena saranno disturbati da un tal corpo, ma la luce lo passerà senz' alcuna riflessione. (*e*)

c *Opt. Lib. II. par. 3. prop. 13*

d *Ibid. prop. 17.*

e *Ibid. prop. 13*

18. Ciò, che sia questa potenza in natura, da cui quest'azione tra la luce, e li corpi è prodotta, il nostro Autore non l'ha rinvenuto. Ma gli effetti, ch'egli ha scoperti di questa potenza sono ammirabili, e intieramente lontani da ogni conghiettura, che giammai si abbia concepita sopra di essi: ma da queste sue discoperte non v'ha dubbio, si ha a didurre questa potenza, se potremo mai arrivare a conoscerla. Il Sig. Cav. If. Nevvton ci ha avvertiti in generale della sua opinione intorno a questo; che probabilmente ciò devesi a qualche sottile, ed elastica sostanza, diffusa per l'Universo, in cui dalli raggi della luce possono eccitarsi tali vibrazioni, che passino per mezzo ad essa, il che la farà oprare così diversamente sopra la luce in differenti luoghi, onde faccia nascer quell'alternativa di siti di riflessione, e di trasmissione, di cui ora parlammo. (*a*) Egli è di opinione, che una tal sostanza possa produrre questo, ed altri effetti in natura, sebben sia così rara da non apportare alcuna sensibil resistenza ai corpi in moto; (*b*) e perciò non sia incompatibile con quello, ch'è stato detto di sopra, che li Pianeti muovono in spazj liberi da ogni resistenza. (*c*)

a *Opt. Qu.* 18. *&c.*
b *Vedi la Concl.* §. 2.
c *Lib. II. Cap.* 1.

19. Per far' una discoperta più piena di quest'azione tra la luce, e li corpi, il nostro Autore cominciò un'altr'ordine di sperimenti, in cui trovò, che la luce era soggetta a qualche azione de'corpi solidi nel passar vicina alle loro estremità; in particolare tutti li corpi piccoli, quali sono li capelli di un'uomo, e simili tenuti ad un sottil tratto di luce del Sole, gettano un'ombra estremamente larga. E in uno di questi sperimenti l'ombra è stata 35. volte più larga del corpo. (*d*) Si hà osservato, che queste ombre erano tinte agli orli di colori. (*e*) Questo è ciò, che il nostro Autore ha chiamato Inflessione del lume; ma come ci fa sapere, di essere stato interroto dal proseguire abbastanza questi sperimenti, non è duopo, che io trattenga li miei Lettori con un ragguaglio più particolare di quest'articolo.

d *Opt. Lib. III. Obs.* 1.
e *Ibid. Obser.* 2.

CAPITOLO IV.

Dei Vetri d'Optica.

1. IL Sig. Cav. If. Nevvton avendo didotto dalla sua dottrina della luce, e dei colori un sorprendente miglioramento, che si poteva fare dei Telescopj, del che intendo di dar quì una spiegazione, premetterò primieramente in generale qualche cosa concernente questi stromenti.

2. Da ciò, che di sopra è stato detto, si comprenderà, che quando la luce cade su la superficie del vetro obbliquamente, dopo il suo ingresso nel vetro è più inclinata alla linea menata per il punto d'incidenza perpendicolarmente a questa superfizie, di quello che era innanzi.

Suppo-

Supposto, che un raggio di luce esca dal punto A (nella fig. 136.) e cada sopra un pezzo di vetro BCDE, la cui superficie BC, su la qual cade il raggio, è di figura sferica, o globosa, ed ha per centro F; se il raggio avanzando su la linea AG, vien'a cadere sopra la superficie BC al punto G, e si meni la linea FGH: questo raggio dopo il suo ingresso nel vetro passerà su qualche linea, come GI, più inclinata verso la linea FGH, di quello che vi sia la linea AG; imperciocchè la linea FGH è perpendicolare alla superficie BC, al punto G. Per questa ragione, se un numero di raggi procedenti da qualche punto, cadan sopra una superficie di vetro convessa sferica, verranno piegati (come si rappresenta nella fig. 137.) cosicchè si uniscano molto prossimamente insieme intorno la linea menata per il centro del vetro dal punto, onde li raggi stessi procedono; la qual linea da quì innanzi si chiamerà l'asse del vetro; ovvero il punto, onde procedono li raggi, può esser così vicino al vetro, che dopo il loro ingresso, continuino a spargersi, ma non tanto, quanto facevano prima; talchè se li raggi fossero continuati indietro, (come nella fig. 138.) si unirebbero insieme intorno l'asse ad un luogo più rimoto dal vetro, di quello sia il punto, da cui attualmente procedono. In queste, e nelle seguenti figure A dinota il punto, a cui li raggi si riferiscono prima della refrazione, B quello, a cui sono diretti dopo, e C il centro della superficie refrangente. Quì potiam'osservare, ch'è possibile formar'il vetro d'una tal figura, che tutti li raggi, che partono da un punto, si riducano di nuovo dopo la refrazione esattamente in un punto su l'asse del vetro. Ma ne' vetri di una forma sferica, sebbene ciò non accade, nondimeno li raggi, che cadono dentro una moderata distanza dall'asse, si riuniranno estremamente vicini un'all'altro. Se la luce cade sopra una superficie concava sferica, dopo la refrazione, si spargerà più presto, che innanzi (come nella fig. 139.) se li raggi non procedano da un punto tra il centro, e la superficie del vetro. Se supponiamo, che li raggi della luce, li quali cadono sopra il vetro, non vengano da un qualche punto, ma muovano in modo da tender tutti ad un qualche punto nell'asse del vetro di là della superficie, quando il vetro ha una superficie convessa, li raggi si uniranno nell'asse più presto di quel, che altrimenti sarebbero (come nella fig. 140.) se il punto, a cui tendono, non è tra la superficie, e il di lei centro. Ma se la superficie è concava, non si uniscono così presto; anzi forse si fanno divergenti. Ved. fig. 141. 142.

3. Inoltre, perchè la luce passando dal vetro nell'aria, per la sua refrazione è allontanata dalla linea menata per il punto d'incidenza, perpendicolarmente alla superficie refrangente, più di quello, che n'era prima; la luce, che si sparge da un punto, in passando per una superficie convessa del vetro, nell'aria, o si spargerà meno, che innanzi (come nella fig. 143.) o si unirà intorno all'asse di là del vetro (come

nella fig. 144.) ma se li raggi della luce procedessero verso un punto nell' asse del vetro, la refrazione li farebbe unir più presto intorno quest' asse, come nella fig. 145. Se la superficie del vetro è concava, li raggi, che vengono da un punto, si spargeranno più presto (come nella fig 146.) ma li raggi, che tendono ad un punto nell' asse del vetro saranno raccolti intorno all' asse più lungi dal vetro (come nella fig. 147.) o anche saranno fatti divergenti, (come nella fig. 148.) se il punto, a cui li raggi sono diretti, non giace tra la superficie del vetro, ed il suo centro.

4. Li raggi, che si spargono da un qualche punto, sono detti divergenti; e que', che muovono verso un punto, si chiamano convergenti. Il punto nell' asse del vetro, ove li raggi si raccolgono dopo la refrazione, è detto il foco di questi raggi.

5. Formando un vetro di due superficie convesse sferiche (come nella fig. 149.) dove il vetro A B è composto delle superficie A B C, e A D B, la linea menata per li centri delle due superficie, come la linea E F, chiamasi l' asse del vetro; e li raggi, che da un punto di quest' asse partono divergenti, per la refrazione del vetro, si faranno convergenti verso qualche parte dell' asse, o almeno come divergenti da un punto più rimoto dal vetro, che quello, ond' essi partivano; imperciocchè le due superficie cospirano insieme a produrre questo effetto sopra de' raggi. Ma li raggi convergenti, mercè d' un tal vetro tanto più presto si accosteranno. Lavorando un vetro di due superficie concave (come il vetro A B nella fig. 150.) la linea C D menata per li centri, da cui sono descritte quelle due superficie, chiamasi l' asse del vetro. Un tal vetro renderà li raggi divergenti, che procedono da qualche punto nell' asse del vetro, tanto più divergenti, quanto il luogo, da cui procederanno, sarà più vicino ad esso, che il punto, onde attualmente procedono Ma li raggi convergenti o saranno resi meno convergenti, o fatti divergenti.

6. In questi vetri li raggi procedenti da un punto vicino all' asse, avranno la stessa affezione, che a proceder dall' asse stesso; e que' che convengono verso un punto ad una piccola distanza dall' asse, soffriranno lo stesso effetto dal vetro, che se fossero convergenti verso un punto dell' asse stesso. In questa maniera un corpo luminoso, esposto ad un vetro convesso può formare una immagine sopra qualche corpo bianco, tenuto di là dal vetro. Ciò si può facilmente provare con un vetro di specchio comune. Imperciocchè tenendo un tal vetro tra una candela, ed un pezzo di foglio bianco, se le distanze della candela, del vetro, e del foglio siano ben' aggiustate, apparirà distintamente l' immagine della candela sopra il foglio, ma situata a rovescio: del che la ragion' è questa. Sia A B (nella figura 151.) il vetro, C D un oggetto, che s' incrocia

coll'

coll'asse del vetro. Il raggio di luce, ch'esce dal punto E, dove l'asse del vetro s'incrocia con l'oggetto, è talmente refratto dal vetro, che lo incontra di nuovo al punto F. Li raggi, che partono divergendo dal punto C dell'oggetto, s'incontreranno di nuovo incirca alla medesima distanza dal vetro; ma dall'altra parte dell'asse, come in G; imperciocchè li raggi s'incrociano con l'asse del vetro. In simil guisa li raggi, che procedono dal punto D, s'incontreranno intorno ad H, dall'altro lato dell'asse. Niuno dei raggi, nè quei, che procedono dal punto E nell'asse, nè quei, ch'escono da C, o D s'incontreranno di nuovo esattamente in un punto solo; ma nondimeno in un luogo, com'è quì supposto in F, G, ed H, si raccoglieranno così strettamente in uno, che faranno un'immagine distinta sopra di qualche corpo proprio a rifletterli, e tenuto in questa distanza.

7. Se l'oggetto è troppo vicino al vetro, onde li raggi non possono farsi convergenti dopo la refrazione, usciranno dal vetro, come venissero divergenti da un punto più distante del vetro, che quell'onde essi realmente procedono (come nella fig 152.) dove li raggi, che vengono dal punto E dell'oggetto, che giace su l'asse del vetro A B, escono dal vetro, come provenissero dal punto F, più lontano dal vetro, che E; e li raggi procedenti dal punto C escono dal vetro, come venissero dal punto G; e quelli usciti dal punto D, emergono dal vetro, come procedessero dal punto H. Quì il punto G è dal lato stesso dell'asse, che il punto C; e H dal lato stesso, che D. In questo caso ad un'occhio collocato di là dal vetro, l'oggetto apparirebbe, come se questo fosse nella situazione G F H.

8. Se il vetro A B fosse stato concavo, (come nella fig. 153.) ad un'occhio di là dal vetro, l'oggetto C D, doveva apparire nella situazione G H, più appresso al vetro di quello sia realmente. Quì pure l'oggetto non sarà rivoltato; ma il punto G sarà dal lato stesso dell'asse, che il punto C, ed H dallo stesso, che D.

9. Quindi si può intendere, perchè gli occhiali fatti con vetri convessi ajutino la vista in un'età avanzata, imperciocchè l'occhio in quest' età diviene incapace a veder gli oggetti distintamente, se non quelli, che sono discosti a una considerabil distanza: e di quà tutti gli uomini, quando sono vicini ad aver bisogno di occhiali, si osserva, che leggono alla lunghezza di un braccio, e tengono l'oggetto in una maggior distanza di quello, che innanzi praticavano. Ma quando un'oggetto è rimosso a una distanza troppo grande dalla vista, non può vedersi chiaramente, perchè una minor quantità di luce dall'oggetto entrerà nell'occhio, o tutto l'oggetto apparirà ancora più piccolo. Ora con l' ajuto di un vetro convesso un' oggetto può tenersi vicino, e nondimeno li raggi, che ne procedono, entreranno nell'occhio, come se fosse l'oggetto più lontano.

10. Nel.

10. Nella stessa maniera un vetro concavo serve a coloro, che hanno corta vista. Imperciocchè l'oggetto, riguardo a questi, dev'esser portato estremamente vicino all'occhio, per esser da loro veduto distintamente; ma con un tal vetro l'oggetto può esser rimosso ad una conveniente distanza, e nondimeno li raggi della luce entreranno nell' occhio, come se venissero da un luogo assai più vicino.

11. D' onde provengano questi difetti della vista, che in vecchia età gli oggetti non possono vedersi distinti, in una moderata distanza, e in una vista corta, senza esser troppo accostati all'occhio, s'intenderà facilmente, quando sarà spiegata in generale la maniera, in cui si fa la visione: il che ora proccurerò di fare, per esser meglio inteso in quel, che segue. L'occhio è formato, come si rappresenta nella fig. 154. Egli è d'una figura globosa, la cui parte anteriore un poco più protuberante del resto, è trasparente. Di sotto a questa parte trasparente vi è una piccola raccolta d'un umore in apparenza simile all'acqua, ed ha ancora la stessa Potenza refrattiva, che l'acqua comune; si chiama l'umor'acquoso, e rimpie lo spazio A B C D nella fig. Dopo questo giace il corpo D E F G, questo è solido, ma trasparente; è composto di due superficie convesse, quella di dietro E F G lo è più, che quella d'avanti E D G. Tra la membrana esteriore ABC, e questo corpo E D G F, è collocata quella membrana, che rappresenta li colori, li quali si vedono intorno la vista dell'occhio: e la macchia nera, che chiamasi vista, o pupilla, è un foro in questa membrana, per cui entra la luce, con la quale vediamo. Questa membrana è attaccata solamente dal suo giro esteriore, ed ha una Potenza muscolare, con cui ella dilata la pupilla in una luce debole, e la ristringe in una forte. Il corpo D E F G si chiama l'umor cristallino, ed ha una Potenza refrattiva maggiore, che l'acqua. Dietro a questo, il corpo dell'occhio è riempito di quell'umore, che si dinomina vitreo; questo ha la stessa Potenza refrattiva, che l'acqua. Al fondo dell'occhio verso la parte interna accanto del naso, com'è in H, diffondesi il nervo Optico, sopra tutta la concavità dell'occhio, fin dentro la piccola distanza, ch'è da C ad A. Ora essendo posto un'oggetto, come I K, innanzi all'occhio, li raggi della luce, ch'escono da ciascun punto di quest' oggetto, sono talmente refratti dalla superficie convessa dell'umor'acqueo, che si rendono convergenti; dopo questo essendo ricevuti dalla superficie convessa E D G dell'umor cristallino, che ha una maggior Potenza refrattiva, che l'acqueo, li raggi entrati in questa superficie, si fanno ancora più convergenti, ed uscendo dalla superficie E F G in un'umore di una Potenza refrattiva minore, che quella del cristallino, sono resi ancora più convergenti. Da tutte queste successive refrazioni son'eglino portati convergenti al fondo dell' occhio, talchè s' imprime sopra il nervo una distinta immagine dell' oggetto, come

come LM . E con questo mezzo si vede l' oggetto .

12. E'stata fatta una difficoltà nell'esser dipinta al rovescio l'immagine dell'oggetto sopra del nervo, cosicchè la parte superiore dell'oggetto s'imprime su la parte inferiore dell'occhio. Ma io penso, che questa difficoltà svanisca, considerando solamente, che sotto, e sopra sono termini puramente relativi all'ordinaria positura dei nostri corpi; e che li nostri corpi, quando si vedono con l'occhio, vi fanno non meno, che gli altri oggetti a rovescio la loro immagine; cosicchè le immagini dei nostri corpi, e degli altri oggetti s'imprimono su l'occhi con la stessa relazione l'une all'altre, che hanno essi medesimi in realtà.

13. L'occhio può ben vedere gli oggetti egualmente distinti in diverse distanze; ma in uno stesso tempo ad una sola distanza. Perchè l'occhio possa accomodarsi a differenti distanze, si ricerca qualche mutazione ne'suoi umori. E'mia opinione, che questa mutazione si faccia nella figura dell'umor cristallino, come mi sono sforzato di provare in altro luogo.

14. Se sarà troppo piatto uno degli umori dell'occhio, esso refrangerà troppo poco il lume; ch'è il caso dell'età avanzata. Se siano questi troppo convessi, lo refrangono troppo; come in quelli, che hanno una corta vista.

15. Così spiegato il modo, in cui si fa la vision diretta, io passo a dar qualche ragguaglio dei telescopj, con cui si vedono più distintamente gli oggetti lontani, e de'microscopj, che ingrandiscono l'apparenza dei piccoli. E primieramente la più semplice sorte di telescopio è composta di due vetri, o tutti, e due convessi, od un convesso, e l'altro concavo. Uno del primo genere di telescopj è rappresentato nella fig. 155. e uno del secondo nella fig. 156.

16. Nella fig. 155. A B rappresenta il vetro convesso, più vicino all'oggetto, e CD l'altro vetro più convesso, e vicino all' occhio. Posto, che il vetro obbiettivo A B formi l'immagine dell'oggetto in EF; cosicchè tenendo in questo luogo un foglio di carta bianca, l'oggetto vi comparisca; e supposto ancora, che li raggi, li quali passano il vetro AB, e si uniscono circa F, vadano all'occhio, per il vetro CD, e vi si refrangano: tirando solamente tre raggi nella figura, que' che passano per l'estremità del vetro A B, e que', che passano per lo mezzo, se il vetro CD sia collocatto a tal distanza dall' immagine EF, che li raggi, che passano per il punto F, dopo esser passati per il vetro, si facciano divergenti, quanto li raggi, che vengono da un' oggetto a tal distanza dall'occhio, che possa vedersi distintamente, questi essendo ricevuti dall'occhio, vi faranno al fondo una distinta rappresentazione del punto F. In simil guisa li raggi, che passano per il vetro obbiettivo A B al punto E dopo esser passati per il vetro dell'oc-

chio

chio CD faranno nel fondo dell'occhio una distinta rappresentazione del punto E. Ma se l'occhio sia collocato dove questi raggi, che procedono da E, s'incrociano con quelli, che procedono da F, l'occhio riceverà in un tempo stesso l'impressione distinta di ambedue questi punti; e in conseguenza di tutte le parti di mezzo dell' immagine EF, ch'è a dire, l'occhio vedrà distintamente l'oggetto, verso cui il telescopio è rivoltato. Il luogo dell'occhio è incirca il punto G, ove li raggi HE, HF s'incrociano, che passano per il mezzo del vetro obbiettivo AB ai punti E, ed F; ovvero dove il foco sarebbe formato dai raggi, che vengono dal punto H, e sono refratti dal vetro CD. Per giudicare, quanto un'oggetto è ingrandito da questo stromento, dobbiamo prima osservare, che l'angolo EHF, in cui l'occhio al punto H vedrebbe l'immagine EF è prossimamente lo stesso, che l'angolo, in cui l'oggetto vedrebbesi per una visione diretta; ma quando l'occhio è in G, e vede l'oggetto per mezzo del telescopio, egli lo vede sotto ad un'angolo maggiore; imperciocchè li raggi, che vengono da E, ed F, e s'incrociano in G, fanno un'angolo maggiore, che li raggi, li quali passano dal punto H a questi punti E, ed F. L'angolo in C è maggiore dell'angolo in H, a proporzione, che la distanza tra li vetri AB, e CD è maggiore della distanza del punto G dal vetro CD.

17. Questo telescopio rovescia gli oggetti; poichè li raggi, che vengono dalla dritta dell'oggetto vanno al punto E, ch'è il lato manco dell'immagine; e quei, che vengono dalla sinistra dell'oggetto, vanno in F, ch'è il lato dritto dell'immagine. Questi raggi s'incrociano di bel nuovo in G cosicchè li raggi, che vengono dalla dritta dell'oggetto, vanno alla dritta dell'occhio; e quelli, che dalla sinistra, alla sinistra si portano. E per tanto in questo telescopio l'immagine nell' occhio ha la medesima situazione, che l'oggetto; e poichè nella vision diretta l'immagine nell'occhio è situata a rovescio, quì la situazione essendo ritta, l'oggetto non dee apparir ritto. Questo non è alcun'inconveniente per gli Astronomi nelle osservazioni celesti; ma per gli oggetti quì su la terra si costuma di aggiunger due altri vetri convessi, che posſano di nuovo voltar l'oggetto (come è rappresentato nella fig. 157.) o pure si usa un'altra sorte di telescopio col vetro concavo dell' occhio.

18. In quest'altra sorte di telescopi l'effetto è fondato su gli stessi principj, che quei della prima. La distinzione dell' apparenza si conseguisce nella stessa maniera. Ma quì il vetro oculare CD (fig. 156.) è collocato tra l'immagine EF, e il vetro obbiettivo AB. In questa maniera li raggi, che vengono dalla mano dritta dell'oggetto, e passano verso E il manco lato dell'immagine, essendo intercetti dal vetro oculare, sono portati al lato manco dell' occhio; e quei, che vengono dalla

dalla finistra dell' oggetto, vanno alla dritta dell'occhio; cosicchè la impressione nell'occhio facendosi a rovescio, l'oggetto apparisce nella medesima situazione, che quando vedesi con l'occhio nudo. Quì dev' esser l'occhio posto tutt'appresso del vetro. Il grado, a cui questo stromento ingrandisce gli oggetti, si trova così. Li raggi, che passano per il vetro A B in H, dopo la refrazione del vetro oculare C D, si concepiscano divergenti, come se venissero dal punto G; dunque li raggi, che vengono dall' estremità dell' oggetto, entrano nell'occhio sotto l' angolo, che si fa in G; talchè quì pure l'oggetto resterà ampliato nella proporzione della distanza tra li vetri, alla distanza di G dal vetro oculare.

19. Lo spazio, che si può discoprire in una vista sola con questo telescopio, dipende dalla larghezza della pupilla dell' occhio; imperciocchè come li raggi, che vanno ai punti E, F dell' immagine, sono alquanto distanti un dall'altro, quando escono dal vetro C D, se sono più dilatati, che la larghezza della pupilla, egli è evidente, che non possono tutt'in uno entrar nell'occhio. Nell'altro telescopio l'occhio è collocato nel punto G, ove li raggi, che vengono dal punto E, o F s' intersecano insieme, e perciò devono entrar' insieme nell'occhio. A questo riguardo, li telescopj di due vetri convessi sono capaci d' una più ampia vista, che questi di un concavo. Ma in quelli pure l'estension della vista è limitata; imperciocchè il vetro oculare per la refrazione, che si fa verso le sue estremità, non rappresenta così distintamente l'oggetto, come vicin' al mezzo.

20. Li microscopj sono di due sorte. Una è solo un vetro assai convesso, per cui mezzo l'oggetto, può esser assai approssimato all'occhio, e nondimeno esser veduto distintamente. Questo microscopio ingrandisce le cose a proporzione, che l'oggetto essendo approssimato all'occhio, farà un' impressione più estesa su 'l nervo optico. L'altra sorte formata di vetri convessi produce il suo effetto nella stessa maniera, che il telescopio. Sia l'oggetto A B (nella fig. 158.) collocato sotto il vetro C D, e col suo mezzo si formi un' immagine di quest' oggetto. Sopra di questa sia collocato il vetro G H; per cui mezzo li raggi procedenti dai punti A, e B, siano refratti, come sta espresso nella figura. In particolare li raggi, che da ciascuno di questi punti passano per il vetro C D, s' incrocjno in I, e quì sia collocato un' occhio. L' oggetto vi apparirà più largo veduto per lo microscopio, che senza di questo, a proporzione, che l' angolo fatto dalla intersecazione di questi raggi in I, sarà maggiore dell' angolo, che sarebbero le linee tirate da I ad A, e B; val' a dire, in una proporzione composta di quella della distanza dell'oggetto A B da I, alla distanza di I dal vetro G H, e della proporzione della distanza tra li vetri alla distanza dell' oggetto A B dal vetro C D.

 21. Ora

21. Ora passerò a spiegare l'imperfezione di questi stromenti, cagionata dalla differente refrangibilità della luce, che viene da qualsisia oggetto. Questa fa, che l'immagine non si formi nel foco del vetro obbiettivo con una perfetta distinzione; cosicchè se il vetro oculare ingrandisce di troppo l'immagine, questa imperfezione dev'esser visibile, e far che quella tutta apparisca confusa. Il nostro Autore per esser più pienamente convinto, che la differente refrangibilità di varie sorte di raggi è sufficiente a produrre questa irregolarità, si sottopose alla fatica di un dilicato, e difficile sperimento, il cui processo è stato esposto diffusamente, per provar che li raggi della luce siano refratti diversamente non meno nelle piccole refrazione dei vetri di un telescopio, che nelle più grandi di un prisma; tanto è stato diligente nel ricercar la vera cagione di quest'effetto. Ed egli vi avrà usata, io suppongo, maggior cautela, perchè di questo si assegnava comunemente innanzi di lui un'altra ragione. Ella era opinione di tutti li Matematici, che questo difetto dei telescopj provenisse dalla figura, con cui li vetri sono lavorati; una superficie sferica refrangente non raccogliendo in un preciso punto tutti li raggi, che vengono da ciascun punto di un oggetto, com'è stato detto di sopra. (*a*) Ma dopo che il nostro Autore ha provato, che in queste piccole refrazioni così bene, che nelle maggiori, il seno d'incidenza dal vetro nell'aria, al seno di refrazione, ne' raggi, che fanno il rosso, è come 50. a 77. e in quei, che fanno l'azzuro, come 50 a 78. passò a comparare le ineguaglianze della refrazione procedenti dalla refrangibilità de' raggi, con le ineguaglianze, che seguirebbero dalla figura del vetro, se fosse la luce uniformemente refratta. Per questo proposito egli osserva, che se li raggi procedenti da un punto così rimoto dal vetro obbiettivo di un telescopio, che si reputi parallelo, il qual'è il caso de' raggi, che partono dai corpi celesti; la distanza, che ha dal vetro il punto, in cui li raggi meno refrangibili si raccolgono sarà alla distanza, alla quale si uniscono li raggi più refrangibili, come 28. a 27. e perciò il minore spazio, in cui tutti li raggi possono esser raccolti, non sarà minore, che la 55.ª parte della larghezza del vetro. Imperciocchè se A B [nella fig. 159.] sia il vetro, C D il suo asse, E A, E F due raggi di luce paralleli a quest'asse, ch'entrano nel vetro appresso le sue estremità: dopo la refrazione, la parte men refrangibile di questi raggi s'incontri in G, e la più refrangibile in H; allora, com'è stato detto, G I sarà ad I H, come 28. a 27. val'a dire, G H sarà la 28.ª parte di G I, e la 27.ª di H I; quindi se K L, ed M N si facciano una per G, e l'altra per H, perpendicolari a C D, M N sarà la 28.ª parte di A B, larghezza del vetro, e K L la 27.ª parte della stessa; cosicchè O P il minore spazio, in cui li raggi siano raccolti, sarà verso il mezzo come la media fra quelle due, ch'è la 55.ª parte di A B.

a §. 2.

22. Questo è l'errore, che nasce dalla differente refrangibilità dei

raggi

raggi di luce, che il nostro Autore trova di gran lunga ecceder l'altro, il qual segue dalla figura del vetro. In particolare, se il vetro del telescopio sia piatto da un lato, e convesso dall'altro, quando il piatto è voltato verso l'oggetto, per una proposizione, ch'è stata stabilita, l'errore, che proviene dalla figura, è incirca 5000. volte minore dell'altro. Quest'altra ineguaglianza è così grande, che li telescopj non sarebbero quello stesso, che fanno, se non fosse la luce, che non riempie egualmente tutto lo spazio O P, per cui si sparge, ma ch'è molto più densa verso il mezzo di questo spazio, che verso l'estremità. E in oltre, non tutte le sorte di raggi fanno su'l senso un'impression' egualmente forte, mentre il giallo, e l'aranciato sono più forti, in appresso a questi il rosso, e il verde; l'azzurro l'indaco, e il violetto sono più deboli, e men chiari; ed egli è provato, che il giallo, l'aranciato, e tre quinti della metà più lucida del rosso, appresso l'aranciato, altrettanto della metà più lucida del verde appresso il giallo, si raccoglieranno in uno spazio, la cui larghezza non supera $\frac{1}{250}$ della larghezza del vetro. E gli altri colori, che cadono fuori di questo spazio, come sono più deboli, ed oscuri di questi, saranno similmente più dilatati; e perciò difficilmente saranno sensibili in comparazione degli altri. Conforme a questo si è la osservazione degli Astronomi, che li telescopj tra venti, e sessanta piedi in lunghezza rappresentano le stelle fisse di 5. o 6. e al più di 8. o 10. secondi di diametro. Laddove altri argomenti dimostrano, che esse non ci appariscono di alcuna sensibil grandezza, se non in quanto la loro luce vien dilatata dalla refrazione. Una prova, che le Stelle fisse non ci appariscano sotto alcun sensibil' angolo, si è, che quando la Luna passa sotto alcune di loro, la sua luce non isparisce per gradi, come quella de' Pianeti nella medesima occasione, ma svanisce tutta in una volta.

23. Essendo per tanto il nostro Autore convinto, che li telescopj non erano capaci di esser portati ad una perfezione di molto maggiore di quella, che hanno al presente, per le refrazioni, ne fabbricò uno di riflessione, in cui non si fa alcuna separazione della differente luce colorata; imperciocchè in ogni sorte di luce, li raggi dopo la riflessione hanno il medesimo grado d'inclinazione alla superficie, da cui sono riflettuti, che avevano alla loro incidenza, cosicchè quei raggi, che vengono alla superficie in una linea, ne partiranno ancora in una linea sola, senza separarsi più fra di loro. In conformità a questo egli è successo così felicemente nell'attentato, che una sorte di questi stromenti, che non eccedeva sei pollici in lunghezza, eguagliava un telescopio ordinario, la cui lunghezza era di quattro piedi. Si sono recentemente lavorati stromenti di questo genere d'una maggior lunghezza, che corrispondono pienamente all'aspettazione. (*a*)

(*a*) *Transf. Filos. n.* 378.

CAPITOLO V.

Dell' Arcobaleno, osia dell' Iride.

1. SPiegherò di già l'Arcobaleno. La maniera, in cui è prodotto, intendevasi in generale, innanzi che il Cav. If. Nevvton discoprisse la sua teoria dei colori; ma ciò, che producesse la diversità de'colori in esso, non si conosceva; il che l'obbligò a spiegare quest'apparenza particolarmente: noi lo imiteremo, come segue. Il primo, ch'espressamente dimostrasse formarsi l'Arcobaleno dai raggi del Sole riflettuti dalle goccie cadenti di pioggia, fu Antonio de Dominis. Ma questo fu poi spiegato più pienamente, e distintamente da Des Cartes.

2. Appariscono il più frequentemente due Iridi; sono tutt'e due cagionate dalla suddetta refrezione del lume Solare dalle goccie di pioggia; ma non da tutto il lume, che vi cade sopra, e ne è riflettuto. L'Iride interna è prodotta solamente da que' raggi, ch'entrano nella gocciola, e al loro ingresso sono refratti talmente, che si uniscono in un punto alla superficie ulteriore della gocciola, come si rappresenta nella fig. 160. dove li raggi contigui *ab*, *cd*, *ef*, venendo dal Sole, e perciò quanto al senso paralleli, al loro ingresso nella gocciola ai punti *b*, *d*, *f*, sono talmente refratti, che s'incontrano insieme nel punto *g*, alla superficie ulterior della gocciola. Ora essendo questi raggi prossimamente dallo stesso punto della superficie riflettuti, l'angolo d'incidenza di ciascun raggio al punto *g* essendo eguale all'angolo di riflessione, li raggi torneranno nelle linee *gb*, *gk*, *gl*, nella stessa maniera inclinati un'all'altro, che lo erano prima della loro incidenza al punto *g*, e faranno gli stessi angoli con la superficie della goccia ai punti *b*, *k*, *l*, che ai punti *b*, *d*, *f*, dopo il loro ingresso; e perciò dopo la loro emersione dalla goccia, ciascun raggio sarà inclinato alla superficie sotto l'angolo stesso, che quando vi entrava; onde le linee *bm*, *kn*, *lo* in cui emergono li raggi, debbono esser parallele fra di loro, non meno che le linee *ab*, *cd*, *ef*, in cui erano incidenti. Ma questi raggi emergenti essendo paralleli non si spargeranno, nè saranno divergenti un dall'altro nell'uscir dalla goccia, e perciò entreranno in un'occhio convenientemente situato con una copia sufficiente per cagionarvi sensazione. Laddove tutti gli altri raggi, o quelli più vicini al centro della goccia, come *pq*, *rs*, o quei, che ne sono più lontani, come, *tu*, *vv x*, saranno riflettuti da altri punti nella superficie posterior della goccia; e nomatamente il raggio *pq*, dal punto *y*; *rs* da *z*; *tu* da *α*, ed *vvx* da *β*. E perciò stante la loro riflessione, e la refrazione, che segue, saranno dispersi dopo la lo-

ro

ro emergenza, e separati da'suddetti raggi, e l'uno dall'altro; e perciò non possono entrar nell'occhio, collocato per riceverli in una copia sufficiente ad eccitar qualche distinta sensazione.

3. L'Iride estrema è formata da due riflessioni fatte tra l'incidenza, e l'emergenza dei raggi, imperciocchè è da notare, che li raggi *g b*, *g k*, *g l*, ai punti *b*, *k*, *l*, non escono intieramente dalla goccia, ma sono in parte riflettuti indietro: sebbene la seconda riflessione di questi raggi particolari non forma l'altra Iride. Imperciocchè questa Iride è fatta da que' raggi, che dopo il loro ingresso nella goccia sono dalla sua refrazione uniti, prima che giungano all'altra superficie, ad una distanza tale da essa, che quando cadono sopra di questa superficie, possono esserne riflettuti in linee parallele, com'è rappresentato nella fig. 161. dove li raggi *ab*, *cd*, *ef*, sono raccolti per la refrazion della goccia nel punto *g*, e quindi passando innanzi, danno nella superficie della goccia ai punti *b*, *k*, *l*, onde sono riflettuti ad *m*, *n*, *o*, passando da *b* ad *m*, da *k* ad *n*, e da *l* ad *o* in linee parallele. Imperciocchè questi raggi dopo la riflessione in *m*, *n*, *o* s'inconreranno di nuovo nel punto *p*, alla stessa distanza da questi punti della riflessione *m*, *n*, *o*, ch'è il punto *g* dai primi *b*, *k*, *l*. Dunque passando questi raggi da *p* alla superficie della goccia, vi cadranno sopra nei punti *q*, *r*, *s* sotto gli stessi angoli, che fanno essi raggi con la superficie in *b*, *d*, *f* dopo la refrazione. In conseguenza, quando questi raggi emergono dalla goccia nell'aria, ciascun raggio farà con la superficie della goccia lo stesso angolo, ch'egli faceva nella sua prima incidenza; talchè le linee *q t*, *r u*, *s vv*, in cui dalla goccia pervengono, saranno parallele una all'altra, non men che le linee *a b*, *c d*, *ef*, in cui pervennero alla goccia. In tal maniera questi raggi diverranno visibili ad uno spettatore comodamente situato: ma tutti gli altri raggi così quelli più vicini al centro della goccia, *xy*, *ζα*, come quelli più rimoti *βγ*, *δε* saranno riflettuti in linee non parallele alle linee *b m*, *kn*, *lo*; e in specie il raggio *xy*; nella linea *ζν*, il raggio *ζω* nella linea *θς*, il raggio *βγ*, il raggio *δε* nella linea *νξ*. Quindi cotesti raggi dopo la loro seconda riflessione, e susseguente refrazione saranno dispersi dai raggi di sopra mentovati, e loro stessi un dall'altro, e perciò resi invisibili.

4. Dippiù è da rimarcare, che se nel primo caso li raggi incidenti *ab*, *cd*, *ef* e gli emergenti, che loro corrispondono, *b m*, *k n*, *lo*, siano prodotti, finchè concorrano, faranno fra di loro un' angolo maggiore, che qualunque altro raggio incidente faccia con l'emergente, che gli corrisponde. E nell'ultimo caso, all'opposto, li raggi emergenti *qt*, *ru*, *s vv* fanno co'raggi incidenti un'angolo più acuto, di quello è fatto da qualunque altro de'raggi emergenti.

5. Il nostro Autore ha esposto un metodo di ritrovar ciascuno di questi

sti angoli estremi, essendo dato il grado di refrazione; dal qual metodo apparisce, che il primo di questi angoli è minore, e l'ultimo è maggiore, quanto più è grande la Potenza refrattiva della goccia, o la refrangibilità dei raggi. E quest'ultima considerazione finisce di compir la dottrina dell'Iride, e dimostra, come li colori di ciascun'arco sono disposti nell'ordine, in cui si vedono.

6. Suppongasi, che A (nella fig. 162) sia l'occhio, B, C, D, E, F goccie di pioggia; M n, O p, Q r, S t, V vv particelle di raggi del Sole, ch'entrando nelle goccie B, C, D, E, F dopo una riflessione passino all'occhio in A. Ora M n sia prolungato in ν finchè s'incontri col raggio emergente pure prolungato, O P si prolunghi finchè incontra il suo raggio emergente prolungato in κ, e Q r finchè incontra il suo in λ, ed S t finchè incontra il suo in μ, ed V vv finchè trova il suo raggio emergente prodotto in γ. Se l'angolo M ν A sia quello, che deriva dalla refrazione de' raggi, che fanno il violetto, per il metodo, di cui qui abbiamo parlato, ne segue, che entrerà solamente nell'occhio il lume violetto dalla goccia B, tutti gli altri raggi colorati passando al di sotto, cioè tutti que' raggi che non sono dispersi, a segno di far sensazione, ma escono paralleli. Imperciocchè l'angolo, che que' raggi emergenti paralleli fanno con l'incidente nei raggi, che sono li più refrangibili, o che fanno il violetto, essendo minore, che l'angolo in qualunque altra sorte di raggi; niuno de' raggi, ch'emergono paralleli; salvo quelli, che fanno il violetto, entrerà nell'occhio sotto l'angolo M ν A, ma gli altri, che fanno col raggio incidente M ν un'angolo maggiore di questo, passeranno sotto dell'occhio. In simil guisa se l'angolo O κ A conviene co' raggi, che fanno l'azzurro, li raggi azzurri solamente entreranno l'occhio dalla goccia C, e tutti gli altri raggi colorati sfuggiranno l'occhio, li violetti passando di sopra, e gli altri colori di sotto. Oltre ciò, l'angolo Q λ A corrispondendo ai raggi, che fanno il verde, questi soli dalla goccia D entreranno nell'occhio, quelli, che fanno il violetto, e l'azzurro, passando per di sopra, e gli altri colori, cioè il giallo, e il rosso, per il di sotto. E se l'angolo S μ A corrisponde alla refrazione de' raggi, che fanno il giallo, sol questi verranno all'occhio dalla goccia E. E in fine se l'angolo V γ A appartiene a' raggi, che fanno il rosso, e sono li men refrangibili, solo essi dalla goccia F entreranno nell'occhio, gli altri raggi colorati passando di sopra.

7. Ora è evidente, che tutte le goccie d'acqua, che si trova in qualcheduna delle linee A κ, A λ, A μ, A γ, siano più lungi, o più appresso all'occhio, che le goccie B, C, D, E, F, daranno lo stesso colore, che queste, tutte quelle della medesima linea dando il medesimo colore; cosicchè la luce riflettuta da un numero conveniente di queste goccie diverrà bastante per esser visibile; dove la riflessione da

una

una piccola goccia ſola non ſarebbe ſenſibile. Ma in oltre, è ancora manifeſto, che menando la linea AΞ dal Sole per l'occhio, cioè a dire parallela alle linee Mn, Op, Qr, St, Vvv, e le goccie d'acqua eſſendo diſpoſte tutte intorno di queſta linea, il medeſimo colore ſarà rappreſentato da tutte le goccie ad una ſteſſa diſtanza da queſta linea. Quindi egli ſegue, che quando il Sole è moderatamente elevato ſopra dell'Orizonte, ſe piove alla parte oppoſta, e il Sole illumini le goccie nel mentre vanno cadendo, uno ſpettatore con le ſpalle rivolte al Sole, deve oſſervare un' arco circolar colorato, che arriva all' Orizonte, ed è roſſo al di fuori, poi giallo, indi verde, azzurro, e al termine di dentro violetto; ſolo queſt' ultimo colore appariſce languido, eſſendo diluto dal bianco lume delle nuvole, e per un'altra cagione da menzionarſi dappoi. (*a*)

a §. 11.

8. Così è ſpiegato l'arco interior, e primario. Le goccie di pioggia a qualche diſtanza fuori di queſt' arco cagioneranno l'eſterno, o ſecondario per due rifleſſioni della luce del Sole. Siano le goccie G, H, I, K, L, XY, Zα, Γβ, Δι, Θζ, dinotano particelle di raggi, ch' entrano in ciaſcuna goccia. Ora è da oſſervare, che di queſti raggi quelli fanno col raggio viſibile refratto il maggior' angolo, che ſono li più refrangibili. Suppoſto dunque che il raggio viſibile refratto, che paſſa da ciaſcuna goccia dopo due rifleſſioni, ed entra nell' occhio in A, s' interſecchi co' raggi incidenti in π, ρ, σ, τ, φ, riſpettivamente; è manifeſto, che l' angolo Θφ A è il più grande di tutti, dopo queſto l'angolo Δτ A, poi in grandezza ſarà l' angolo Γσ A, indi l'angolo Zρ A, e il minor di tutti l'angolo Xπ A. Dunque dalla goccia L verranno all' occhio li raggi del color violetto, o li più refrangibili, da K gli azzurri, da I li verdi, da H li gialli, e da G li roſſi; e lo ſteſſo accadrà di tutte le goccie ſu le linee Aπ, Aρ, Aτ, Aφ, ed anche di tutte le goccie alla medeſima diſtanza dalla linea AΞ intorno a queſta linea. Quindi appariſce la ragione dell' arco ſecondario, che ſi vede al di fuori dell' altro, avendo li ſuoi colori in un' ordine oppoſto, il violetto fuori, e il roſſo di dentro: ſebben li colori vi ſono più deboli, che nell' altro, come formati da due rifleſſioni, e da due refrazioni; dove l'altro arco è fatto da due refrazioni, e da una ſola rifleſſione.

9. Vi è un'altra apparenza nell' Arcobaleno deſcritta particolarmente cinque anni fa, (*b*) ed è queſta, che ſotto la parte ſuperiore dell'arco interno appariſcono ſovvente due, o tre ordini di colori aſſai deboli, che fanno alternativamente archi di verde, e di un pavonazzo roſſiccio. Al tempo, in cui ſi ebbe notizia di queſt' apparenza io eſpoſi li miei penſieri in ordine ad aſſegnarne la cauſa, (*c*) che quì ripeterò. Il Sig. Cav. Iſ. Nevvton ha oſſervato, che nel vetro pulito, e coperto d' argento vivo, ſi fa una rifleſſion' irregolare, onde qualche piccola quantità di lume reſta diviſa dal lume principal rifletuto. (*d*) Se ri-

b *Tranſ. Filoſ. N.* 375.

c *Ibid.*

d *Opt. Lib.* II. *Par.* 4.

cono-

conoscasi accadere lo stesso nella riflessione, con cui si fa l'Iride, questo pare sufficiente a produr l'apparenza ora mentovata.

10. A B (nella fig. 163.) rappresenti un globetto d'acqua, B il punto, da cui li raggi d'una determinata specie essendo riflettuti in C, e poi emergendo nella linea C D, giungano all'occhio, e cagionino l'apparenza di quel colore nell'Iride, il quale appartiene a questa specie. Quì si suppone, che oltre quello è riflettuto regolarmente, qualche piccola parte di lume sia irregolarmente dispersa da ciascun lato; talchè dal punto B, oltre li raggi, che sono regolarmente riflettuti da B a C, alcuni altri dispersi muovano in altre linee, come in B E, B F, B G, B H, da ciascun lato della linea B C. Ora noi osservammo di sopra, (*a*) che li raggi del lume nel loro passaggio da una superficie di un corpo refrangente ad un'altra, sono soggetti ad alternar li siti di facile trasmissione, e riflessione, succedendosi questi un all'altro ad eguali distanze; talmente che se li raggi arrivano alla ulterior superficie in una sorte di questi siti, saranno trasmessi, se in un'altra, verranno più tosto riflettuti. Quindi li raggi, che procedono da B a C, ed emergono nella linea C D, essendo in un sito di facile trasmissione, li raggi dispersi, che cadono a piccola distanza fuori di questi da un lato, o dall'altro (per esempio li raggi, che passano su le linee B E, B G) cadranno su la superficie in un sito di facile riflessione, e non ne usciranno; ma que' dispersi, che passano a qualche distanza fuori di questi ultimi arriveranno alla superficie del globetto in un sito di facile trasmissione, e la trapasseranno. Supponete passar questi raggi nelle linee B F, B H, il primo de' quali abbia avuto un sito più di facile trasmissione, e l'altro un sito meno, che li raggi, che passano da B in C. Ora tutti e due questi raggi, quando escono fuori del globetto, procederanno per la refrazion dell'acqua nelle linee F I, H K, che saranno inclinate pressocchè egualmente ai raggi incidenti su 'l globetto, che vengono dal Sole: ma gli angoli della loro inclinazione saranno minori dell'angolo, in cui li raggi emergenti nella linea C D sono inclinati a quei raggi incidenti. E nella stessa maniera li raggi dispersi dal punto B ad una certa distanza fuori di questi escono dal globetto, mentre li raggi frapposti sono intercetti; e questi raggi emergenti saranno inclinati ai raggi incidenti su 'l globetto, ad angoli sempre minori di quelli, in cui li raggi F I, e H K sono inclinati agli stessi, e fuori di questi raggi ne usciranno altri, che saranno inclinati ai raggi incidenti ad angoli ancora minori Ora per questo mezzo potranno formarsi, oltre l'arco principale, che contribuisce alla formazione dell'Iride, altri archi dentro ciascun principale del medesimo colore, sebben molto più languido; e questo per diverse successioni, finchè queste tolgano tutta la forza alla luce, che in ogni arco diviene più oscura, continuerà ad esser visibile. Ora come gli archi prodotti da ciascun colore, saranno

a *C*. 3. *§*. 14.

diver-

diversamente mescolati insieme, la diversità de' colori osservati in questi archi secondarj può facilmente provenire da questo.

11. Nei colori più foschi questi archi possono estendersi fin sotto dell' arco, ed esser veduti distintamente. Nei colori più vivi, si perdono nella parte inferiore del lume principale dell' Iride; ma con tutta la probabilità contribuiscono a quella tinta rossa, che ordinariamente ha il pavonazzo dell' Iride, ed è più rimarcabile, quando questi colori secondarj appariscono più forti. Comunque sia, questi archi secondarj nei colori più vivi possono estendersi con un lume assai debole al basso dell' arco, e tinger di rossiccio il pavonazzo di questi archi secondarj.

12. Le precise distanze tra l' arco principale, e gli archi più deboli dipendono dalla grandezza delle goccie in cui sono formati. Per separarli a ogni grado, è necessario, che la goccia sia d' un' eccessiva piccolezza. E' verisimile, che si formino questi nei vapori delle nuvole, quali l' aria posta in moto dal cader della pioggia, può seco trasportar con le goccie più grosse; e questa esser può la ragione, perchè questi colori appariscano sotto la parte superiore dell' arco solamente, non discendendo molto basso questo vapore. Per una ulterior confermazione di questa cosa, questi colori si vedono più forti, o risaltano di vantaggio, quando la pioggia cade da nubi assai dense, che cagionano pioggie le più impetuose, al cader delle quali l' aria è più agitata.

13. Ad una simil' alternativa di siti di facile trasmissione, e rifflessione, nel passaggio della luce per li globetti d' acqua, che compongono le nubi, il Sig. Cav. Is. Nevvton attribuisce alcuni di que' circoli colorati, che in certi tempi appariscono intorno il Sole, e la Luna. (*a*)

a Opt. Lib. II. par. 4. obs. 13.

CONCLUSIONE.

1. AVendo terminato il Sig. Cav. Is. Nevvton ciascuno de' suoi trattati filosofici con alcune riflessioni generali, ora io prenderò congedo da' miei Lettori con un breve ragguaglio di ciò, ch' egli ha esposto in queste occasioni. Al fine de' suoi principj Matematici di Filosofia Naturale ci ha dati li suoi pensieri circa la Divinità. Ove primieramente egli osserva, che la somiglianza, che trovasi in tutte le parti dell' Universo, mette fuori di dubbio, che tutto è governato da un' Ente Supremo, a cui si dee riferire l' originaria costituzione della natura, ch' evidentemente è l' effetto della scelta, e di un disegno. Quindi con le nozioni più sicure in Metafisica egli passa a ricercar la fonte dell' esistenza, e di alcuni attributi primarj della Divinità, facendo attenzione alla natura delle nostre idee di spazio, e di tempo, a cui non sapremmo assegnar nè principio, nè limiti, e dalle quali noi ricaviamo per una priorità solo di nostro raziocinio, non di natura, l' esistenza di un' esser Necessario, Indipendente, Immenso, ed Eterno.

2. Al fine del suo trattato di Optica ha proposti alcuni pensieri concernenti altre parti della natura, in cui egli non si è distintamente internato. Comincia da alcune particolari riflessioni su la luce, ch'ei non aveva pienamente esaminate. In particolare dichiara il suo sentimento su la potenza, per cui li corpi, e la luce oprano un sopra l'altro. In qualche luogo di questo libro aveva egli data qualche apertura al suo pensiero in ordine a questo, (*a*) ma quì espressamente dichiara la sua conghiettura, che noi di già mentovammo, (*b*) che questa potenza è collocata in un sottile spirito di una gran forza elastica diffuso per l'Universo, che produce non solo questa, ma una quantità d'altre operazioni naturali. Egli non ritrova impossibile, che la potenza stessa di gravità, ne possa dipendere. A questa occasione rapporta una quantità di apparenze naturali, di cui le principali sono prodotte da sperimenti chimici. Da numerose osservazioni di questo genere pensa non restar dubbio, che le minime parti di materia quando sono in un prossimo conttato, agiscono efficacemente l'une su l'altre, ora essendo scambievolmente attratte, ed ora respinte.

a Opt. p. 255. b C. 3. §. 18.

3. La potenza attrattiva è più manifesta, che l'altra, imperciocchè le parti di ogni corpo stanno unite per questo principio. E il nome di attrazione, che il nostro Autore gli ha dato, è stato liberamente impiegato da moltissimi scrittori, e d'altrettanti contraddetto. Egli si è lagnato sovvente con me, di non essere stato inteso su questa materia. Ciò, ch'egli dice su questo capo, non l'ha mai preteso una spiegazione filosofica di alcuna apparenza; egli ha voluto solamente indicare una potenza in natura, non osservata fin'ora distintamente, la cui cagione, e modo di oprare stima egli, che merita una diligente ricerca. Appagarsi della spiegazione di un'apparenza, coll'affermare, che vi è una potenza generale di attrazione, non è perfezionar la nostra cognizione in Filosofia, ma piuttosto muover' il passo verso le nostre ulteriori ricerche.

LETTERA
AL
DOTTOR MEAD,
MEMBRO DEL COLLEGIO DE' MEDICI DI LONDRA, E DELLA SOCIETA' REALE,

Sopra uno ſperimento, con cui ſi ha tentato di dimoſtrar la falſità della comun' opinione, in ordine alla forza de' corpi in moto,

DI ARRIGO PEMBERTON.

M. D. R. S. S.

Signore.

LEggendo il Trattato *de Caſtellis* del dotto *Sig. Poleni*, che voi mi avete fatto il piacer di mandarmi, varie curioſe ſperienze vi ho ritrovate, tra le quali ho incontrata quella di far cadere globi di egual grandezza, ma di diverſo peſo ſopra una ſoſtanza cadente, come ſono il ſevo, la cera, l' argilla, e ſimili, e ciò da altezze reciprocamente proporzionali ai peſi di eſſi globi. Queſto ſperimento m' impegnò ad una particolar' attenzione, ſiccome egli è ſtato portato col diſſegno di gettar' a terra uno de' primi Principj ſtabiliti nella Filoſofia Naturale. E la cognizione che ho della grande ſtima, che voi fate di queſta parte delle Umane Scienze, m' incoragiſce a diſturbarvi co' miei penſieri ſopra tale ſperimento; imperciocchè io non poſſo per modo alcuno ammettere la conſeguenza, che ſe ne cava, che poichè li globi fanno in queſto ſperimento egual' impreſſioni ſu la ſoſtanza molle, o cedente, per queſto dunque la percuotano con egual forza; con che ſi ha tentato di provar l' aſſerzione del *Leibnitz*, che la forza di uno ſteſſo corpo in diſcendere è proporzionale all' altezza, da cui egli ſcende; ovvero, in tutti li moti, proporzionale al quadrato della velocità, e non, come ſi penſa comunemen-

te, alla velocità ſteſſa. All'oppoſto io credo, che queſto ſteſſo ſperimento provi la grande irragionevolezza della Nozione di *Mr.Leibnitz* in queſto propoſito.

Io reſto ſorpreſo, che uno Scrittore così diligente, come mi appariſce il Sig. *Poleni*, nella eſattezza, con cui deſcrive li ſuoi ſperimenti, non abbia piuttoſto ſoſpettato del ſuo ragionamento in un caſo compoſto, che contraddetto talmente ad un principio di Filoſofia, così direttamente provato da una moltitudine di ſperimenti, in particolare da quelli, che il Sig. Cav. *Iſ. Newton* raccomanda a queſto propoſito (*Princ. Phil. Natur. p.* 19.) e che in oltre è ſtabilito abbondevolmente dalla ſua eſatta convenienza con tutte le oſſervazioni; eſſendo un principio, ſul quale tutte le apparenze ſin' ora oſſervate nel moto de' corpi, ſono ſtate ſpiegate per giuſti, ed irrefragabili deduzioni; e noi troveremo, a ben ponderarlo, che anche il caſo preſente alla ſteſſa regola ſi riduce.

Siccome l'uſo delle ſperienze in Filoſofia naturale è quello di ſcoprire le cauſe delle coſe, col rappreſentare gli effetti più ſemplici di queſte Cauſe, li quali accadono nel corſo ordinario della natura; così a queſto fine è neceſſario, che le noſtre argomentazioni ſopra gli ſperimenti ſiano le più giuſte, che poſſano farſi; altrimenti ad altro non ſervirebbero, che a condurci agli errori. La prima coſa neceſſaria per far legittime deduzioni da uno ſperimento, è di determinarne il proprio uſo; che io credo non ſiaſi bene inteſo nel ſoggetto, che maneggiamo. Certamente lo ſperimento del *Poleni* è aſſai più proprio a informarci della legge, con cui le ſoſtanze molli reſiſtono al moto de' corpi, onde ſono percoſſe, che a dimoſtrare le forze, con cui le percuotono eſſi corpi; imperciocchè ſiano le forze quali ſi vogliano, gli effetti devono eſſere differenti, ſecondo la differenza che vi può eſſere inerendo alla regola, che ſi oſſerva per una tal reſiſtenza.

Ora queſto ſperimento dimoſtra, che ſe due globi in moto vadano contro porzioni eguali di una ſoſtanza penetrabile, l'oppoſizione, che una tale ſoſtanza fa al loro moto, ſarà la ſteſſa in ambedue, comunque ſiano differenti le velocità, con cui vi ſi portano. Queſto è ciò, che io dimoſtro nella maniera, che ſegue.

I. Siano A, e B due globi eguali in grandezza, ma di peſo differente, li quali profondano egualmente in una ſoſtanza, che cede; ſuppoſto, che le velocità, con cui muovono nella preſente ſituazione, ſiano reciprocamente in *ragion ſudduplicata* de' loro peſi; val'a dire, che la ragione del peſo del globo A ſia al peſo del globo B *duplicata* della ragione della velocità del globo B alla velocità del globo A. Poichè dunque la ragione della quantità del moto nel globo A, o della forza, con cui eſſa ſi muove, alla quantità del moto nel globo B, o ſia alla forza, con cui queſto globo ſi muove, è compoſta della ragione del

peſo

peso del globo A al peso del globo B, e della ragione della velocità del globo A alla velocità dell'altro globo B; la forza, con cui muove il globo A sta alla forza, onde muove l'altro B, come la velocità di questo globo B sta alla velocità di quell'altro globo A. Ma se si faccia la medesima opposizione al moto de'globi, quando essi vanno contro eguali porzioni di una sostanza, che cede, l'effetto di questa opposizione, nel mentre li globi penetrano entro della sostanza per ispazj eguali, sarà proporzionale al tempo, in cui li globi muovono per questi spazj, o in cui fassi l'opposizione, se consideriamo questi spazj nel mentre nascono, o nella loro prima origine; l'effetto dunque di questa opposizione sarà reciprocamente proporzionale alla velocità di ciascun globo, e segnatamente la perdita momentanea di forza nel globo A, sarà alla perdita momentanea di forza nel globo B, come la velocità del globo B è alla velocità del globo A; e tutta la forza del globo A si è trovato aver la stessa ragione a tutta la forza del globo B; in conseguenza questi globi nel mentre penetrano per ispazj eguali nella sostanza, perdono parti della loro forza, che hanno la stessa proporzione a tutta la rispettiva lor forza: e perciò se le loro velocità sono in qualche tempo reciprocamente in *proporzion sudduplicata* de'loro pesi, cosicchè le forze, o li gradi di moto, con cui si muovono siano reciprocamente proporzionali alle loro velocità, le forze, con cui percuotono le sostanze molli, cadendovi, egualmente addentro, continueranno nella stessa proporzione; e perciò stante la teorìa della resistenza quì supposta, quando tutta la forza, e il moto di questi due globi si siano interamente perduti, essi avranno penetrato addentro nella sostanza ad eguali profondità.

Ora poichè nello sperimento del *Poleni* li globi, che cadono da altezze reciprocamente proporzionali a'lor pesi, percuotono la sostanza, che cede, con velocità reciprocamente in proporzion sudduplicata de' loro pesi, e l'effetto in tutti i casi si trova esser quello, che è quì dedotto dalla Teorìa della Resistenza, che ho proposta; egli è dunque una sufficiente riprova della verità di questa Teorìa.

Solamente debbo qui avvertirvi, Signore, che io ho supposto, che i globi vengano arrestati da tutta la resistenza della sostanza, contro cui vanno; sebben' in rigore sono arrestati solamente dall' eccesso di questa resistenza sopra l'azion della gravità, da cui sono spinti. Ma io ho trascurata la considerazione dell'azion della Gravità, avendo questa una assai piccola proporzione alla Resistenza, come apparisce dall' esser li globi molto più presto arrestati da questa resistenza, che non lo sarebbero dall'azione della Gravità, se la sua forza fosse applicata dal giù in su; imperciocchè da questa sola forza li globi non sarebbero arrestati, finchè non avessero misurati spazj uguali all'altezze dal punto, onde cadono fino alla sostanza resistente: le quali altezze hanno una

grande

grande proporzione alle profondità, a cui li globi in questo sperimento restano immersi nella molle sostanza, come col farne la prova ho ritrovato.

Così, se io non m'inganno, può esser rimossa la difficoltà, che accompagna questo sperimento. Ma come l'opinione di *Mr. Leibnitz* se ne diduce per mezzo di quest'assioma, che gli effetti sono proporzionali alle loro cause, cosicchè giudicandosi gli effetti esser quì li medesimi, si conchiude esser le medesime anche le cause; non sarà mal fatto, menzionar quì uno sperimento, dove questo assioma può esser applicato più giustamente, che nel nostro caso; dal quale sperimento l'opinion comune può essere stabilita. Questo sperimento è dal *Poleni* mentovato, come fatto dal *Mersenno*, sebben da esso sia stato fatto con poca esattezza; ma è stato poi ripetuto più volte nella seguente maniera. All'estremità di una bilancia si appicca un peso, e da un'altezza propria si lascia cadere su l'altra estremità un'altro peso, che percuotendola, eleverà la estremità, a cui erasi il peso appiccato, a tale altezza, che basterà appunto per porre in libertà una certa molla. Indi se un peso differente venga appiccato invece del primo, l'altezza, dalla qual deve scendere il cadente peso per elevare l'estremità della bilancia, a cui quell' altro peso si era appiccato, alla medesima altezza di prima, cioè tant'alto, che basta per liberar la mentovata molla si trova esser tale, che la velocità, con cui il cadente peso dà su la Bilancia, in questo secondo caso, sarà alla sua prima velocità, come l'ultimo peso al primo; (*Ved. Gravesand Phys. Elem. To. I. pag.* 39.) salvo sol questo, che, come *Mersenno* avea rimarcato, quando il peso discende da grandi altezze, ricercasi un'altezza un poco maggiore di quella porta la Regola, per elevar l'altro peso, quanto desiderasi. Ma se il piegarsi del braccio della Bilancia, quando vien percosso con una gran forza, o se qualche aumento di fregagione in questo caso, cagioni la quì mentovata irregolarità, non abbiamo bisogno di ricercarlo a rigore; poichè cotesta irregolarità è ancora men compatibile con la nuova opinione, che lo siano gli effetti regolari dello sperimento. E perciò noi potiamo quindi comprendere, che lo stesso metodo di ragionare, il quale erroneamente applicato, si suppone provar' il sentimento di *Mr. Leibnitz*, concernente la forza de' corpi in moto, quando giustamente si usi, conferma l'altra opinione circa lo stesso soggetto.

Ma come ho avanzato dal principio di questa Lettera, che lo sperimento del Sig. *Poleni* non solo può conciliarsi con la comun dottrina del moto, come ora l'ho dimostrato, ma ancora ch'egli manifesta la grande irragionevolezza, se non l' assoluta assurdità dell' opinione di Mr. *Leibnitz*; così resta, che io mi accinga brievemente a provarlo.

Il

II. Se due globi A, e B di eguale grandezza, ma di un differente peso, percuotendo una sostanza, che cede, con forza eguale, perdano in ogni caso tutto il lor moto a eguali profondità, è necessario, che in tutti i momenti, durante il lor moto, perdano gradi eguali di forza, quando danno sopra porzioni eguali della sostanza, penetrandone spazj eguali. Ciò si comprenderà facilmente da quel, che innanzi si ha detto. Ora poichè Mr. *Leibnitz* suppone, che la Potenza di gravità dia allo stesso corpo cadente gradi di forza proporzionali all'altezza, d'onde egli cade; secondo la sua opinione, dalla Potenza di gravità saranno aggiunti gradi eguali di forza al medesimo corpo in discendere per ispazj eguali; e in differenti corpi discendenti per ispazj eguali, li gradi di forza aggiunti saranno come la quantità della materia, o come il peso di ciascun corpo. Perciò mentre li globi A, e B penetrano per ispazj eguali nascenti nella sostanza molle, li gradi di forza, che aggiungerebbe l'azion della gravità, se non fosse superata dalla resistenza di questa sostanza, sarebbero loro comunicati in una tal proporzione, che la forza aggiunta al globo A, sarebbe alla forza aggiunta al globo B, come il peso del globo A al peso del globo B, o in ragion duplicata della velocità del globo B alla velocità del globo A. Ma poichè li globi perdono gli stessi gradi di forza, penetrando nella sostanza molle per eguali spazj nascenti, l'effetto della opposizione fatta da questa sostanza al moto de' globi, durante il tempo del loro passaggio per questi spazj nascenti, sarà ed il toglier loro un medesimo grado di forza, e in oltre quella forza aggiunta, che altrimenti avrebbero ricevuta dalla lor propria gravità. Ma dippiù l'opposizione fatta al moto del globo A, all'opposizione fatta al moto del globo B, sarà in ragion composta della ragion dell'effetto di questa opposizione, che fa la sostanza al moto del globo A, all'effetto dell'opposizione, fatta al moto del globo B dalla sostanza stessa, e della ragione del tempo, in cui vien fatta l'opposizione contro il secondo globo al tempo, in cui ella si fa contro il primo: la qual ultima ragione è la medesima, che la ragione della velocità del globo A alla velocità del globo B. Ma poichè è dimostrato, che l'effetto dell'opposizione fatta dalla sostanza molle a questi globi è raddoppiato, e che una parte dell'effetto della opposizione fatta al moto del globo A è uguale ad una parte dell'effetto della opposizione fatta al moto del globo B; e che l'altra parte dell'effetto della opposizione fatta al moto del globo A è all'altra parte dell'effetto della opposizione fatta al moto del globo B, in ragion duplicata della velocità del globo B alla velocità del globo A: una parte dell'opposizione stessa fatta al moto del globo A, sarà ad una parte dell'opposizione contro il moto del globo B, come la velocità del globo A alla velocità del globo B, e un'altra parte dell'opposizione al moto del globo A sarà all'altra parte dell'opposizione

al

al moto del globo B, come la velocità del globo B alla velocità del globo A. Cosicchè quando li globi danno sopra porzioni eguali d'una sostanza cedente, l'opposizione al lor moto sarà in parte come la velocità de' globi, e in parte reciprocamente come le loro velocità. Quindi, poichè la sostanza resistente è di una tessitura uniforme, l'opposizione al moto d'uno dei globi nella sua presente situazione, e mosso con la sua presente velocità, sarà alla opposizione, che incontrerebbe nella medesima situazione, se fosse mosso con un'altra velocità, parte come la presente velocità a quest' altra, parte come quest'altra velocità alla presente. Ma per quella parte di opposizione fatta al globo, la quale è direttamente come la velocità, il globo non può esser mai del tutto arrestato; imperciocchè arrestandosi il globo, questa parte di opposizione al suo moto dovrebbe similmente cessare, e in conseguenza il peso del globo continuar'a portarlo giù, quando almeno l'altra parte di opposizione al suo moto non lo prevenisse. Ma io aggiungo, che nè meno quest'ultima parte di opposizione fatta al suo moto è sufficiente per arrestarlo; imperocchè il grado di questa opposizione stando reciprocamente come la velocità del globo, quando il moto del globo è del tutto estinto, ella diverrà infinitamente più grande di quel, che fosse in tutti i momenti, in cui il globo si trova in moto; cosicchè quando il globo fosse stato arrestato da questa parte di opposizione fatta al suo moto, la opposizione al moto del globo diverrebe infinitamente grande; e perciò nissun grado di qualsisia forza sarebbe abile a spinger il corpo più avanti nella sostanza; e questo non può mai succedere. Oltre di ciò, non è necessario applicare tal sorta di raffinati argomenti contro questa parte di resistenza; basterebbe solo considerare, quanto sia irragionevole la supposizione, che una resistenza cresca in tempo, che diminuisce la velocità del corpo, a cui quella vien fatta.

Così questo sperimento può adoperarsi per invalidare l' opinione stessa, a cui si pretende, che serva di fondamento. Ma se ne può fare ancora un altro uso; imperciocchè servirà ad illustrare quello, che il grande Cav. If. Nevvton ha più d' una volta accennato, che la resistenza de' Fluidi, che proviene dalla tenacità delle loro parti, diminuisce in una proporzion minore, di quello che diminuisca la velocità de' corpi, a cui la resistenza vien fatta: Imperocchè come questa resistenza ha una grande analogia alla resistenza delle sostanze molli, o cedenti, di cui abbiam quì parlato, così ritrovammo, che la resistenza di queste sostanze non dipende molto dalla velocità del corpo, contro cui è applicata la resistenza.

E così, Signore, noi potiamo comprender, come tutte le sperienze cospirano a confermare, e metter' in chiaro quella forza stupenda di raziocinio, con cui si abilitò il nostro grande Filosofo nella maniera più sorprendente a rintracciare, e distinguere le molle delle

ope-

operazioni naturali; Opera infinitamente più malagevole da eseguirsi, che li grandi avanzamenti da esso fatti nelle matematiche pure, ch'erano necessarj antecedentemente al suo grande successo nel ricercar le cognizioni della natura; imperciocchè in questa ultima ricerca ci ha lasciate prove non solo della più illimitata Invenzione, che si ricerca nelle più sottili specolazioni Geometriche, ma ci ha scoperto ancora il maggior discernimento, e il più consumato giudizio; poichè ne'suoi scritti Filosofici non si ha lasciato giammai sedurre da una ipotesi, nè da alcun altra di quelle varie fallacie, che my Lord *Bacon* nel suo *Novum Organon* conta tra le cagioni, che hanno arrestato il progresso della vera Filosofia.

Ma io porrò fine quì alla mia lunga lettera, per la libertà della quale non ho bisogno di far'un'apologia appresso di voi Signore, del cui gran candore da molti anni ho avuto un testimonio costante; e come frequentemente vi ho ammirato, che in mezzo ai vasti impieghi della vostra professione, trovaste il tempo di attendere con un sì grande successo a tali varie sorte d'erudizione; così mi son compiacciuto sovvente a osservare, con qual benignità ricevete tutti coloro, che hanno fatto studio di qualche benchè menoma parte di utile Cognizione.

Poscritta.

Una settimana dopo, che io vi mandai la lettera contenente le mie osservazioni su lo sperimento del Sig. *Poleni*, ebbi la buona fortuna di udire un'ecellente, e dotto amico, a cui vi siete compiacciuto di mostrar la mia lettera, a fare un'argomento assai curioso, e forte, per prova del sentimento del Cav. If. Nevvton circa la resistenza de'fluidi, che io ho dedotta dallo sperimento di sopra mentovato; e come molto mi piacque, m'ingegnerò a darvene quì un ragguaglio nella seguente maniera.

Supponete pezzi di seta fina, o di simile sostanza sottile, distesi in piani paralleli, e fissati a piccole distanze un dall'altro: Indi, che un globo percuota perpendicolarmente il mezzo della seta, ch'è al di sopra di tutti li pezzi, e col romper' attraverso di essi perda una parte del suo moto. Se li pezzi di seta siano di egual forza, si ricercherà lo stesso grado di forza per romper cadauno; ma il tempo, in cui cadaun pezzo resiste, sarà tanto più breve, quanto sarà più veloce il globo; e la perdita di moto nel globo, che sussegue al rompimento di cadauna seta, e che è un'effetto dell'averne superata la resistenza, sarà proporzionale al tempo, in cui la seta si oppone al moto del globo; di sortecchè il globo per la resistenza di cadauna pezza di seta perderà tanto meno del suo moto, quanto il suo moto sarà più veloce. Ma dall'altra parte, quanto più veloce muove il globo, tanto più sete romperà

durante un dato spazio di tempo; adunque il numero delle sete, che si oppongono al moto del globo in un dato tempo, essendo reciprocamente proporzionale all'effetto di cadauna seta su'l globo, la resistenza fatta da queste sete, ovvero la perdita di moto, la qual'elleno nel globo cagionano in un dato tempo, sarà sempre la stessa.

Ora se la tenacità delle parti de'fluidi osserva la stessa regola, che la coesione delle parti di queste sete; e segnatamente un certo grado di forza si ricerchi per separare, e disunire le particole coerenti, la Resistenza proveniente dalla tenacità de'fluidi deve osservare la stessa regola, che la resistenza delle sete, e perciò in un dato tempo la perdita del moto, alla quale un corpo soggiace in un fluido per la tenacità delle sue parti, sarà in tutti li gradi di velocità la medesima; ovvero in più poche parole, la parte di resistenza de' Fluidi, che proviene dalla coesione delle lor parti, sarà uniforme.

UNA ESPOSIZIONE

Di due, o tre ragionamenti della suddetta dissertazione.

„ Poichè qualche ragionamento della precedente Lettera potrebbe
„ sembrare alquanto oscuro, ed inviluppato, ne daremo quì la sposi.
„ zione, che ci pare la più chiara, e più naturale, e quale, in leg-
„ gendo la stessa dissertazione, ci cadda in pensiero.

I.

„ L'argumento proposto al num. 1. nella dissertazione.

„ *Sperienza*.

„ CAdendo due globi di una stessa grandezza, ma di diverso peso
„ da altezze reciprocamente proporzionali a' loro pesi sopra
„ una molle sostanza vi fanno impressioni eguali.

„ Globi A, e B, Peso di A = 4. Pesso di B = 1. Altezze una
„ = 1. l'altra = 4. Forza di A = 1. 4. Forza di B = 1. 2. secon-
„ do il Metodo comune.

„ Ma si argomenta, queste Forze facendo effetti eguali, dovreb-
„ bero esser eguali, e lo sono prendendole per li prodotti dei pesi, e
„ dei quadrati delle velocità, Dunque ec.

Rif-

Risposta.

„ Ma possono le suddette Forze misurarsi solo col peso, e con le Ve-
„ locità semplici, che nel nostro caso sono come 1. a 2.; e non ostante
„ gli effetti, che si producono nella molle sostanzza, potranno esser
„ eguali, per altri Principj. Non sarà dunque necessario rinunziare
„ ad un Principio comune circa la quantità del moto, quando si pos-
„ sa salvar questo, e spiegar la sperienza.

Prova.

„ Per provar questo, è necessario provare, che A, e B penetrando
„ nella sostanza molle ad eguale profondità, perdano parti della lor
„ forza proporzionali alle rispettive loro forze totali, o pure recipro-
„ camente proporzionali alle velocità loro, trascorrendo spazj na-
„ scenti, o minimi, che si reputino eguali. Imperciocchè si troverà,
„ che dopo estinta la Forza totale di A, e di B, saranno questi pe-
„ netrati ad eguale profondità. Ecco come. Posto, come in Quistio-
„ ne, le forze totali esser come 4: 2. ovvero come 2: 1. e le velocità co-
„ me 1: 2. ne seguirebbe, che se A percorrendo il primo spazio na-
„ scente perdesse 1. di forza; B percorrendone un eguale ne consu-
„ merebbe $\frac{1}{2}$ della sua; e così continuando si troverebbe, che al fine
„ dell'estinzion delle forze rispettive li globi si sarebbero arrestati; ed
„ essendo penetrati per spazj eguali, e di un'egual numero, si trove-
„ rebbero discesi a eguale profondità. Dunque se A, e B penetran-
„ do nella sostanza molle perderanno gradi di forza proporzionali al-
„ le lor forze totali, o reciprocamente proporzionali alle loro velo-
„ cità (ciò che è lo stesso) avranno in fine trascorsi spazj eguali, o sa-
„ ranno discesi a eguale profondità.

„ Ma di fatto perdono gradi di forza proporzionali alle lor forze to-
„ tali, o reciprocamente proporzionali alle loro velocità, ciò, ch'è
„ lo stesso.

„ Dunque ec.

„ Non rimane in questo argomento, che di stabilir la minore; ciò
„ che si può far in questa maniera.

„ Resistenze uniformi distruggono forze eguali, in tempi eguali,
„ per ispazj eguali.

„ Dunque resistenze uniformi distruggono per ispazj ineguali, e
„ in tempi ineguali, forze ineguali, cioè proporzionali agli spazj, e
„ ai tempi; imperocchè la resistenza è costante.

„ Dunque in tempi ineguali, ma per ispazj eguali si distruggeran-
„ no forze solamente proporzionali ai tempi.

„ Ma i tempi nel nostro caso sono reciprocamente come le velocità
„ dei corpi, le cui forze si consumano dalla resistenza.

„ Dunque l'estinzioni di forza, per ispazj eguali, saranno reci.
„ procamente come le velocità dei corpi.

„ Ma nel nostro caso sono le forze totali di A, e B, come recipro-
„ camente le velocità di A e B.

„ Dunque le perdite saranno in ragion diretta delle forze totali, o
„ inversa delle velocità, che era la Minore da provarsi.

II.

„ L'argomento proposto al num. II. nella Dissertazione.

„ *Sperienza.*

„ CAdendo due globi eguali da altezze reciprocamente propor-
„ zionali a'loro pesi, fanno impressioni eguali nella molle so.
„ stanza, in cui s'immergono.

„ Supponendo ora col Leibnitz, che le forze di questi globi si abbia.
„ no a misurare dal peso moltiplicato per li quadrati delle rispettive
„ velocità, ne nascerà un'assurdo per la sua sentenza, ch'è

Ipotesi del Leibnitz.

„ Due globi ineguali di peso, ed eguali di mole, cadendo in una
„ sostanza molle ad eguali profondità, e perdendo finalmente il loro
„ moto, poichè hanno forze eguali, nel trascorrere spazj eguali per.
„ dono gradi eguali della forza, che hanno in principiando a pene-
„ trare, e oltre ciò quella forza, che la gravità va loro successivamen.
„ te aggiungendo; la qual'è in ragion delle altezze, o de'quadrati
„ della velocità; e la quale perciò (poste le altezze, o gli spazj tra.
„ scorsi eguali) nello stesso corpo è eguale, e in diversi proporzionale
„ alle masse.

Deduzione di un'assurdo.

„ I. Poichè dove si distrugge più di forza, e in minor tempo, vi
„ è più di opposizione; dunque l'opposizione fatta dalla sostanza resi-
„ stente al globo A è all'opposizione fatta dalla stessa al globo B, in
„ ragion composta della diretta degli effetti prodotti dalla Resistenza,
„ e inversa de'tempi, o diretta delle velocità; cioè, chiamando T, t
„ li tempi; E, e gli effetti, ec.

„ Opp.

„ Opp. A. Opp. B :: $\frac{E}{T} . \frac{e}{t}$ :: E x V . e x v.

„ II. Ma per ipotesi, l'effetto è in parte lo stesso in tutti, e due li
„ globi, cioè la distruzione di una parte eguale della forza eguale, che
„ avevano prima, e parte dell'effetto (cioè la distruzione della forza, che
„ loro verrebbe aggiunta dalla gravità) è in ragione inversa della du-
„ plicata delle velocità da' globi acquistate, prima di urtare su la sustan-
„ za resistente; imperocchè nella stessa ragione sono le loro masse, alle
„ quali è proporzionale la forza aggiunta dalla gravità, quando si tra-
„ scorrano, come accade quì, spazj eguali.

„ Dunque le opposizioni, che si fanno a' globi, o alle loro forze
„ eguali, e con cui primieramente cadono su la sustanza (facendosi
„ E = e) si esprimeranno con questa analogia.

I.ª Opp. A. Opp. B :: E x V. e x v. :: V. v.

„ E le opposizioni, che si fanno a' globi per le forze dalla gravità
„ aggiunte, nel trascorrere „ spazj eguali entro alla molle sustanza,
„ si esprimeranno (per li num. 1. e 2.) con questa seconda analogia.

II.ª Opp. A. Opp. B :: V x v^2. v x V^2 :: $\frac{V}{V^2} . \frac{v}{v^2}$ :: $\frac{1}{V} . \frac{1}{v}$ :: v. V.

„ E perciò una parte dell'opposizione è come le velocità diretta-
„ mente, l'altra come reciprocamente le velocità stesse; cioè.

Opp. A. Opp. B :: V + $\frac{1}{V}$. v + $\frac{1}{v}$.

„ E questo è l'assurdo, che abbiamo proposto di dedurre. Imper-
„ ciocchè quella parte di opposizione, ch' è come la velocità, cessan-
„ do insieme col moto del globo, non è bastante ad arrestare il globo
„ intieramente, poichè la gravità seguiterebbe a farlo discendere.
„ Ma nè pur l'altra parte di opposizione lo può arrestare, poichè que-
„ sta essendo in ragion' inversa della velocità, se il globo si arrestasse,
„ diverrebbe $\frac{1}{0}$, cioè infinitamente più grande di quello, che fosse,
„ quando il globo era in moto. E quindi ne seguirebbe, che non vi
„ sarebbe forza tanto grande, che la potesse superare, o spinger li glo-
„ bo più oltre; ciò, che sarebbe un'assurdo. Assurdo è dunque il pre-
„ tendere, che li globi, per esser discesi egualmente nella sostanza mol-
„ le, come nella sperienza, abbiano forze eguali.

III.

Illustrazione della sperienza proposta nella Poscritta.

„ Da questa sperienza fatta ne' globi di differente velocità, e lasciati cadere sopra zendadi, distesi, in piani paralleli, abbiamo, „ che la Resistenza di questo genere, fatta a' corpi in moto, è sempre „ la medesima, in qualunque grado di velocità quelli siano, quando „ siano eguali li tempi, in cui opera la resistenza.

„ Imperocchè l' estinzioni di moto, cagionate dalla resistenza in tempi eguali, qualunque siasi la velocità, sono eguali; perocchè se maggior' è la velocità, sarà minor l' estinzion di moto, per cadaun de' „ supposti zendadi, ma il numero di questi sarà maggiore; e *viceversa*, se la velocità è minore, sarà maggiore la perdita di moto, per „ cadaun de' supposti zendadi, ma il numero de' medesimi sarà minore. Ciò si può didurre per le analogie seguenti.

„ N. n :: U. v; cioè crescendo la velocità, cresce direttamente il numero de' zendadi. Ma U. v :: d E. d e; cioè le differenziali dell' „ *estinzioni*, ovvero l' estinzioni parziali sono reciprocamente come „ le velocità. Dunque

„ N. n :: d E. d e. Perciò

„ N x d e = n x d E: cioè gli aggregati dell' estinzioni parziali, „ in tempi eguali, sono eguali. Dunque gli effetti di questa resistenza „ essendo eguali, la resistenza sarà la medesima, qualunque sia la velocità. „

UN' ESTRATTO

DELLA DISSERTAZIONE

Del Dottissimo Signor

MARCHESE POLENI,

„ ***In risposta all' Opinione della quantità delle forze ne' corpi*** „ ***in moto, sostenuta nella dissertazione Epistolare*** „ ***del Sig. Pemberton, recata quì innanzi*** „ ***in Italiano.*** „

„ PRima di rispondere alla Dissertazione del Pemberton, in „ particolare, impiega il dottissimo Sig. Marchese *Poleni* la „ prima

„ prima parte della sua Dissertazione in confutare alcune spiegazioni,
„ del suo celebre sperimento fatte da altri Autori, diverse dalla sua, e
„ con cui si aveva preteso di opporsi alla conseguenza, che egli ne trasse.
„ Si avea detto, che lasciando cadere da diverse altezze un globo so-
„ pra una molle sostanza, la impressione doveva farsi in vero a tenore
„ non della semplice velocità, ma del suo quadrato; ciò farsi però,
„ perchè in questo effetto bisognava calcolare il tempo, in cui sarebbe
„ il corpo riflettuto fino all' estinzion del suo moto; il qual tempo im-
„ piegavasi nella rimozion delle parti della sostanza suddetta, e per-
„ tanto una forza doppia, in doppio tempo dover produrre effetto qua-
„ druplo, e quello di una forza 3. in tempo 3. divenir 9. e così discorren-
„ do. Ma due sbagli ritrova quì il nostro chiarissimo Autore; imper-
„ ciocchè esser falso primieramente, che quel tempo, che dal corpo im-
„ piegherebbesi nel suo riflettere fino all' estinzion del suo moto, ora
„ impieghisi dallo stesso nella rimozione delle parti della sostanza ce-
„ dente; perchè variando la densità di queste tali sostanze, e ritenendo
„ la stessa altezza della discesa del corpo, non cangerebbesi punto il
„ tempo, in cui si dovesse consumar l' azione del corpo stesso. Seconda-
„ riamente non si può dire, che nel caso, in cui la velocità non persista
„ la stessa, una velocità doppia moltiplicata per lo tempo, in cui s' agi-
„ sce dal corpo, e perciò in doppio tempo, effetto quadruplo deb-
„ ba produrre. Ma nel nostro caso la velocità del globo, finchè agisce,
„ ed è in moto, non persiste la stessa: come si può dir dunque, che
„ in tutti i momenti di tempo sia doppia, o la stessa?
„ Si avea detto similmente, che in diversi globi cadenti da diverse
„ altezze sovra l' argilla, o altra molle sostanza si troverebbero forze
„ eguali, senza moltiplicar li loro pesi reciprocamente proporzio-
„ nali alle altezze per li quadrati delle velocità; quando la forza si esti-
„ masse dal peso, dalla velocità acquistata da' globi, allorchè sono ar-
„ rivati all' argilla, e dal tempo, che da esso loro s' impiega nello sca-
„ varvi le sue fosse. Ora se un un peso è 3. e la sua altezza 1., l' altro 1. e la
„ sua altezza 3. le suddette velocità rispettive saranno $\sqrt[2]{1}$, e $\sqrt[2]{3}$; indi
„ esprimendosi anche li tempi per li medesimi radicali, si avranno pro-
„ dotti eguali, che rappresenteranno forze eguali ne' globi, di cui si
„ tratta. Ma d' onde, dice il Sig. Marchese ***Poleni***, ci può costare
„ questa relazione de' tempi, che da' suddetti globi s' impieghino, nel-
„ lo sçavar le sue fosse? Perchè si hanno quelli così arbitrariamente da
„ denominare? Ed oltre questo, come per tutto il tempo, in cui il
„ globo si trova in moto, si può pretendere, che sussista la stessa velo-
„ cità, e sia sempre $\sqrt[2]{3}$, ovvero $\sqrt[2]{1}$? Certamente non si può moltipli-
„ care per un certo tempo una velocità, che in tutto quel tempo non
„ è costante; ed ella non è al çerto costante, per tutti li gradi, per
„ cui dee passare, di sua diminuzione.

„ L' as-

„ L'aſſurdità di queſta ſuppoſizione, che li tempi ſpeſi da globi nel
„ formar le ſue foſſe, ſieno come le radici delle altezze, da cui diſcen-
„ dono, fino alla ſoſtanza molle, ſi manifeſta ancora da una ſpecola-
„ zione dell'eccellente Sig. Co: Riccato. Sia dic'egli (nella figura
„ quì anneſſa) l'altezza A B C D; in cui ſiano diſpoſti li globi A,
„ e B in quella ragione, che ricerca lo ſperimento, delle maſſe loro
„ all'altezze, e in cui C D rappreſenta la foſſa, che ſi dee formar dal
„ globo A cadendo da A, non meno, che dal globo B cadendo da B.
„ Si meni ora la linea G F per A parallela all'Orizonte: A E rappre-
„ ſenti il tempo in cui diſcende il globo A per A C; ed A F quello, in
„ cui lo ſteſſo globo fa la foſſa C D. Dal vertice comune C per li punti
„ E ed F, ſi deſcrivano due parabole C I F, e C H E; e poichè ſecon-
„ do la ſuppoſizione, che ſi combatte, li tempi ſpeſi da' globi nel for-
„ mar le ſue cave, ſono come le velocità, e queſte ſono come le radici
„ delle altezze ſcorſe, ne ſegue, che anche li tempi ſaranno nella ſteſ-
„ ſa ragione; cioè $\sqrt{AC}$. $\sqrt{BC}$ :: A F. B I. Dunque B I rappreſen-
„ terà il tempo, in cui fa il globo B la ſua cava CD. Quindi deſcri-
„ vendo un'altra parabola D K G dal vertice D, ſimile all'altra C H
„ E, e ſolo differente di poſizione, l'applicata G A rappreſentereb-
„ be il tempo della diſceſa del globo A per A D, ſupponendoſi libero,
„ ed uniforme tutto lo ſpazio da A fino a D; ſiccome le applicate A E,
„ e B H rappreſentano i tempi della diſceſa da A, e da B per gli ſpazj
„ liberi A C, e B C. Similmente l'applicata B K dovrebbe rappreſen-
„ tare il tempo della diſceſa per lo ſpazio libero B D. Sottraendo dun-
„ que dai tempi G A, e B K li tempi ſpeſi in diſcender per A C, e B
„ C cioè li tempi A E, B H, reſteranno li tempi G E, K H, che ſa-
„ ranno i tempi, in cui il globo A cadendo da A percorrerebbe lo ſpa-
„ zio libero C D, e il globo B cadendo da B, lo ſteſſo ſpazio pur libero
„ C D. Ora che queſta conſeguenza fondata ſulla preteſa ſuppoſizio-
„ ne della relazion de' tempi alle velocità, ed alle altezze, ſia aſſurda,
„ e aſſurda in conſeguenza la preteſa ſuppoſizione, ſi dimoſtra così.
„ Prendendo nell'aſſe A C comune alle tre parabole il punto B in tal
„ modo, che B I ſia eguale a K H, per le coſe dette, B I rappreſente-
„ rà il tempo, in cui B cadendo da B fa la ſua cava C D; e K H rap-
„ preſenterà il tempo, in cui lo ſteſſo globo dallo ſteſſo punto cadendo
„ traſcorrerà lo ſteſſo ſpazio vuoto, o libero C D; ma per coſtruzio-
„ ne B I, e K H ſono eguali; ſarebbero dunque eguali anche i
„ tempi, che ne ſono rappreſentati, il che è aſſurdo.

„ Da queſte conſiderazioni paſſa il Sig. Marcheſe **Poleni** alla ſeconda
„ parte della ſua diſſertazione epiſtolare, e in eſſa dopo aver eſpoſti li
„ ragionamenti del Signor Pemberton, e di alcuni altri nelle tranſa-
„ zioni Anglicane (tra'quali la ſpoſizione de' primi non abbiamo più
„ biſogno di riferire, avendola già fatta innanzi) riſponde a'ſuoi op-
„ poſitori nella maniera; che ſegue.

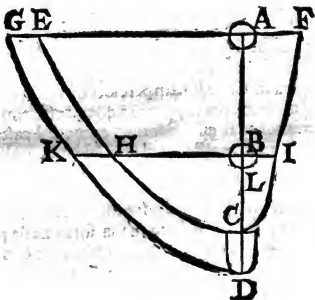
„ Per

„ Per confeſſione del Sig. Pemberton (dice il Marcheſe *Poleni*) la
„ reſiſtenza della ſoſtanza molle, e cedente è coſtante, nè varia punto
„ per la diverſa velocità de' globi, ch' entro s' immergono. Dunque
„ per iſpazj eguali da eſſi traſcorſi produrrà eguali effetti, cioè eſtin-
„ guerà in ambedue gradi eguali di forza. Nè vale ricorrer' al tempo,
„ in cui queſti ſpazj ſi traſcorrono; imperciocchè il tempo non aumen-
„ ta una forza coſtante, e determinata, qual' è la reſiſtenza; e ſi ſu-
„ peri queſta in maggiore, o in minor tempo, non potrà fare mag-
„ giore, o minor' effetto ne' globi, contro di cui ella agiſce. Eſtingue-
„ rà dunque in eſſo loro gradi eguali di forza, e non proporzionali,
„ come ſi pretende alle riſpettive lor forze.

„ Quanto allo ſperimento, che allegaſi come fatto primieramente dal
„ P. Merſeno, riſponde il Sig. Marcheſe *Poleni*, che non fa al caſo della
„ Quiſtione nel ſenſo, in cui da eſſo ſi agita, e fu agitata nella dotta, ed e-
„ legante ſua opera *de Caſtellis*. Imperciocchè farſi quiſtione ſu le forze
„ vive de' corpi in moto, per rapporto a quegli effetti, nella produzione
„ de' quali interamente ſi eſtinguono, come è il caſo de' globi, che
„ muojono ſepolti nell' argilla, nel ſevo gelato, e altre molli ſoſtan-
„ ze, dopo averle penetrate a una certa profondità. Ma nello ſperi-
„ mento del Merſeno, e ripetuto da altri non poterſi dire, che il
„ globo, il quale in un iſtante colpiſce una eſtremità della bilancia, e
„ quindi rimbalza, conſumi tutta la ſua forza nella produzione dell'
„ effetto, di cui ſi tratta. Nella ſteſſa maniera, o con lo ſteſſo princi-
„ pio, ſi può riſpondere allo ſperimento propoſto dal Sig. Pemberton
„ nella ſua Poſcritta. Imperciocchè la rottura dei zendadi, o dei fili
„ di ſeta ſuſſegue all' incurvatura, e diſtenſion loro, cagionata dal
„ globo, che ſopra vi cade; e perciò dell' intera forza, con cui ha ope-
„ rato il globo, non ſi può giudicar dall' effetto del rompimento, non
„ apparendo l' altra parte di forza, che ſteſe, e ſtirò le fibrille, di cui
„ coſtano quelle ſoſtanze. Altri ſono queſti caſi; altro quello del no-
„ ſtro eſattiſſimo Autore; e perciò dic' egli, le conſeguenze di quelli
„ non ſono oppoſte alle conſeguenze del ſuo.

„ Per riſpondere alla nota difficoltà, che ſi prende dall'equilibrio delle
„ forze nelle ſtadere, e nelle Leve, ove quelle non dalli quadrati delle ve-
„ locità moltiplicate nelle maſſe, ma dai prodotti delle velocità ſemplici,
„ e delle maſſe ſi miſurano; fa avvertire il Sig. Marcheſe *Polleni,* che
„ il fatto dell'equilibrio non ſi dee provare con un principio controver-
„ ſo, qual' è il preſente della miſura delle forze, quando con un altro
„ principio non controverſo poſſa egualmente ſpiegarſi; e queſt' al-
„ tro principio, di cui qualche Autore ſi è ſervito, eſſer quello del cen-
„ tro di gravità di tutta la macchina, il quale ove ſtia nella linea di dire-
„ zione, ſi fa equilibrio.

„ Finalmente il dottiſſimo ſcrittore per ſalvar la conſeguenza, ch'
„ egli

„ egli trasse dal suo celebre sperimento, contro alcuni altri sperimenti
„ de' suoi avversarj, crede sufficiente, che bensì distinguano la natu-
„ ra e le circostanze della sua sperienza da ciò, che specifica, e accom-
„ pagna quelle degli altri, come ancora che ben si fissi, e si concepi-
„ sca lo stato della sua Quistione, in cui è necessario aver sempre presen-
„ te, ciò, ch'egli intese per forza viva. Altre osservazioni inciden-
„ ti e altri lumi bellissimi, com'è tutto quello, ch'è di questo Autore
„ potranno scorgersi nella stessa sua Dissertazione latina, per lo addie-
„ tro impressa, che non si è qui posta intera per cagione di maggior
„ brevità. „

INDICE

INDICE
DE' CAPITOLI.

LIBRO PRIMO

Concernente il moto de' Corpi in Generale.

LIBRO SECONDO.

LIBRO TERZO.

NOI

NOI REFORMATORI
DELLO STUDIO DI PADOA:

HAvendo veduto per la Fede di Revisione, ed Approbatione del P. F. Tomaso Maria Gennari Inquisitore, nel Libro intitolato: *Saggio sopra la Filosofia del Cav. Isacco Nevvton esposta con chiarezza dal Signor Enrico Pemberton Tradotta dall' Inglese* non v'esser cos'alcuna contro la Santa Fede Cattolica, e parimente per Attestato del Segretario Nostro, niente contro Prencipi, e buoni costumi, concedemo licenza a *Francesco Storti* Stampatore, che possi esser stampato, osservando gli ordini in materia di Stampe, e presentando le solite copie alle Pubbliche Librarie di Venezia, e di Padoa.

Dat. 9. Settembre 1732.

(Gio: Francesco Morosini Cav. Ref.

(Alvise Pisani Cav. Procur. Ref.

(Pietro Grimani Cav. Procur. Ref.

Agostino Gadaldini Segr.

Tau. I
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6
Fig. 7
Fig. 14
Fig 18

Tav II.
Fig. 31.
Fig. 32.
Fig. 35.
Fig. 36.
Fig. 41.
Fig. 42.
Fig. 43.
Fig. 48.
Fig. 49.
Fig. 52.
Fig. 55.
Fig. 56.
Fig. 57.
Fig. 58.

Tau. III
Fig. 62
Fig. 63
Fig. 65
Fig. 66
Fig. 69
Fig.
70.
Fig. 76.
Fig. 77
Fig. 78
Fig. 80.

Tau. IV.
Fig. 85
I
H
G
B
E
F
K
D
C
A
Fig. 86.
87
A
B
Fig. 88.
E
C
D
89.

Tau. V

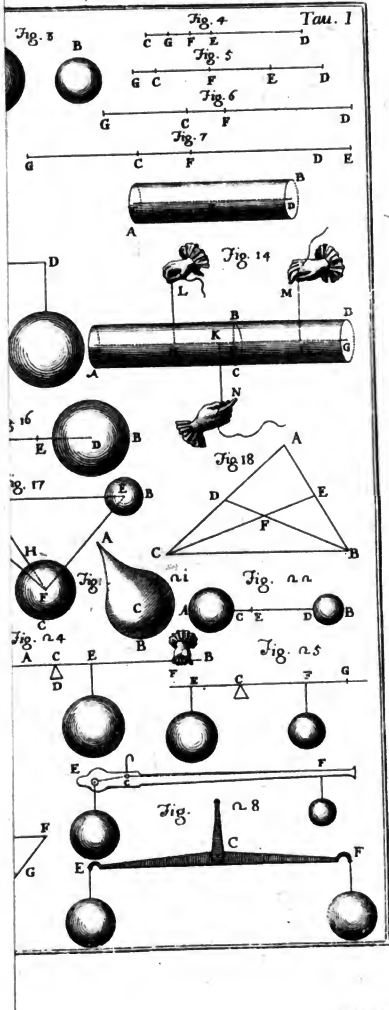
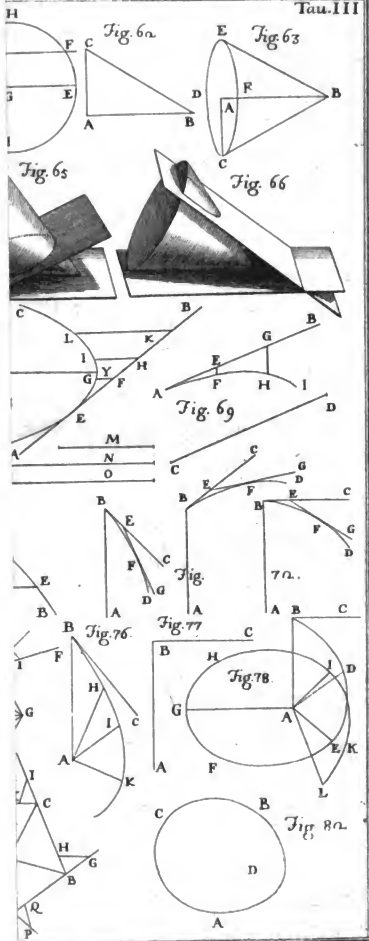
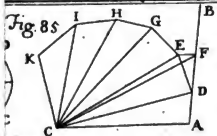
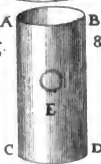
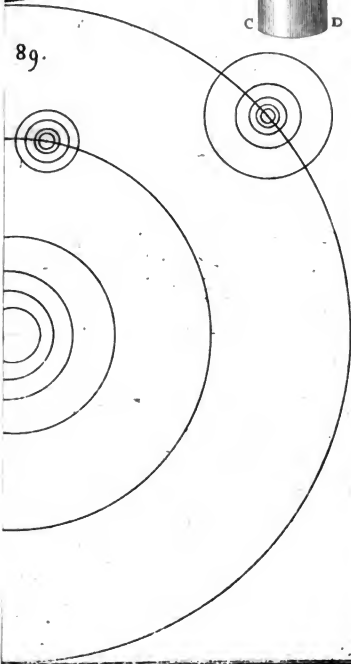
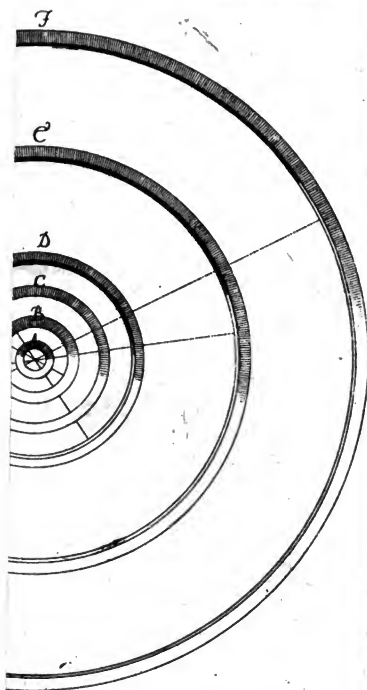
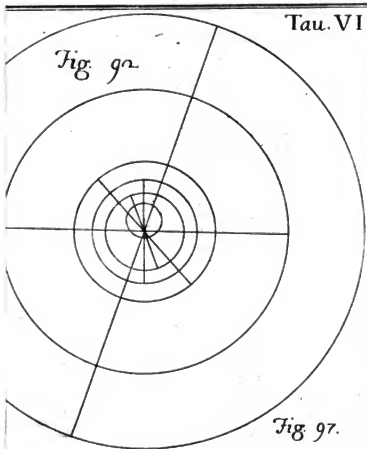
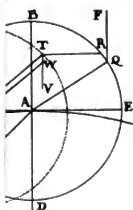
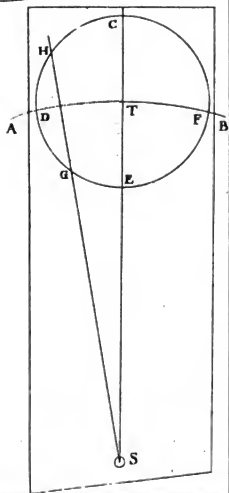
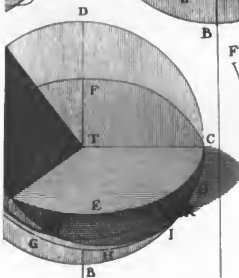
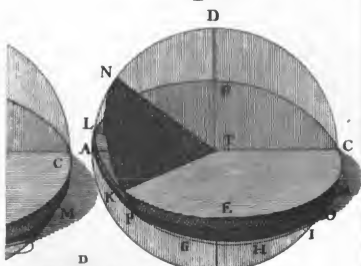
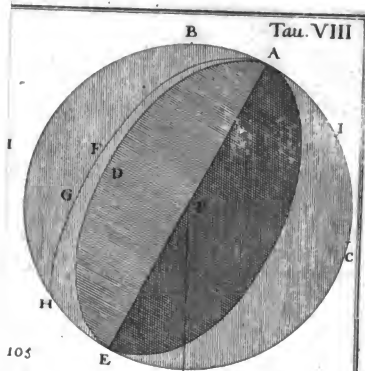
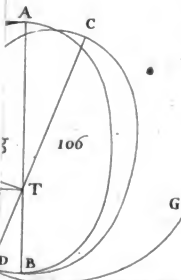
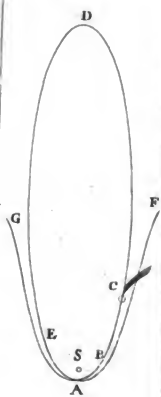
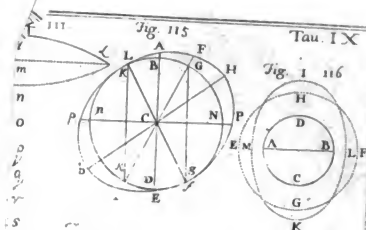
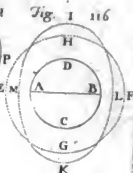
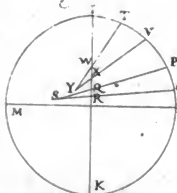



Fig. 90
C. Orbita della Terra
D. Orbita di Marte
F
E
D
C
B
F. Orbita di Saturno

Tau. VI
Fig. 92
Fig. 97.
B
F
T
R
W
Q
V
A
E
D
g. 96.
S
C
H
D
T
F
B
A
G
E
S

Tau: VII
Fig. 100
D
N
L
A
C
T
C
K
M
P
E
O
I
G
H
B
D
F
T
C
E
K
I
G
H
B
Fig. 101
F
D
T
I
H
K
B
G
E
S
Fig. 102
S
S

Tau. VIII
B
A
I
F
D
G
C
H
E
Fig. 104
105
A
T
B
D
F
Fig. 107
D
A
C
G
F
106
T
G
C
E
S
B
A
D
B

Tau. IX
Fig. 115
Fig. 116
Fig. 118
Fig. 120
Fig. 121
Fig. 124
Fig. 125

Tau: X
Fig. 127
Fig. 130
Fig 131
Fig. 133
Fig. 134
132
Fig. 0
135
138
Fig. 139
Fig. 141
Fig. 142
144
Fig. 145
147
Fig. 148

Tav XI
Fig. 151
A
H
F
I
B
G
I
K
Fig. 153
C
A
G
H
B
D
Fig. 154
B
A
C
E
G
F
M
I
H
Fig. 157
I
G
H
E
F
Fig. 158
C
D
A
B
Fig. 159
M
O
K
H
G
D
N
P
L

Tav XII
Fig. 162.
Θ
Δ
Γ
Z
X
L
K
I
H
G
V
S
Q
O
M
F
E
D
C
B
Fig. 163
A
B
H
Fig. 161.
Ξ